



## Aedes.ECS 2017

**E**LEMENTI **C**OSTRUTTIVI **S**TORICI E **M**ONUMENTALI

Estensione (add-in) per Aedes.PCM

## Manuale d'uso

*Ultima revisione di questo documento: 27.04.2017*

Tutti i diritti sono riservati, anche di riproduzione parziale, a norma di legge e delle convenzioni internazionali. Nessuna parte di questo volume può essere riprodotta in qualsiasi forma o mezzo elettronico o meccanico, per alcun uso, senza il permesso scritto della AEDES Software per Ingegneria Civile.

© 1997-2017 AEDES Software per Ingegneria Civile

Via F. Aporti 32 - 56028 SAN MINIATO (PI)

Tel.: +39 0571 401073 - Fax: +39 0571 418350

## AVVERTENZE E CONDIZIONI D'USO

La AEDES Software si riserva il diritto di apportare miglioramenti o modifiche al programma ECS, descritto nella documentazione ad esso associata, in qualsiasi momento e senza preavviso.

Il software e la documentazione allegata, anche se curati con scrupolosa attenzione, non possono comportare specifiche responsabilità di AEDES per involontari errori o inesattezze: pertanto, l'utilizzatore è tenuto a controllare l'esattezza e la completezza del materiale utilizzato. Le correzioni relative ad eventuali errori tipografici saranno incluse nelle versioni di aggiornamento.

ECS è di esclusiva proprietà della AEDES e viene concesso in uso non esclusivo secondo i termini e le condizioni riportati nel contratto di licenza d'uso. L'utente non avrà diritto ad utilizzare ECS fino a quando non avrà sottoscritto la suddetta licenza d'uso.

L'utente è responsabile della scelta di ECS al fine del raggiungimento dei risultati voluti, nonché dell'installazione, dell'uso dello stesso e dei relativi risultati.

Le sole garanzie fornite dalla AEDES in merito a ECS sono quelle riportate nella licenza d'uso. La AEDES non garantisce che le funzioni contenute in ECS soddisfino le esigenze dell'utente o funzionino in tutte le combinazioni che possono essere scelte per l'uso da parte dell'utente.

I nomi dei prodotti citati nella documentazione di ECS possono essere marchi di fabbrica o marchi registrati dalle rispettive Società.

# **INDICE**

## INTRODUZIONE

## SOMMARIO

### 1. ARCHI

1.1. MODELLO A BLOCCHI E GIUNTI

1.2. MODELLO A SOLI BLOCCHI

1.3. L'ELEMENTO ARCO NEL MODELLO 3D: BEAM CURVO

1.4. TIPOLOGIE STRUTTURALI

### 2. PILASTRI IN MURATURA

2.1. INTERVENTI DI RINFORZO

### 3. TORRI E CAMPANILI

3.1. CRITERI DI MODELLAZIONE E ANALISI

3.2. CALCOLO DELLA ZONA REAGENTE

3.3. VERIFICHE DI SICUREZZA ALLO STATO LIMITE ULTIMO

### 4. IMPLEMENTAZIONE NEL SOFTWARE AEDES

4.1. ARCHI

4.2. PILASTRI IN MURATURA

4.3. TORRI E CAMPANILI

### 5. VALIDAZIONE DELLE PROCEDURE

5.1. BEAM CURVI 3D IN AMBIENTE FEM

5.2. VALIDAZIONE MODELLI PER ARCHI: BLOCCO-GIUNTO E BLOCCO-BLOCCO

5.2.1. ANALISI SISMICA DI SISTEMI VOLTATI IN MURATURA

CON MODELLO AD ELEMENTI FINITI "CONCIO-GIUNTO"

SOMMARIO

1. INTRODUZIONE

2. ANALISI LIMITE

3. ANALISI STATICA NON LINEARE: IL MODELLO "CONCIO-GIUNTO"

4. CASO APPLICATIVO

4.1. MODELLAZIONE RIGIDO-FRAGILE. ANALISI LIMITE

4.2. MODELLAZIONE CONCI-GIUNTI: ANALISI STATICA NON LINEARE

5. CONCLUSIONI

RINGRAZIAMENTI

BIBLIOGRAFIA

### 6. ESEMPI APPLICATIVI

6.1. ARCHI E PILASTRI

6.2. TORRI E CAMPANILI

6.2.1. VALIDAZIONE: TORRE A SEZIONE COSTANTE

6.2.2. IL CAMPANILE DELLA CHIESA DI SANT'ANTONIN A VENEZIA

6.2.2.1. CAMPANILE ISOLATO

6.2.2.2. CAMPANILE VINCOLATO

6.2.3. VALIDAZIONE: CONFRONTO PCM - ANSYS

6.2.3.1. MODELLAZIONE

6.2.3.2. ANALISI MODALE

6.2.3.3. ANALISI STATICA NON LINEARE

## BIBLIOGRAFIA DI RIFERIMENTO

## INTRODUZIONE

Il software Aedes.ECS è un'estensione (add-in) per Aedes.PCM dedicata a modellazione, analisi e verifica di elementi costruttivi storici e monumentali, fra cui: archi, volte e pilastri murari o colonne in pietra, torri e campanili.

Le funzionalità introdotte da ECS sono peraltro applicabili a tutti quegli edifici che presentano nella propria struttura tali tipologie, indipendentemente dal loro valore storico (si pensi ad esempio a casi di edifici residenziali con alcune aperture ad arco).

Elementi costruttivi quali archi, colonne in pietra o torri in muratura richiedono approcci particolari, non essendo per essi applicabili in modo diretto le formulazioni proposte dalla Normativa per le strutture murarie e riferite esplicitamente a maschi e fasce. Sia la fase di modellazione che quella di verifica devono essere calibrate attraverso un'adeguata rappresentazione del comportamento strutturale.

In questo ambito, Aedes ha l'obiettivo di proporre strumenti di supporto informatici sufficientemente semplici e al tempo stesso accurati, per consentire un utilizzo professionale consapevole e corretto. A tal fine, le linee guida seguite da Aedes si articolano nei punti seguenti:

1. proporre modelli che rispettano la concezione originaria statico-architettonica delle strutture, supportati da un'adeguata Ricerca Scientifica;
2. scegliere preferibilmente metodologie semplici e ripercorribili in altri luoghi (applicando algoritmi riproducibili senza necessità di un particolare software commerciale) e in altri tempi (l'analisi di un edificio monumentale deve essere comprensibile anche a distanza di molti anni, quando presumibilmente i mezzi informatici si saranno evoluti in nuove forme);
3. mantenere sotto controllo le varie fasi dell'analisi, che devono restare comprensibili in ogni aspetto;
4. dichiarare i limiti operativi dei metodi utilizzati;
5. confrontare costantemente le metodologie teoriche con la sperimentazione e con risultati ottenuti con modellazioni e calcoli alternativi: il confronto fra un modello semplice ed uno avanzato permette di definire concretamente il campo di applicabilità del metodo semplificato.

Nel modulo Base di PCM, le aperture consentono già la definizione di archi inseriti nelle pareti murarie; la modellazione architettonica e l'esecuzione dell'analisi cinematica possono quindi rappresentare efficacemente la geometria reale per un'ampia casistica di edifici.

L'add-in ECS potenzia il campo applicativo di PCM consentendo lo studio del comportamento strutturale in presenza di elementi storici e monumentali anche nell'ambito delle analisi globali (modali, lineari e pushover), ed estendendo le funzionalità dell'analisi cinematica.

Le principali funzioni di ECS sono le seguenti: in Analisi cinematica:

- meccanismo a 4 cerniere; cinematisimo generico (con moltiplicatore di collasso noto).

In Analisi globale (modale, lineare, pushover):

- modellazione degli archi a blocchi oppure a blocchi e giunti;
- colonne in pietra e pilastri murari analizzati con controlli sia di tipo geometrico, seguendo la teoria di Heyman, sia sulla resistenza, attraverso lo studio della pressoflessione deviata;
- modellazione ed analisi di torri e campanili (strutture murarie a prevalente sviluppo verticale).

Fra le caratteristiche operative complementari di ECS è proposta la gestione di sezioni qualsiasi, particolarmente importante per i pilastri monumentali e per la modellazione delle torri.

## SOMMARIO

In questo Manuale si trattano le metodologie di analisi relative agli elementi costruttivi storici e monumentali implementati in PCM dall'estensione ECS: archi; pilastri in muratura; torri e campanili.

Per gli archi, vengono presentati i modelli a blocchi murari e giunti e a soli blocchi.

Seguono: la trattazione dei beam curvi 3D, utilizzati per la modellazione degli elementi curvi (i blocchi, o conci, dell'arco), ed una sintesi delle principali tipologie edilizie contenenti strutture ad arco.

Per i pilastri murari vengono quindi illustrate la discretizzazione in conci, e le modalità di verifica con controlli sia di tipo geometrico, seguendo la teoria di Heyman, sia sulla resistenza, attraverso lo studio della pressoflessione deviata.

Completano il Manuale le procedure di validazione delle metodologie originali introdotte in ECS, e l'elenco degli esempi di riferimento finalizzati all'illustrazione e alla validazione delle funzionalità descritte ai punti precedenti.

Nel testo le funzionalità attribuite a PCM si intendono riferite all'ambiente PCM fornito di estensione ECS.

## 1. ARCHI

Nei paragrafi seguenti vengono presentate le due tecniche di modellazione a blocchi e giunti e a soli blocchi; seguono: una descrizione delle modalità di schematizzazione degli elementi beam curvilinei, ed una sintesi delle principali tipologie edilizie dove la modellazione degli archi assume particolare importanza.

### 1.1. MODELLO A BLOCCHI E GIUNTI

Il sistema 'blocchi (=conci)-giunti' si propone come tecnica di modellazione dettagliata. Vengono colti i comportamenti nel piano e fuori piano, con la massima precisione possibile relativamente alla formazione delle cerniere laddove insorgono sollecitazioni di trazione non consentite dal materiale.

A questo modello può corrispondere un elevato numero di nodi e aste, in dipendenza dal numero di conci con cui l'arco viene discretizzato. Questa tecnica, di per sé idonea per qualsiasi arco, è quindi consigliabile soprattutto per studi approfonditi su sottostrutture, mentre per i modelli più complessi può essere vantaggiosa la modellazione a soli blocchi (alla quale è dedicato il paragrafo 1.2).

Entrambe assicurano un'appropriata rappresentazione strutturale dell'arco. Il modello a blocchi e giunti può essere preferito per la definizione fisica dei giunti e per la possibilità di distinguere nettamente i due materiali (l'elemento lapideo e la malta), mentre nel modello a soli blocchi l'omogeneizzazione ad un solo materiale può richiedere una più attenta valutazione delle proprietà meccaniche dello stesso.

La modellazione a blocchi e giunti, illustrata in dettaglio in [1], è stata ulteriormente perfezionata attraverso alcuni miglioramenti [2], fra cui:

- la modellazione dei blocchi con elementi monodimensionali (beam) ad asse curvo anziché rettilineo, in modo da garantire una schematizzazione del giunto effettivamente aderente alle dimensioni reali in tutta la sua profondità;
- la correzione del vincolamento statico al passo iniziale della pushover, qualora sotto i soli carichi verticali alcuni giunti risultino in trazione eccessiva.

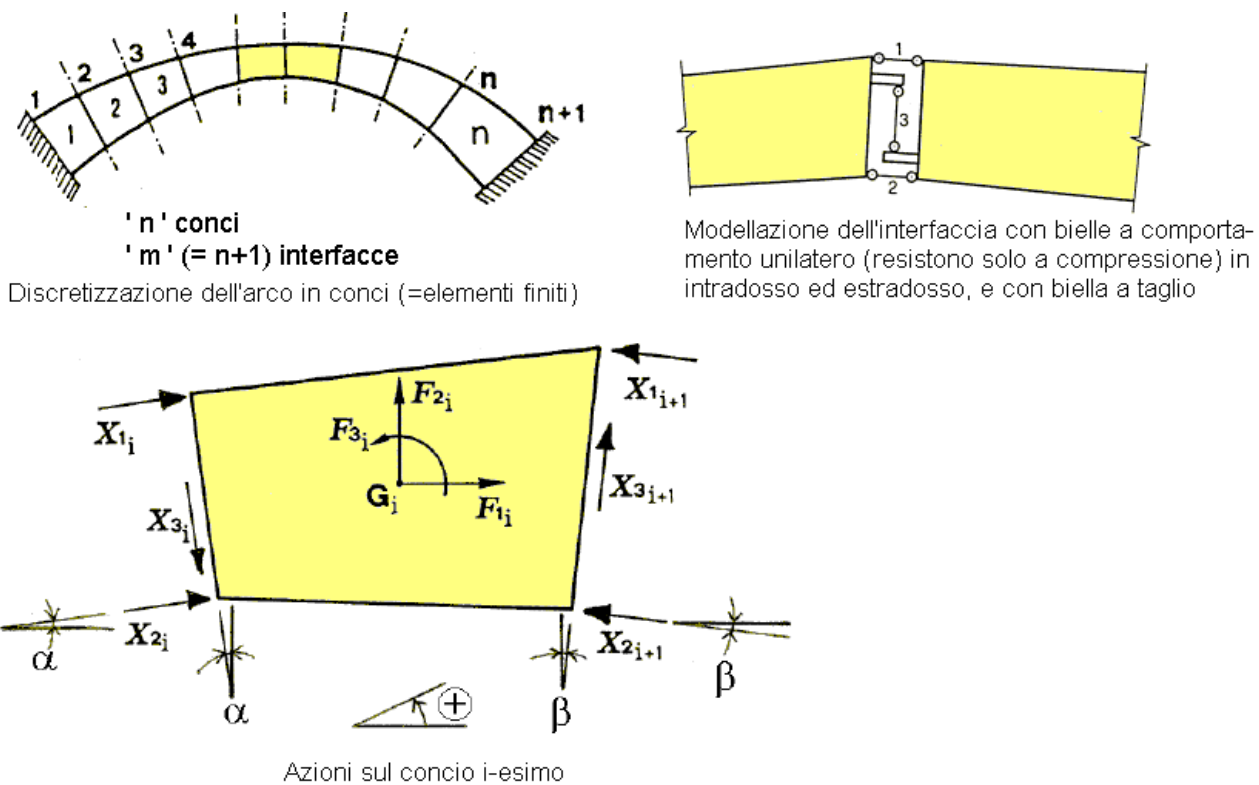
Secondo l'approccio di analisi limite, l'arco può essere in sé studiato come sistema rigido-fragile, operando a favore di sicurezza; in questo tipo di modellazione, illustrato in [3] e diffusamente applicato in ambito



professionale per analisi statiche e sismiche [4] [5], l'arco incastrato è schematizzato come insieme di conci rigidi collegati in ogni interfaccia da 3 bielle, 2 normali e una a taglio.

La generalizzazione di questo schema al caso di sistemi di archi presenta notevole difficoltà, ed in pratica esso non può essere usato in modo diretto nell'ambito di modelli complessi che, oltre agli archi, tengano conto anche delle strutture adiacenti o di imposta (muri, pilastri, sottostanti e sovrastanti). Nella formulazione originaria degli algoritmi di comportamento rigido-fragile delle strutture ad arco si prescinde dall'elasticità e quindi non è possibile eseguire analisi modali né tener conto della non linearità come variazione di vincolamento interno. In aggiunta, la formulazione piana non consente analisi fuori piano degli archi, causa l'insorgenza di labilità: è indispensabile, a tal fine, la creazione di un maggior numero di bielle d'interfaccia (al minimo, 8) per gestire correttamente gli sforzi normali nei vertici e i tagli nei due piani dell'interfaccia.

Questa serie di problematiche del metodo potrebbe essere superata attraverso una sua generalizzazione; tuttavia, le analisi agli elementi finiti rendono già disponibili tecniche analoghe, semplici nella loro impostazione, altrettanto efficaci e facilmente riproducibili.



**Fig. 1.1.1.** Modellazione rigido-fragile delle strutture ad arco

In PCM si utilizzano elementi "blocchi" (=conci murari) e "giunti" (giunti di malta).

I **blocchi** sono aste curve (elementi *beam*), di lunghezza pari a quella del concio, ad asse circolare; al fine di ubicare le masse locali dei blocchi nella loro reale posizione baricentrica, ogni blocco viene diviso in due parti uguali: l'interfaccia fra le due parti è quindi baricentrica, ed in essa le due parti di blocco sono connesse rigidamente con incastro interno.

I **giunti** sono aste incastro-cerniera che collegano i vertici dell'interfaccia del concio precedente a quelli corrispondenti del concio successivo, secondo lo schema illustrato in fig. 1.1.2. L'incastro fornisce continuità

con l'interfaccia del concio precedente; la cerniera consente la trasmissione di taglio e sforzo normale. I giunti sono ricollegati al nodo di vertice del blocco attraverso collegamenti rigidi (links). Per ogni interfaccia ci sono 4 giunti, ognuno dei quali rappresenta quindi un quarto di volume ( $1/4$  di area di interfaccia x lo spessore del giunto).

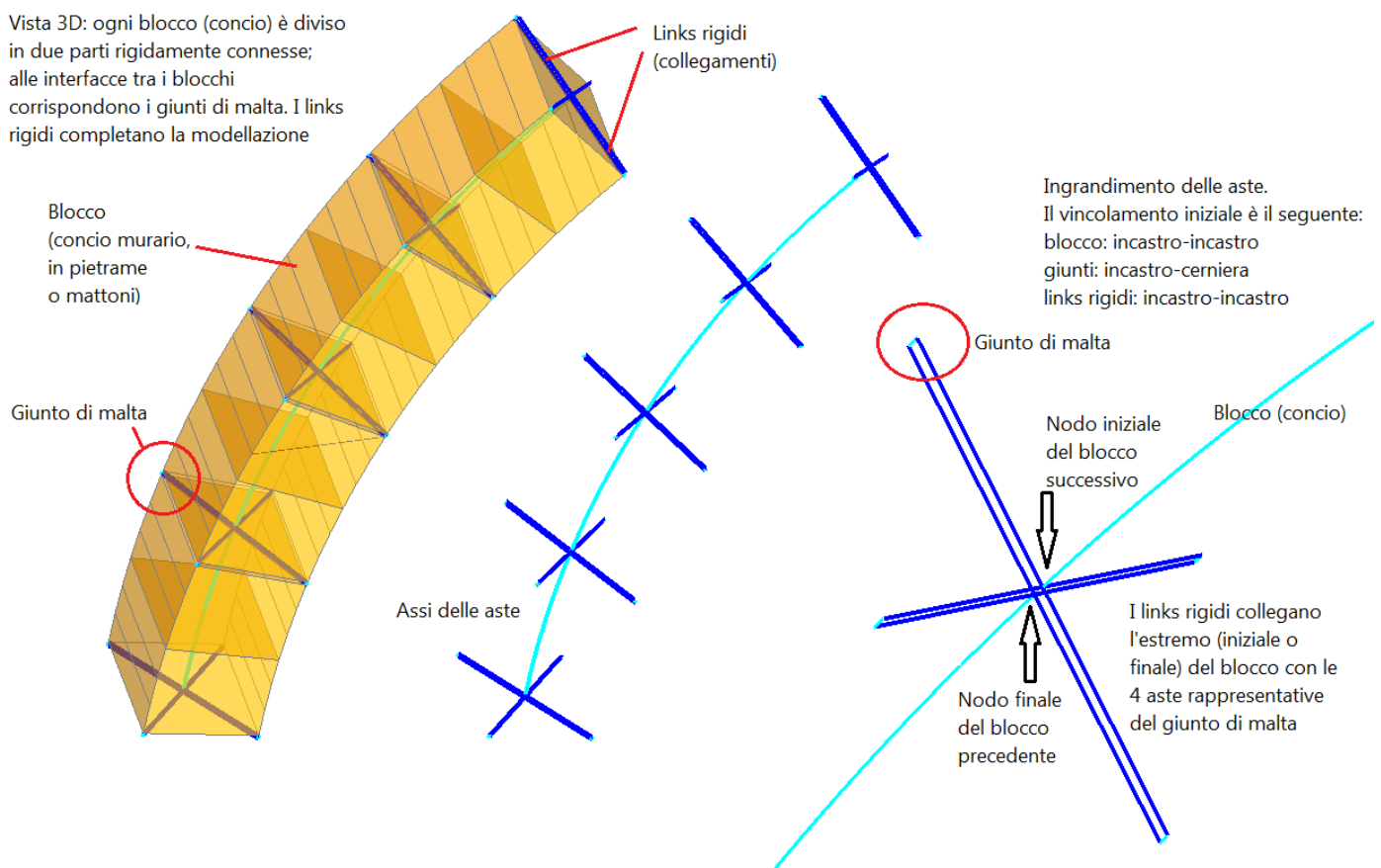
Le aste dei blocchi sono in materiale 'pietra'; quelle dei giunti, in 'malta'.

I **links** sono aste senza peso proprio, infinitamente rigide.

Questo sistema trasmette sforzo normale, taglio e momento fra un blocco e l'altro, per azioni sia nel piano sia fuori piano, ed ha il grande vantaggio di essere definito attraverso l'utilizzo di soli elementi monodimensionali, quindi di fatto riproducibili con qualsiasi solutore tradizionale ad elementi finiti.

Sottoponendo la struttura ad analisi non lineare (pushover), ad ogni passo del procedimento incrementale per ogni elemento giunto viene controllato lo sforzo normale: se si manifesta trazione, si introduce uno svincolamento interno a deformazione assiale che impedisce la trasmissione di sforzo normale e, contemporaneamente, una cerniera al vertice incastrato, in modo che l'elemento perda ogni rigidità: le azioni interne permangono da questo punto in poi stazionarie sul valore fin qui raggiunto.

La crisi nel giunto corrisponde alla formazione di una cerniera sul lato opposto. In caso di resistenza a trazione nulla, alla cerniera corrisponde la tangenza della curva delle pressioni alla superficie esterna dell'arco (estradosso o intradosso).



**Fig. 1.1.2.** Elementi finiti 'blocchi', 'giunti', 'links' (aste rigide di collegamento)

Durante il proseguimento della procedura incrementale, il progressivo deterioramento dei giunti condurrà, ad un certo passo, ad una configurazione labile, che segna la fine del diagramma forza-spostamento. In corrispondenza di questo stato ultimo può essere calcolato il moltiplicatore di collasso.

Questa procedura, che presuppone la capacità di mantenere gli sforzi nel giunto dopo la sua degradazione vincolare (comportamento 'duttile'), ha la caratteristica di cogliere agevolmente una soluzione equilibrata e compatibile con le caratteristiche di resistenza del materiale.

Essa può essere applicata con resistenza a trazione  $f_{tm}$  nulla oppure con resistenza a trazione finita: nel caso di  $f_{tm}$  nulla, è possibile un confronto diretto con la procedura rigido-fragile seguita in analisi limite. Con  $f_{tm} > 0$  si conseguono moltiplicatori di collasso superiori, ed è possibile evitare sottostime della capacità antisismica della struttura.

Ad ogni passo dell'analisi pushover possono essere inoltre eseguite per ogni blocco, a favore di sicurezza, la verifica a compressione e la verifica a taglio (attrito). Per quanto riguarda la compressione, il superamento del limite di resistenza del materiale segna un collasso per sforzo normale, e quindi l'introduzione di uno svincolamento interno per deformazione assiale. Relativamente all'attrito, se il rapporto fra sforzo normale di compressione e taglio supera il coefficiente d'attrito previsto per il materiale, l'asta corrispondente al blocco viene degradata a biella, e diviene così capace di trasmettere solo sforzo normale. In caso di verifica non soddisfatta per compressione o per attrito, nell'analisi pushover implementata in PCM e caratterizzata da curve di degrado successive, viene elaborata una nuova sottocurva (diversamente dalla trazione, la compressione e l'attrito corrispondono a crisi di tipo fragile).

Si osservi che l'elevato valore del modulo di elasticità della pietra rispetto alla malta (un esempio: 75 volte superiore, assumendo per la pietra 50 000 MPa e per la malta 660 MPa) determina la concentrazione della deformabilità nei giunti, assimilando di fatto i conci a blocchi rigidi: la loro verifica a compressione è in ogni caso cautelativa; la crisi per attrito (slittamento dei conci) può talvolta essere ritenuta non significativa. In PCM, opportune proprietà dell'elemento consentono la scelta delle verifiche da effettuare.

Oltre alla resistenza a trazione propria dei giunti di malta, è inoltre possibile considerare una capacità di resistenza a trazione fornita da un sistema di rinforzo, che può essere:

- di tipo passivo, ad esempio con fibre FRP che possono interessare l'intera superficie di estradosso o intradosso oppure solo una porzione dell'arco;
- o di tipo attivo, come nel caso dell'arco armato, dove la stabilizzazione dell'arco viene conseguita tramite un'azione di precompressione esercitata da trefoli in acciaio, volta a ricentrare la curva delle pressioni.

E' interessante osservare che la struttura ad arco può presentare giunti sottoposti a trazione eccessiva, e quindi cerniere, sotto l'azione dei soli carichi statici. Ciò significa semplicemente che la struttura è in equilibrio sotto l'azione dei carichi verticali con un minore grado di iperstaticità. Per questo motivo, la procedura di elaborazione prevede una fase autocorrettiva nell'analisi di gravità al passo iniziale della pushover. Il vincolamento interno dei giunti viene modificato (diminuendo le iperstaticità) iterativamente fino a trovare una configurazione statica dove non sono più rilevate ulteriori lesioni: questa diviene la struttura di riferimento per il passo iniziale della pushover. Ad ogni passo delle iterazioni statiche viene degradato il giunto che presenta la trazione più sfavorevole.

Per particolari geometrie o sotto particolari carichi, è possibile che non esista una soluzione statica accettabile: evidentemente, ciò corrisponderebbe ad una vulnerabilità sismica molto elevata, non essendo sostenibile teoricamente alcuna azione orizzontale sismica. Al di là della situazione sismica, il problema in tal caso è di natura statica: di fronte a ciò, è necessario un intervento anche nei confronti della normale agibilità della struttura.

Analogamente a quanto seguito in analisi limite [4], la suddivisione in conci può essere fisica o matematica: le applicazioni dimostrano che la soluzione viene colta in maniera soddisfacente anche senza una suddivisione troppo fitta. La corrispondenza fra mesh e reali dimensioni dei conci potrà quindi essere effettiva o meno a seconda del contesto.

L'analisi non lineare applicata ai sistemi blocchi-giunti può essere seguita direttamente dalla verifica dell'oscillatore monodimensionale equivalente, secondo il consueto percorso delle analisi pushover; questa metodologia è senz'altro appropriata quando l'arco è incluso, insieme ad eventuali altri archi o volte, in un fabbricato sottoposto ad analisi.

Qualora invece l'elemento strutturale ad arco o la porzione di edificio in cui l'arco è incluso sia analizzato come sottostruttura, ad esempio dopo aver suddiviso un edificio monumentale in macroelementi, è possibile applicare in alternativa la verifica di sicurezza cinematica proposta dalla Normativa vigente (analisi dei meccanismi locali di collasso in edifici esistenti in muratura) [7] [8]. In tal caso, il moltiplicatore di collasso viene ricercato non come il minimo moltiplicatore cinematico, ma come il massimo moltiplicatore statico, facendo riferimento alla forza massima sostenibile evidenziata dal diagramma forza-spostamento prodotto dall'analisi pushover.

## **1.2. MODELLO A SOLI BLOCCHI**

I modelli 3D degli edifici in muratura presentano frequentemente un elevato grado di complessità; la presenza di numerosi archi può rendere la schematizzazione particolarmente onerosa.

I modelli a blocchi e giunti generano per ogni blocco 12 aste (8 link + 4 giunti), con 8 nodi, e 1 nodo di interfaccia, aggiuntivi rispetto ai modelli a soli blocchi. Con riferimento alla fig. 1.2.1, per un elemento architettonico ad arco architettonico suddiviso in 11 conci (=12 interfacce), si ottengono: nel modello a soli blocchi: 56 aste e 47 nodi, nel modello a blocchi e giunti: 200 aste e 155 nodi. In questo semplice esempio, l'incremento del numero di nodi e aste è elevato (oltre 3 volte), ed è quindi evidente come nei modelli complessi degli edifici la schematizzazione a soli blocchi può essere preferibile.

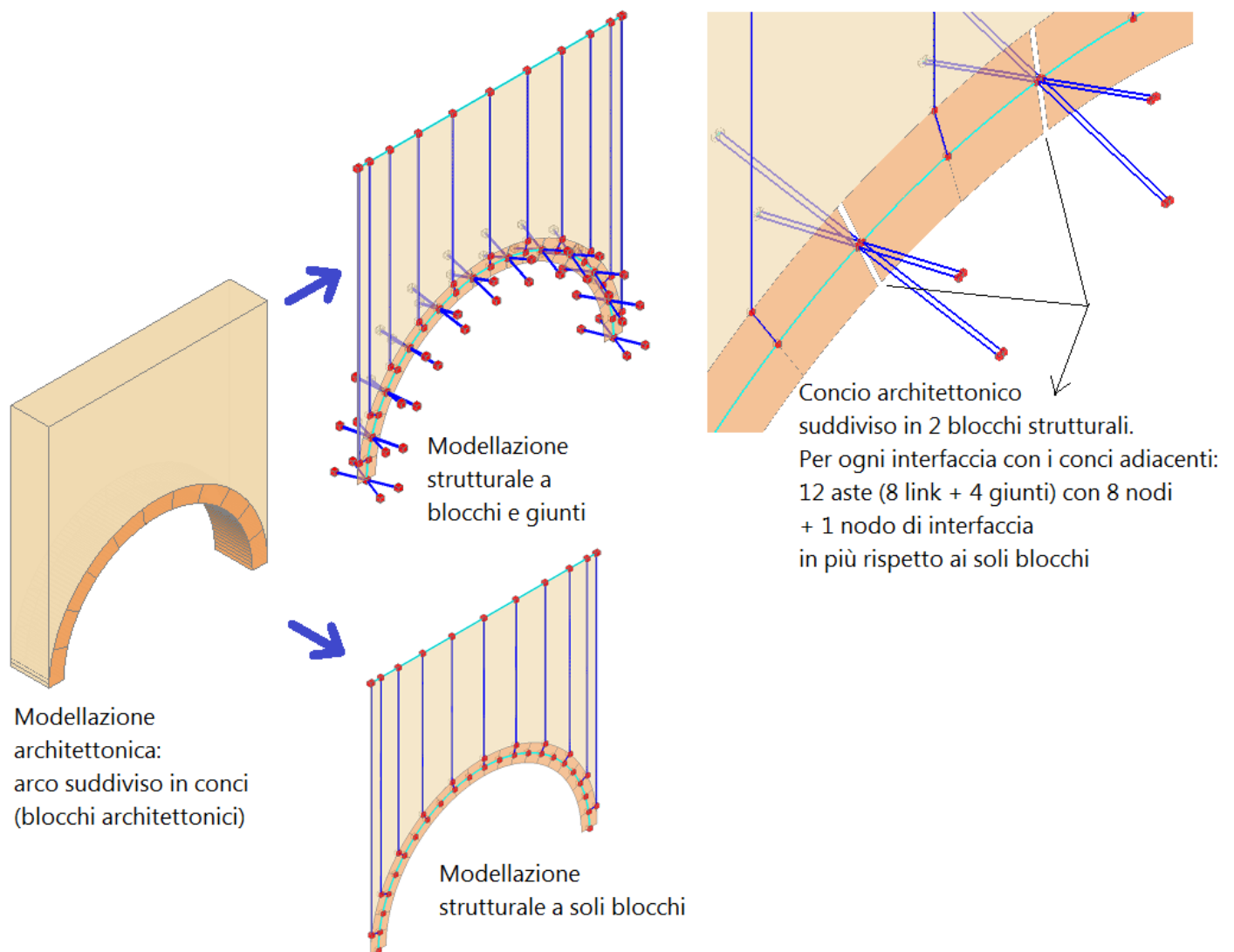
Per consentire un utilizzo appropriato della modellazione semplificata a soli blocchi, occorre definire adeguate procedure di verifica degli elementi strutturali in modo da ottenere una soluzione compatibile con modellazioni più raffinate.

I blocchi sono aste curve (beam 3D), che, in assenza di giunti, vengono internamente incastrate tra loro in corrispondenza delle interfacce. Facendo riferimento ad un materiale di tipo 'blocchi e giunti', restano comunque definiti tutti i parametri meccanici, compresa la resistenza a trazione, identificata con la resistenza dei giunti (anche se nel modello a soli blocchi i giunti materialmente sono assenti).

Sottoponendo la struttura ad analisi non lineare (pushover), ad ogni passo del procedimento incrementale, per ogni elemento blocco viene effettuato un controllo sulla posizione della curva delle pressioni: laddove questa fuoriesce, qualora la trazione corrispondente superi le capacità del materiale (resistenza a trazione) o del rinforzo eventualmente presente, la verifica di sicurezza risulta non più soddisfatta. A questo punto, viene inserita una cerniera che impedisce nei passi successivi la modifica del momento flettente. La posizione della curva delle pressioni resterà sostanzialmente invariata; alcune lievi modifiche potranno dipendere dalla variazione dello sforzo normale per effetto delle forze incrementali orizzontali, variazione generalmente poco significativa.

Un aspetto più delicato per la modellazione a soli blocchi riguarda l'assetto statico, che in una analisi pushover corrisponde al passo iniziale.

Analogamente al sistema blocchi-giunti, viene applicata una procedura iterativa, inserendo uno svincolamento interno (cerniera) laddove la posizione della curva delle pressioni evidenzia una verifica non soddisfatta a trazione. Ad ogni passo, la correzione viene effettuata sul blocco che presenta la minor sicurezza. La cerniera da sola, tuttavia, non appare sufficiente: infatti, nella riesecuzione dell'analisi statica, al passo successivo, il momento in corrispondenza di questa interfaccia si annullerebbe. Si noti bene che le iterazioni della procedura statica sono volte a determinare una configurazione vincolare interna compatibile con le condizioni al contorno (ad esempio: la curva delle pressioni interna alla geometria dell'arco, in caso di resistenza a trazione nulla), e quando viene corretto un elemento la struttura viene nuovamente risolta sotto l'azione del carico agente; diversamente dall'analisi di spinta (pushover), non vi è quindi una procedura incrementale.



**Fig. 1.2.1.** Confronto fra modellazioni a blocchi-giunti e soli blocchi

Pertanto, per assicurare il rispetto delle condizioni al contorno, l'inserimento della cerniera viene accompagnato dalla definizione automatica di due momenti a lato della cerniera stessa in grado di assicurare la corretta posizione della curva delle pressioni. Il sistema (cerniera statica)+(momenti uguali e opposti ai due lati della cerniera) garantisce quindi il rispetto dell'equilibrio (le coppie aggiunte sono

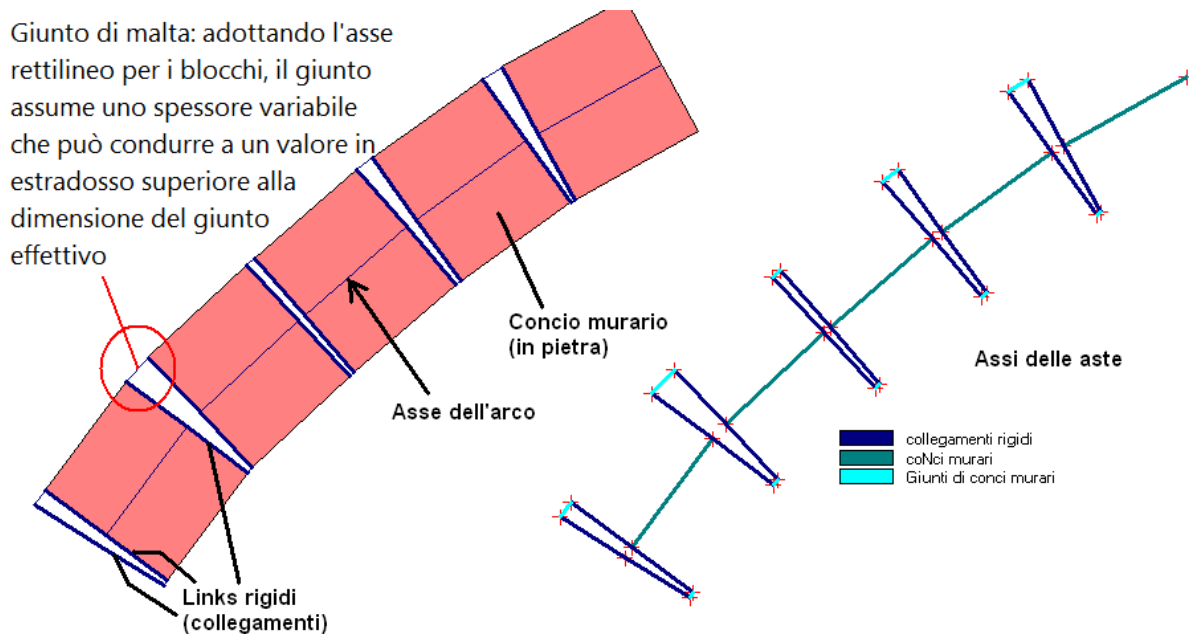
autoequilibrate) e delle condizioni al contorno (la ricerca di una curva delle pressioni compatibile con la forma geometrica dell'arco e con la resistenza a trazione del materiale e degli eventuali rinforzi). Eseguendo più iterazioni statiche, cioè inserendo più cerniere, in alcuni casi si raggiunge la labilità della struttura: ciò significa che non esiste alcuna configurazione statica ammissibile, e non è quindi teoricamente sostenibile alcuna azione orizzontale sismica.

Come già osservato nel paragrafo precedente, le verifiche a compressione e a taglio (attrito) possono completare l'analisi della sicurezza dell'arco. Tutte le altre considerazioni, relative alla presenza di rinforzi attivi o passivi e allo svolgimento della verifica di sicurezza in analisi pushover, già illustrate per il modello a blocchi-giunti, valgono anche per la modellazione a soli blocchi. Come accennato in §1.1, una particolare attenzione per i modelli a soli blocchi dovrà essere riservata alla definizione dei parametri meccanici del materiale, che diviene in tal caso un materiale composto (mentre nel sistema blocchi-giunti è possibile scindere nettamente le proprietà meccaniche della muratura dell'arco nei suoi due materiali componenti).

### 1.3. L'ELEMENTO ARCO NEL MODELLO 3D: BEAM CURVO

I blocchi murari degli archi sono elementi curvi: la loro modellazione come aste monodimensionali dovrebbe quindi tenere conto dell'asse curvilineo.

In linea di principio, data la suddivisione degli archi in un certo numero di conci, ogni blocco ha uno sviluppo angolare limitato e la sua approssimazione con un'asta rettilinea può condurre a risultati sufficientemente corretti. Nella formulazione originaria del sistema blocchi-giunti [1] i blocchi sono stati modellati con aste rettilinee (fig. 1.3.1.).



**Fig. 1.3.1.** Sistema blocchi-giunti con blocchi definiti mediante aste rettilinee (da [1])

La modellazione con elementi curvi fornisce alcuni indiscutibili vantaggi:

- si possono modellare correttamente archi discretizzati in pochi blocchi;
- si schematizzano sempre correttamente i giunti di malta: si definisce in input una dimensione riferita alla curva di mezzeria (asse) e che nel modello architettonico risulta correttamente ridotta in intradosso e

aumentata in estradosso per effetto delle diverse lunghezze delle circonferenze concentriche (senza errori dovuti alla rettificazione della curva d'arco). Peraltro, gli spessori dei giunti sono piccoli e quindi i valori tra intradosso e estradosso variano pochissimo; nel modello strutturale i giunti sono per semplicità rappresentati da beam rettilinei;

- si migliorano le procedure automatiche di calcolo dei pesi propri: poiché ai blocchi corrisponde un peso specifico in generale superiore rispetto alla malta dei giunti, considerarne il corretto volume genera per l'arco una valutazione più precisa del peso proprio.

In PCM viene implementata la procedura illustrata in [9], cui si rimanda per ogni dettaglio, che definisce la formulazione della matrice di rigidezza per un elemento spaziale curvo, ad asse circolare, in un sistema 3D. Questo elemento beam concorre quindi alla modellazione a telaio equivalente, composta da aste monodimensionali che rappresentano in 3D gli elementi costitutivi di un edificio in muratura, cioè pareti, colonne, travi e archi.

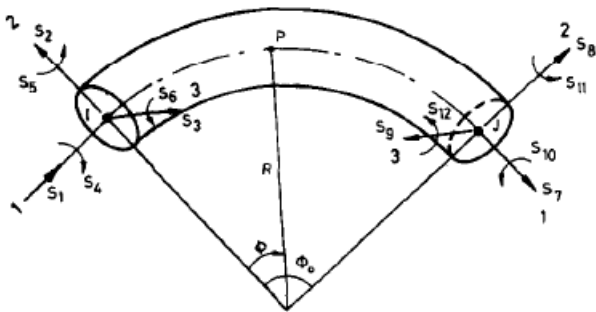


Fig. 1. A curved beam element with coordinates and forces.

**Fig. 1.2.2.** Azioni interne in un beam curvo ad asse circolare (da [9])

La forma circolare dell'asse è in grado di assicurare una buona rappresentazione di varie forme d'arco: il profilo dell'arco ha spesso forma di una circonferenza, oppure è policentrico con più archi di circonferenza raccordati. Altre forme possono comunque essere descritte con l'unione di più archi circolari.

Gli archi circolari sono inoltre trattati in Manuali che riportano le formule valide per un'ampia casistica di vincolamenti e carichi [10]: la disponibilità di sollecitazioni e deformazioni in forma chiusa costituisce un ottimo strumento di confronto e validazione per le procedure ad elementi finiti.



## 1.4. TIPOLOGIE STRUTTURALI

Gli archi in muratura sono presenti negli edifici in alcune configurazioni tipiche:

- aperture in pareti murarie: porte o finestre con arco sovrastante (fig. 1.4.1); nei casi di questo tipo l'arco connette i maschi murari adiacenti;



**Fig. 1.4.1.** Aperture ad arco in pareti murarie

- archi impostati su pilastri murari o colonne in pietra: caso tipico sono gli archi nei porticati (fig. 1.4.2);



**Fig. 1.4.2.** Archi in un porticato

- aperture ad arco che sostengono pareti murarie sovrastanti: in questi casi, l'asse degli elementi portanti verticali murari superiori insiste su un arco sottostante (fig. 1.4.3);





**Fig. 1.4.3.** Pareti murarie in elevazione che insistono su archi sottostanti

- elementi portanti di volte: ad esempio, nelle volte a crociera gli archi diagonali ed i perimetrali costituiscono le strutture portanti principali; gli archi diagonali sono frequentemente evidenziati come nervature nella superficie voltata. Negli edifici monumentali le volte a crociera con nervature sono spesso impostate su pareti perimetrali costituite a loro volta da archi (fig. 1.4.4).

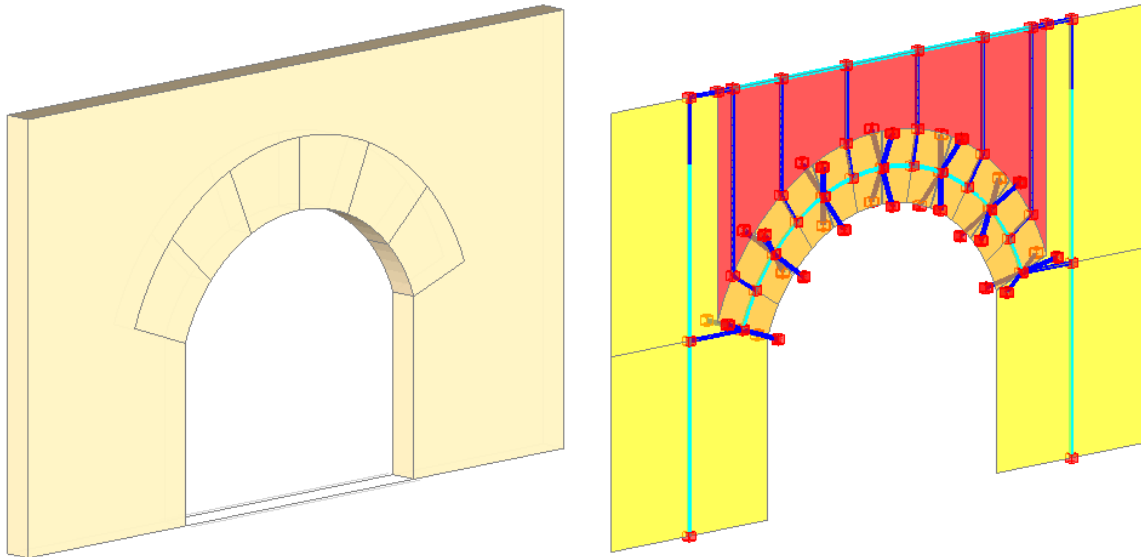


**Fig. 1.4.4.** Archi diagonali in una volta a crociera

La modellazione geometrica consentita da PCM permette la descrizione appropriata delle varie casistiche. L'arco può essere definito come forma dell'apertura entro una parete muraria, oppure come elemento strutturale a sé stante; i collegamenti con i maschi e/o i pilastri murari (colonne), su cui l'arco si imposta, realizzano il vincolo con le strutture adiacenti.

Le aste che rappresentano l'arco nella modellazione strutturale devono tenere conto non solo della geometria, ma anche della ripartizione dei carichi. I carichi permanenti e variabili provenienti da un orizzontamento sovrastante vengono trasmessi all'arco (o alla volta) attraverso i rinfianchi ed il riempimento, cioè le strutture interposte fra la superficie curva dell'arco stesso e l'orizzontamento. PCM propone un'originale soluzione strutturale [2] compatibile con la modellazione a telaio equivalente e

consistente in una serie di montanti rigidi che collegano l'arco alla travata sovrastante. Queste aste vengono create automaticamente a partire dal modello architettonico; nell'ambito delle procedure di validazione viene svolto un confronto fra i carichi direttamente applicati sull'arco e quelli trasmessi all'arco attraverso i montanti rigidi.

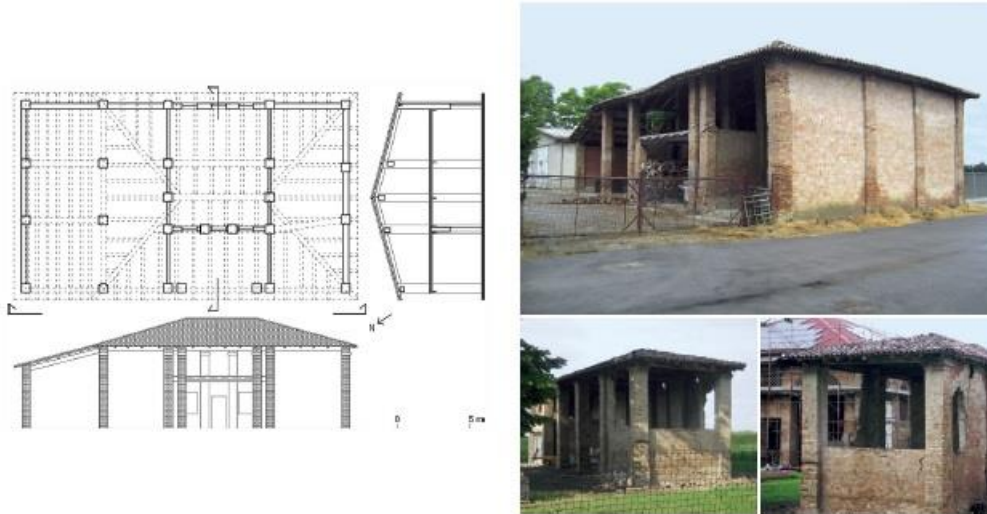


**Fig. 1.4.5.** Arco in PCM: dal modello architettonico al modello strutturale

Seguendo questa modalità, sia il carico definito sul solaio, sia le azioni interne provenienti da eventuali strutture sovrastanti che insistono sull'orizzontamento sopra l'arco (ad es. pilastri, o maschi murari disassati e corrispondenti all'apertura sottostante, cfr. fig. 1.4.3), vengono trasmesse correttamente ed in modo automatico all'arco sottostante. Nel modello strutturale sarà comunque sempre possibile attribuire carichi direttamente all'arco (applicandoli nei nodi dei blocchi).

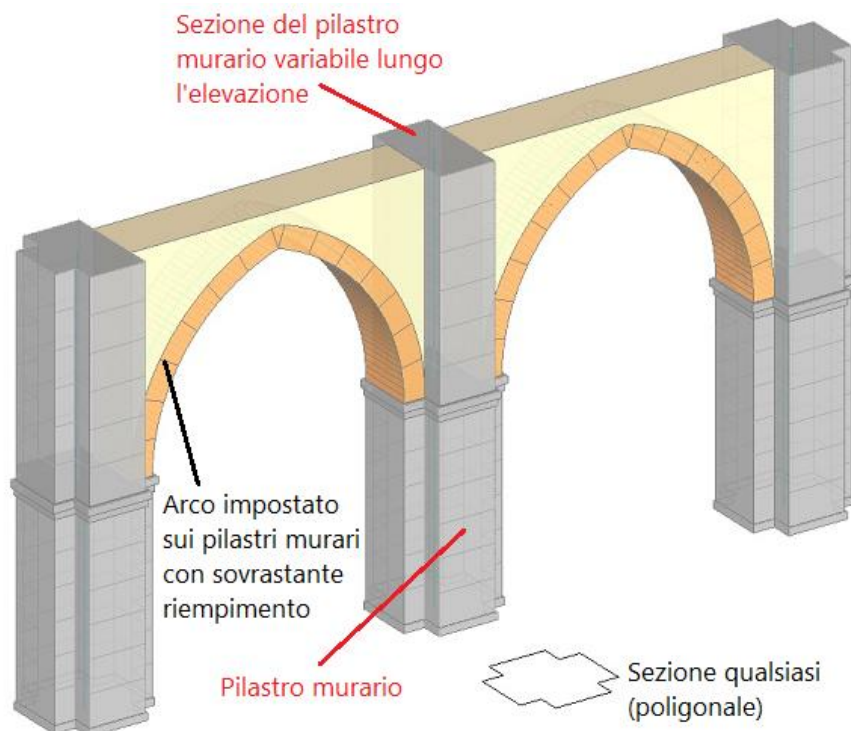
## 2. PILASTRI IN MURATURA

Per 'pilastro in muratura' si intende un elemento portante verticale, che può essere in muratura o in pietra, avente sezione trasversale con forma generica (rettangolare, circolare, poligonale), per il quale le verifiche di sicurezza non possono essere svolte applicando le teorie codificate per le pareti (maschi murari) ma richiedono modelli appropriati.



**Fig. 2.1.** Edificio rurale con pareti e pilastri in muratura (da [11])

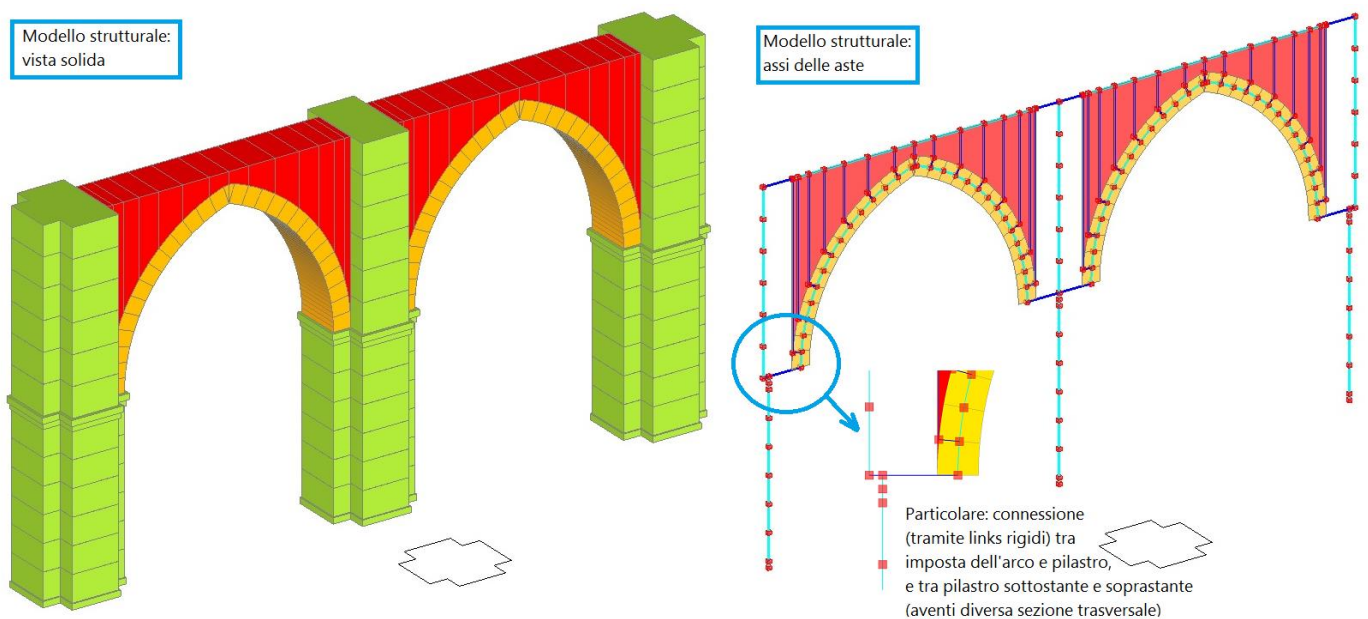
Questi elementi strutturali possono essere presenti in comuni fabbricati, come gli edifici residenziali, e in edifici monumentali, dove spesso colonne di grandi dimensioni sostengono archi e volte.



**Fig. 2.2.** Pilastri in muratura in un edificio monumentale. Modellazione architettonica

I pilastri murari sono generalmente compressi, ma la risultante degli sforzi può essere eccentrica anche sotto i carichi di esercizio verticali: basti pensare ad un arco impostato su un pilastro il cui asse non coincide, in corrispondenza dell'imposta, con il baricentro del pilastro. Gli archi, inoltre, generano spinte che non sempre sono bilanciate da elementi adiacenti; anche in presenza di più archi consecutivi, è possibile che le spinte non si compensino totalmente. Ne deriva quindi la necessità di un'ideale verifica a pressoflessione della sezione trasversale del pilastro.

In PCM i pilastri in muratura vengono rappresentati da elementi *beam* corrispondenti ai conci (o blocchi). Un aspetto importante riguarda il materiale da considerarsi per questa tipologia, in particolare per le colonne a conci in pietra. A causa della suddivisione in conci, infatti, si forma un comportamento d'insieme tra pietra e malta, simile alla muratura. Tuttavia, spesso si rilevano grandi blocchi di pietra con sottili sigilli di malta di ottima qualità, il che suggerisce che le proprietà siano poco ridotte rispetto quelle della sola pietra.



**Fig. 2.3.** Modellazione strutturale in PCM

Analogamente agli archi, il pilastro potrebbe essere modellato col sistema blocchi-giunti: definendo tuttavia solamente blocchi, la modellazione si semplifica e resta comunque adeguatamente inquadrata la verifica a pressoflessione del pilastro; la differenza del comportamento strutturale fra arco e pilastro giustifica la diversa scelta nella modellazione.

In PCM, la tipologia di materiale 'blocchi e giunti' consente la definizione dei corretti parametri meccanici, compreso il coefficiente di attrito che - ove specificato non nullo - determina la verifica ad attrito.

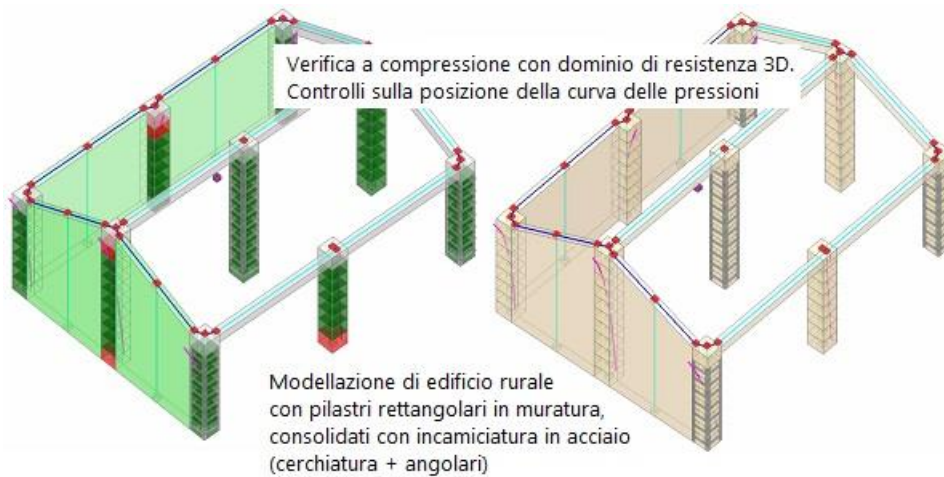
La verifica a pressoflessione del 'pilastro murario' viene infatti affiancata dal controllo a taglio per attrito: in base al coefficiente d'attrito  $f$ , il taglio non può superare  $fN$ , dove  $N$  è lo sforzo normale.

In PCM, seguendo le teorie del calcolo a rottura, si propongono due modalità di **verifica a pressoflessione**. La prima modalità di **verifica è di tipo geometrico**, e prescinde dalla distribuzione delle tensioni e dalla resistenza a compressione. L'eccentricità del carico verticale può spingere la curva delle pressioni fino al bordo della sezione: questa posizione equivale a considerare una resistenza a compressione infinita. Ciò corrisponde all'ipotesi che la crisi venga raggiunta per perdita di stabilità e non per superamento della resistenza a compressione, così come sostanzialmente indicato dagli studi di Heyman [12].

**Questa modalità ha un'importante limitazione: non può cogliere l'effetto di un intervento che**



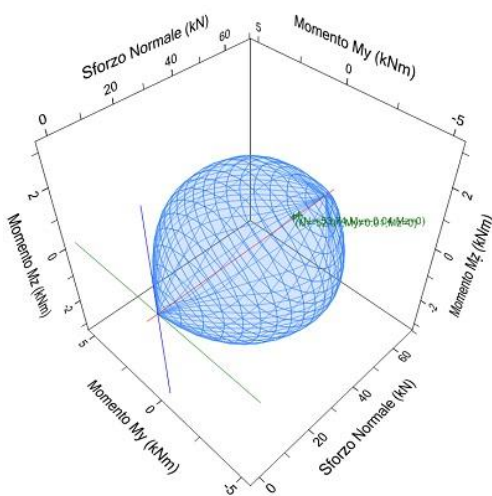
**incrementa la resistenza dell'elemento strutturale.** Ciò non impedisce tuttavia un suo utilizzo appropriato sia nelle valutazioni di vulnerabilità dello Stato di fatto (in assenza di interventi), sia nei progetti dove il consolidamento riguarda altre strutture (p.es. le strutture sovrastanti al pilastro) producendo indirettamente un miglioramento dello stato di sollecitazione del pilastro. Ad esempio, eliminando la spinta trasmessa da un arco sovrastante è possibile ricentrare la curva delle pressioni.



**Fig. 2.4.** Modellazione di un edificio con pilastri in muratura rinforzati in PCM

Può tuttavia essere necessario valutare gli effetti di interventi che incrementano la resistenza a compressione (tipicamente: le cerchiature), o forniscono al pilastro una resistenza a trazione altrimenti assente (es: nastri longitudinali in FRP, angolari in acciaio).

A tal fine è possibile utilizzare una seconda modalità di verifica a pressoflessione, consistente nella **verifica di resistenza**. Poiché le azioni orizzontali in sommità al pilastro possono produrre sollecitazione in entrambi i piani principali di flessione, la verifica di resistenza viene inquadrata nell'ambito della **pressoflessione deviata** attraverso la costruzione del **dominio di resistenza tridimensionale** (superficie di rottura N-My-Mz ) [13], costruito sul modello di comportamento della muratura di tipo stress-block, particolarmente vantaggioso per la gestione operativa delle sezioni qualsiasi (non necessariamente rettangolari).



**Fig. 2.5.** Dominio di resistenza per verifica a pressoflessione di un pilastro murario

Il dominio di resistenza evidenzia per ogni sforzo normale i momenti ultimi, e quindi la possibilità per il

pilastro di sostenere azioni flessionali. I punti rappresentativi dello stato di sollecitazione vengono infatti confrontati con la frontiera del dominio. Trattandosi di una verifica di resistenza, è così possibile calibrare interventi di rinforzo, quali cerchiature e 'armature' longitudinali (nastri in FRP, angolari in acciaio) quantificando in tal modo il miglioramento nel passaggio da Stato Attuale a Stato di Progetto.

Un'importante considerazione riguarda la forma della sezione trasversale. Frequentemente, i pilastri murari sono caratterizzati da sezioni generiche, formate da poligonali (o più in generale polilinee, con tratti rettilinei e curvi), che possono essere definite in PCM come sezioni 'qualsiasi'.

La **gestione delle sezioni qualsiasi** è particolarmente importante per PCM, in quanto nel caso di verifica di tipo geometrico permette di valutare con precisione l'eventuale fuoriuscita della curva delle pressioni dal contorno della sezione; nel caso di verifica di resistenza, il dominio di rottura appositamente costruito per ogni tipo di sezione consente il corretto controllo dello stato di sollecitazione. Per la sezione rettangolare è possibile intervenire sia con la cerchiatura sia con le armature longitudinali; per sezioni generiche (es. circolare, ottagonale) è possibile applicare le cerchiature.

Impilando più pilastri murari con diversa sezione trasversale (standard o qualsiasi), è possibile modellare **pilastri con sezione variabile lungo l'altezza**: in tal modo si descrive ad esempio il caso di un pilastro che si allarga alla base; l'allargamento garantisce infatti stabilità, e dal punto di vista analitico corrisponde al contenimento della curva delle pressioni all'interno del profilo strutturale là dove la curva tende ad allontanarsi dal centro (sotto azioni orizzontali applicate in sommità, il momento flettente aumenta scendendo verso la base).

In definitiva, con PCM è possibile condurre un ampio spettro di considerazioni sulle capacità statiche e sismiche del fabbricato contenente pilastri e colonne in muratura, conseguendo una progettazione calibrata e correttamente supportata dall'analisi strutturale.

## 2.1. INTERVENTI DI RINFORZO

Il consolidamento dei pilastri in muratura può essere finalizzato sia ad incrementare la resistenza a compressione, sia a conferire una capacità a trazione originariamente assente.

Le **cerchiature** esercitano un'azione di confinamento che incrementa sia il carico limite per sforzo normale di compressione sia la duttilità; esse sono particolarmente importanti per pilastri molto compressi (fra cui i casi delle colonne in pietra di grandi edifici monumentali).

Nella Normativa vigente [7] (§C8A.5.7) si fa cenno della cerchiatura dei pilastri in muratura; maggiori dettagli vengono forniti dal testo normativo riguardo ai pilastri in calcestruzzo (§C8A.7.2.2). Fra i due casi (muratura e calcestruzzo) esistono peraltro evidenti analogie, in particolare riguardo agli effetti del confinamento intesi come incremento della resistenza a compressione e della duttilità (deformazione ultima nel diagramma di comportamento del materiale non reagente a trazione).

Circolare 2 febbraio 2009, n. 617 - Istruzioni per l'applicazione delle "Nuove norme tecniche per le costruzioni" di cui al D.M. 14 gennaio 2008:

§ C8A.5. CRITERI PER GLI INTERVENTI DI CONSOLIDAMENTO DI EDIFICI IN MURATURA

§ C8A.5.7 INTERVENTI SU PILASTRI E COLONNE

Tenendo presente che pilastri e colonne sono essenzialmente destinati a supportare carichi verticali con modeste eccentricità, gli interventi vanno configurati in modo da:

- ricostituire la resistenza iniziale a sforzo normale, ove perduta, mediante provvedimenti quali cerchiature e tassellature;
  - eliminare o comunque contenere le spinte orizzontali mediante provvedimenti, quali opposizione di catene ad archi, volte e coperture e, ove opportuno, realizzazione o rafforzamento di contrafforti;
  - ricostituire i collegamenti atti a trasferire le azioni orizzontali a elementi murari di maggiore rigidezza.
- Sono da evitare, se non in mancanza di alternative da dimostrare con dettagliata specifica tecnica, gli inserimenti generalizzati di anime metalliche, perforazioni armate, precompressioni longitudinali ed in generale, salvo i casi di accertata necessità, gli interventi non reversibili volti a conferire a colonne e pilastri resistenza a flessione e taglio, che modificano il comportamento di insieme della struttura.

## § C8A.7. MODELLI DI CAPACITÀ PER IL RINFORZO DI ELEMENTI IN CALCESTRUZZO ARMATO

### § C8A.7.2 INCAMICIATURA IN ACCIAIO

Camicie in acciaio possono essere applicate principalmente a pilastri o pareti per conseguire tutti o alcuni dei seguenti obiettivi:

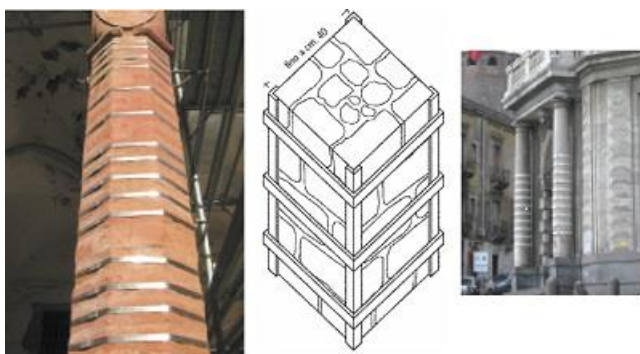
- aumento della resistenza a taglio;
- aumento della capacità deformativa;
- miglioramento dell'efficienza delle giunzioni per sovrapposizione.
- aumento della capacità portante verticale (effetto del confinamento, espressione (C8A.7.6)).

Le camicie in acciaio applicate a pilastri rettangolari sono generalmente costituite da quattro profili angolari sui quali vengono saldate piastre continue in acciaio o bande di dimensioni ed interasse adeguati, oppure vengono avvolti nastri in acciaio opportunamente dimensionati. I profili angolari possono essere fissati con resine epossidiche o semplicemente resi aderenti al calcestruzzo esistente.

Le bande possono essere preriscaldiate prima della saldatura e i nastri presolleccati, in modo da fornire successivamente una pressione di confinamento.

#### § C8A.7.2.2 AZIONE DI CONFINAMENTO

I **rinforzi longitudinali** (lungo lo sviluppo verticale del pilastro) forniscono una resistenza a trazione che incrementa i momenti resistenti e di conseguenza i coefficienti di sicurezza soprattutto se il pilastro è caratterizzato da scarsa o nulla compressione (ad esempio: i pilastri murari di edifici rurali, in genere monopiano: su tali pilastri insiste il carico della sola copertura).



**Fig. 2.1.1.** Cerchiature di pilastri murari (da [5])

Per quanto riguarda i materiali utilizzati nel consolidamento, PCM consente la scelta fra le tre principali tecniche di consolidamento: FRP, CAM, acciaio strutturale.

## FRP

Il confinamento delle colonne in muratura realizzato tramite nastri in FRP è trattato nella Normativa dedicata [15] [16]:

CNR-DT 200 R1/2012 (aggiornamento CNR DT 200/2004): " Istruzioni per la Progettazione, l'Esecuzione ed il Controllo di Interventi di Consolidamento Statico mediante l'utilizzo di Compositi Fibrorinforzati":

### §5.6 CONFINAMENTO DI COLONNE IN MURATURA

ed in alcuni testi specializzati [17].

Con FRP si possono avere sia fasce trasversali (=cerchiatura), sia nastri verticali; la disposizione dei nastri può essere anche tale da riempire la superficie della colonna.

Qualunque sia la disposizione dei nastri, la cerchiatura con FRP ha l'effetto di:

- **incrementare la resistenza a compressione:**  $f_{mcd} = f_{md} + k' * f_{1,eff}$

dove  $f_{mcd}$  è la resistenza a compressione dell'elemento confinato,  $f_{md}$  la resistenza a compressione della muratura non confinata,  $k'$  un coefficiente adimensionale di incremento della resistenza,  $f_{1,eff}$  la pressione efficace di confinamento.

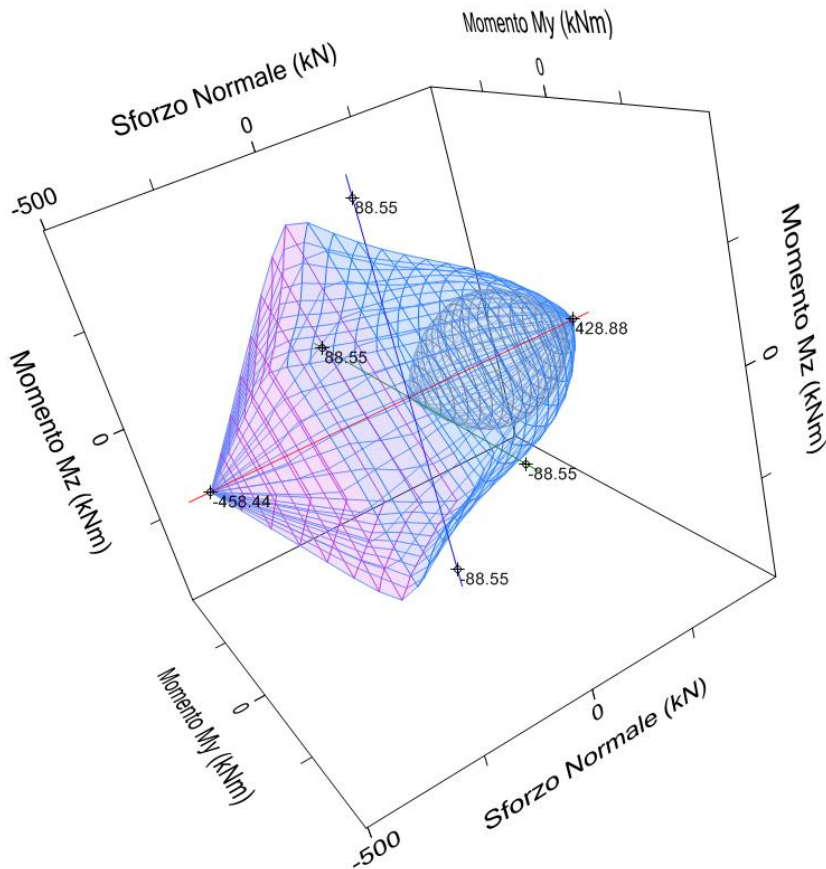
$k'$  è legata alla densità del materiale ( $k'=g_m/1000$ ),  $f_{1,eff}$  è funzione della forma della sezione e delle modalità di intervento: nella sua definizione si utilizzano fra l'altro due coefficienti,  $K_H$  e  $K_V$ , detti coefficienti di efficienza rispettivamente orizzontale e verticale; ciò determina l'espansione del dominio di resistenza nella zona di maggiore compressione;

- **incrementare la deformazione ultima della muratura:**

$$\varepsilon_{mu} = 0.0035 + 0.015 * \sqrt{(f_{1,eff} / f_{md})}$$

formula che le CNR DT200/2012 forniscono per il calcestruzzo (cfr. §4.5.3: Duttività di elementi pressoinflessi confinati con FRP) e che può essere estesa alla muratura, come illustrato anche nelle Linee Guida CAM (Calcolo dell'aumento di duttilità della muratura confinata mediante il CAM).





**Fig. 2.1.2.** Dominio di resistenza con superfici relative ai due casi con e senza rinforzo, con cerchiatura e nastri longitudinali in FRP

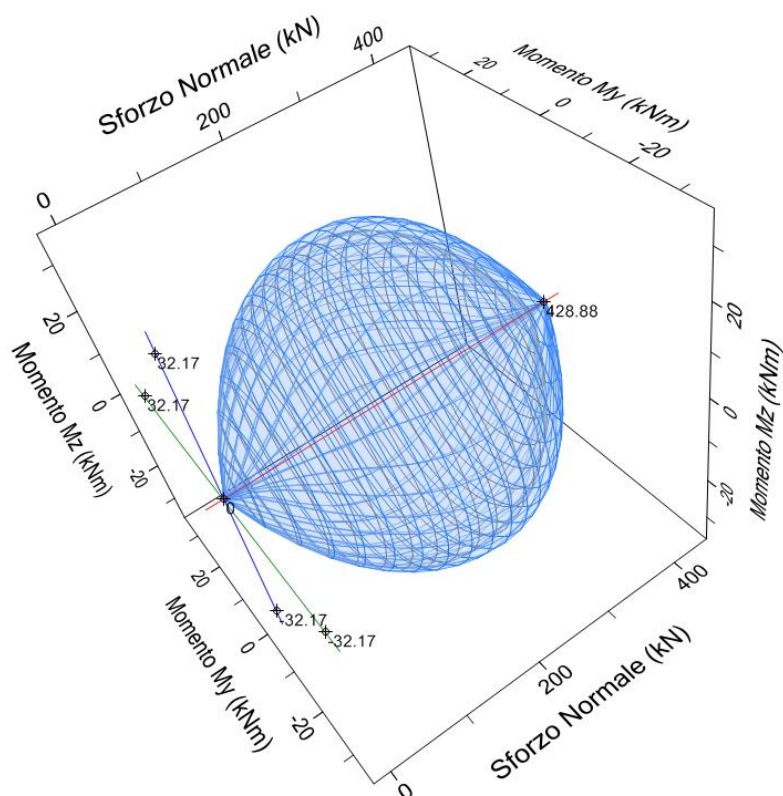
La presenza dei nastri longitudinali fornisce inoltre alla sezione una capacità resistente a trazione che espande il dominio di resistenza nella zona di scarsa compressione. In PCM si ipotizza che i nastri longitudinali siano ancorati, e dunque la deformazione di progetto corrisponde alla rottura per trazione.

Con i nuovi valori di: resistenza a compressione - deformazione ultima della muratura - capacità resistente a trazione delle fibre, viene generato il dominio di resistenza allo Stato di Progetto, che presenterà un incremento dei coefficienti di sicurezza corrispondenti agli stati di sollecitazione previsti.

Si tratta di effetti molto evidenti nei grafici tridimensionali dei domini di resistenza, dove PCM propone, insieme alla superficie corrispondente al pilastro consolidato, quella del pilastro stesso nella situazione originaria (sola muratura non rinforzata).

In fig. 2.1.2 è rappresentato il dominio di resistenza di un pilastro consolidato con cerchiature e nastri longitudinali in FRP. La zona colorata in rosa evidenzia la parte del dominio caratterizzato da rottura per trazione (sforzo normale di trazione), quella in celeste la rottura per compressione della muratura. Il nocciolo interno (in colore grigio) si riferisce al pilastro non consolidato, caratterizzato ovviamente dalla sola rottura per compressione. Per i pilastri poco compressi, come può aversi ad esempio nell'edificio di fig. 2.4, gli stati di sollecitazione sono rappresentati da punti situati in corrispondenza del nocciolo originario nella zona di bassi valori dello sforzo normale: come si vede in fig. 2.1.2, la presenza delle fibre aumenta considerevolmente, in tale zona, il valore dei momenti resistenti.

Meno rilevante è il miglioramento a compressione dovuto alla cerchiatura: per evidenziarlo, si è generato il dominio per la medesima sezione rinforzata con sola cerchiatura (fig. 2.1.3).



**Fig. 2.1.3.** Dominio di resistenza con superfici relative ai due casi con e senza rinforzo, con sola cerchiatura

Il nocciolo ottenuto mediante il rinforzo è assai vicino al nocciolo originario, tuttavia si evidenzia in modo chiaro il miglioramento nella zona delle alte compressioni, ed in particolare l'aumento dello sforzo normale di compressione massimamente sostenibile.

## CAM

Le formulazioni riportate in §C8A.7.2.2 e nelle Linee Guida per FRP sono alla base della teoria adottata anche per lo studio del confinamento con il sistema CAM, che riguarda l'applicazione di nastri in acciaio inox [18]: EdilCAM Sistemi: "Linee Guida – Cuciture attive per la muratura. Procedura generale per la progettazione, modellazione, calcolo e verifica di edifici in muratura rinforzati con il sistema di cucitura attiva CAM": §5.3 SCHIACCIAMENTO (ISTRUZIONI CNR DT200/2004)

Anche con questa tecnica, gli effetti ottenuti consistono nell'incremento di resistenza a compressione e di deformazione ultima.

## Acciaio strutturale

L'intervento più tradizionale viene effettuato con l'Acciaio strutturale.

La cerchiatura viene realizzata con bande in acciaio (calastrelli), che possono essere solidarizzate ad angolari correnti lungo lo sviluppo verticale della colonna (ai 4 spigoli, per sezioni rettangolari).

Relativamente ai fattori di efficienza  $K_H$  e  $K_V$ , orizzontale e verticale, questi coincidono con i corrispondenti fattori di efficienza nella sezione e lungo l'elemento  $\alpha_n$  e  $\alpha_s$  definiti in §C8A.7.2.2 per il confinamento di

pilastrini in c.a.

Per quanto riguarda il calcolo dell'incremento di resistenza e di deformazione ultima, le formule adottate per i pilastrini in calcestruzzo differiscono dal caso dei pilastrini in muratura, per i quali la formulazione è aderente alle Linee Guida sui rinforzi per le murature (FRP, CAM).

Analogamente al rinforzo dei pilastrini in calcestruzzo, i profili angolari possono essere fissati con resine epossidiche o semplicemente resi aderenti alla muratura esistente.

Le modalità di calcolo sono analoghe ai sistemi precedenti, ed anche con questa tecnica gli effetti ottenuti consistono nell'incremento di resistenza a compressione e di deformazione ultima, nonché nella capacità resistente a trazione nel caso di presenza di angolari.

### 3. TORRI E CAMPANILI

L'analisi di vulnerabilità sismica di strutture a prevalente sviluppo verticale, quali torri e campanili, è trattata dalla Normativa italiana vigente nel documento Dir. P.C.M. 9.2.2011 [8], in particolare in §5.4.4. Si evidenzia che il comportamento strutturale di questa classe di opere edilizie dipende da una serie di fattori specifici:

- snellezza della struttura, con estremi costituiti da torri tozze e da campanili molto alti;
- grado di ammorsamento delle pareti: ove sufficiente, viene garantito il comportamento unitario: la torre viene schematizzata come una struttura monodimensionale con una sola sezione muraria, e non come un insieme di paramenti;
- eventuale presenza di edifici adiacenti più bassi, in grado di fornire un vincolo orizzontale che modifica il comportamento strutturale della torre limitandone la deformabilità e concentrando le tensioni nei punti di contatto;
- presenza di elementi in sommità quali celle campanarie e guglie, che possono manifestare elevate vulnerabilità locali. I pilastri formati dalle aperture tendono a comportarsi strutturalmente in modo indipendente tra loro;
- stati di sollecitazione ed eventuali fessurazioni prodotte da cause esterne quali: oscillazione delle campane, cedimenti di fondazione, danneggiamenti per eventi accidentali (es. fulmini).

La Normativa riconosce alle strutture a torre un grado di complessità minore rispetto ad altri tipologie quali ville, palazzi, chiese, e consente l'utilizzo di modelli semplificati, "pur con le dovute cautele".

Dal punto di vista sismico, viene proposta un'analisi lineare considerando la torre come elemento a mensola, soggetta al proprio peso e ad un sistema di forze orizzontali di natura statica, che può raggiungere la crisi per pressoflessione, con schiacciamento della zona compressa e parzializzazione della sezione dovuta alla non resistenza a trazione. La verifica di sicurezza viene svolta confrontando il momento sollecitante con il momento resistente calcolato assumendo la muratura non resistente a trazione con una opportuna distribuzione non lineare delle compressioni (stress-block: cfr. (5.27) in §5.4.4, Dir. P.C.M. 9.2.2011). Ai fini del calcolo dell'azione sismica attraverso lo spettro di risposta di progetto, devono essere fra l'altro:

- il periodo proprio di vibrazione  $T_1$ .  $T_1$  può essere valutato attraverso:
  - a) analisi modale di mensola equivalente;
  - b) considerando la distribuzione di masse e rigidezze in altezza;
  - c) formule semplificate se sufficientemente attendibili.

Per lo stato limite ultimo deve essere considerato il periodo in fase fessurata, che può essere ottenuto moltiplicando il valore elastico per un coefficiente compreso fra 1.4 e 1.75;

- il fattore di struttura 'q' che, in assenza di più accurate valutazioni, può essere stimato compreso fra 2.8 e 3.6 con analogia a quanto fatto per gli edifici.

Attraverso un procedimento iterativo, del tutto analogo all'analisi degli edifici, è possibile calcolare l'indicatore di rischio sismico e quindi la massima accelerazione al suolo sostenibile.

Questa metodologia soddisfa le richieste del livello LV1 di valutazione della sicurezza sismica (modelli meccanici semplificati). I livelli superiori, LV2 e LV3, sono trattati nei paragrafi generali della norma di riferimento (§5.3.2 e §5.3.3, [8]), e viene fatto riferimento ad analisi più accurate quali l'analisi statica non lineare (descritta in §5.2.4). Recenti studi hanno confermato la buona capacità di previsione del comportamento sismico di torri snelle in muratura attraverso analisi statiche non lineari (pushover) [19], confrontate con risultati di analisi dinamiche non lineari.

Nel paragrafo seguente vengono illustrati i criteri di modellazione ed analisi proposti da PCM, con

particolare attenzione verso l'analisi pushover.

### **3.1. CRITERI DI MODELLAZIONE E ANALISI**

La modellazione con PCM prevede la discretizzazione della torre mediante elementi beam (monodimensionali); si tratta sostanzialmente di una mensola a sezione variabile lungo l'elevazione, a comportamento non lineare, secondo i criteri specificati nel seguito. La struttura può avere un grado di complessità maggiore rispetto ad una semplice mensola, a causa di vincolamenti intermedi offerti da edifici adiacenti. Possono essere eseguite le analisi modale, sismica lineare (statica o dinamica modale), e sismica statica non lineare (pushover).

La metodologia costituisce di fatto un perfezionamento di quanto suggerito per LV1 dai contenuti normativi, superando alcune ipotesi semplificative, e aderendo in tal modo alle richieste di accuratezza secondo i livelli superiori di valutazione della sicurezza.

A partire dal modello architettonico della torre, PCM genera il modello strutturale suddividendola in una sequenza di conci, secondo un passo scelto dall'Utente, e comunque generati dal cambiamento di sezione lungo l'elevazione, determinato da variazioni di spessore o dalla presenza di aperture. Ogni concio è una sezione della struttura monodimensionale, e corrisponde ad un'asta definita tra due nodi. A questa discretizzazione corrisponde una distribuzione di masse in corrispondenza dei nodi, in grado di descrivere in modo appropriato l'andamento delle azioni sismiche lungo l'elevazione.

Fra le analisi disponibili, la più importante è la statica non lineare (pushover), che PCM effettua per incrementi di taglio. La distribuzione di forze, grazie alla discretizzazione in conci, è in grado di rappresentare in modo distribuito l'azione inerziale, consistente in forze proporzionali alle forze statiche oppure alla deformata modale principale o proporzionali alle masse.

Durante l'analisi ad ogni passo viene verificato lo stato di sollecitazione e quindi la sezione viene degradata in funzione del comportamento del materiale, non reagente a trazione e con limite di resistenza a compressione. La verifica di sicurezza viene effettuata confrontando il punto rappresentativo dello stato di sollecitazione a pressoflessione con la frontiera del dominio di resistenza tridimensionale.

Il dominio è caratteristico della reale sezione oggetto di verifica, descritta attraverso una poligonale, e viene costruito considerando una legge di comportamento di tipo stress-block, particolarmente vantaggiosa per lo studio delle condizioni ultime di sezioni poligonali generiche (PCM applica questa procedura anche per i pilastri murari).

L'analisi viene condotta separatamente secondo le due direzioni orizzontali tra loro ortogonali del sistema di riferimento globale (X e Y), ed in entrambi i versi: infatti in generale la sezione trasversale sarà non simmetrica (p.es. in presenza di un'apertura solo su una paramento della torre e non su quello opposto) e quindi un'analisi +X condurrà a risultati diversi rispetto a un'analisi -X.

In una data analisi (+X, -X, +Y o -Y), la spinta sismica genera momenti nel piano di sollecitazione, e contemporaneamente possono essere presenti momenti nel piano ortogonale a causa del disassamento degli assi baricentrici delle varie zone in elevazione della torre caratterizzate da differenti sezioni trasversali (baricentri non posti sulla stessa verticale). PCM consente inoltre la gestione di un eventuale fuori piombo, cui corrispondono momenti secondari distribuiti nei conci dovuti al peso proprio, di tipo statico e quindi non dipendenti dalla direzione e dal verso sismico, che si comporranno con i momenti sismici dovuti alle azioni orizzontali.

In generale, quindi, la verifica di sicurezza a pressoflessione coinvolge 3 caratteristiche di sollecitazione ( $N$ ,  $M_y$ ,  $M_z$ ) e l'asse neutro si trova orientato in posizione genericamente obliqua in pianta rispetto agli assi di riferimento.

Ai fini del calcolo della zona reagente e del degrado di rigidità che si manifesta quando l'asse neutro taglia la sezione, vengono usate relazioni lineari sullo stato di tensione che consentono un'agevole determinazione della posizione dell'asse neutro e contemporaneamente sono compatibili con il calcolo elastico della rigidità effettuato al passo pushover; la matrice di rigidità viene aggiornata con i nuovi valori delle aree e dei momenti di inerzia per la risoluzione della struttura sotto il taglio incrementale corrispondente al passo successivo.

Per quanto riguarda l'andamento delle forze sismiche, nel caso di distribuzione modale è possibile scegliere il criterio adattivo: ogni degrado di rigidità comporta la riesecuzione dell'analisi modale e conseguentemente un nuovo periodo principale di vibrazione (che progressivamente aumenta) e la revisione dei rapporti di forze fra le varie masse secondo i quali scomporre il taglio incrementale al passo successivo dell'analisi.

Il cambiamento di sezione determina inoltre lo spostamento del baricentro, e quindi dell'asse dell'asta rappresentativa del concio. Un legame di rigidità fra i nodi di conci successivi posti alla stessa quota consente la corretta trasmissione delle sollecitazioni, senza la necessità di creare link rigidi. La posizione aggiornata dell'asta determina un corretto stato di sollecitazione incrementale, che viene a sommarsi alla sollecitazione complessiva registrata fino al passo corrente.

Le metodologie per la costruzione del dominio di resistenza tridimensionale e per la definizione della zona reagente sono descritte in dettaglio nel par. 3.2 di questo documento.

I vantaggi conseguiti rispetto al metodo semplificato proposto in Normativa sono i seguenti:

- descrizione delle reali sezioni (anche non simmetriche) attraverso la discretizzazione in conci, seguendo puntualmente ogni variazione su geometria, vincoli, materiali lungo l'elevazione della struttura;
  - modello ad elementi monodimensionali, a comportamento immediatamente comprensibile, particolarmente idoneo per la validazione delle analisi (un caso semplice basilare è una torre a mensola a sezione costante, facilmente confrontabile con calcoli manuali e formule analitiche 'chiuse');
  - distribuzione delle masse lungo l'altezza, con corretta valutazione di modi e periodi senza necessità di ricorrere a formule semplificate;
  - schematizzazione del vincolamento offerto a nodi ad una certa quota dagli edifici adiacenti;
  - considerazione degli effetti di un eventuale fuori-piombo;
  - diversificazione delle proprietà di singoli conci, ad esempio per tenere conto di variazioni di materiale murario, o di situazioni fessurative locali;
  - nelle analisi statiche e sismiche: verifiche di sicurezza per pressoflessione deviata su dominio di resistenza 3D calcolato con legge di comportamento stress-block;
- in analisi statica non lineare (pushover):
- varie distribuzioni di forze, ed in particolare la distribuzione modale adattiva per tenere conto dell'evoluzione di rigidità;
  - aggiornamento delle rigidità ad ogni passo, considerando per ogni concio la propria zona reagente, calcolata sotto la sollecitazione di pressoflessione deviata;
  - verifica globale con oscillatore elastoplastico equivalente e calcolo degli indicatori di rischio sismico;

- l'analisi pushover non richiede l'utilizzo del fattore di struttura 'q' (come nel metodo lineare semplificato proposto dal testo normativo) il cui valore è affetto da incertezza.

### 3.2. CALCOLO DELLA ZONA REAGENTE

Ad un generico passo dell'analisi pushover, per effetto delle sollecitazioni di pressoflessione deviata la sezione trasversale del generico concio della torre, descritta da una poligonale, può parzializzarsi.

La verifica di sicurezza consiste nel confronto del punto di sollecitazione ( $N$ ,  $M_y$ ,  $M_z$ ) con la frontiera del dominio di resistenza, valutato secondo la legge di comportamento di tipo stress-block (con modalità illustrate nel par. 3.3 di questo documento).

Quando la verifica è soddisfatta, cioè il punto di sollecitazione è interno al dominio di resistenza, si rende necessario conoscere la posizione dell'asse neutro competente alla sollecitazione corrente: questa infatti definisce la zona reagente, da cui dipende l'aggiornamento delle rigidezze.

Per i calcoli agli stati limite di sezioni rettangolari sono applicabili sia la legge di comportamento stress-block, per la definizione del momento ultimo per la determinazione della frontiera del dominio di resistenza, sia la più generale legge di comportamento parabolico-rettangolare, per la determinazione non solo dei momenti ultimi ma anche dello stato di fessurazione della sezione sotto sollecitazioni inferiori a quelle ultime. Per sezioni poligonali generiche (quali quelle di pilastri e torri in muratura), la legge stress-block è particolarmente vantaggiosa, ma non è idonea per studiare tutte le diverse configurazioni statiche (ad esempio, quando l'asse neutro taglia la sezione vicino ad un bordo e la zona reagente è poco minore della sezione completa). Per determinare la zona reagente in corrispondenza di un qualsiasi stato di sollecitazione (inclusi gli stati in cui l'asse neutro è esterno e la sezione è tutta compressa e quindi interamente reagente), viene fatto riferimento a uno schema più semplice di tipo elastico lineare, sempre con resistenza a trazione nulla: esso consente un calcolo speditivo ed è coerente con la valutazione di rigidezza corrispondente alla zona reagente, in diminuzione via via che nel corso della pushover la parzializzazione aumenta.

Per illustrare la metodologia di calcolo della zona reagente, è necessario studiare lo stato di tensione per una sezione soggetta a pressoflessione deviata. Si consideri una sezione qualsiasi, a forma poligonale, definita tramite le coordinate ( $y_i$ ,  $z_i$ ) dei suoi vertici, e riferita ad un sistema di assi locali  $yz$  baricentrico (non necessariamente coincidenti con gli assi principali d'inerzia).

Sia  $x$  l'asse uscente dalla sezione e tale che  $xyz$  sia una terna destrorsa (fig. 3.2.1).

La tensione normale è indicata con  $\sigma_x$ .

Le azioni interne ( $N$ ,  $M_y$ ,  $M_z$ ) sono calcolate rispetto al baricentro  $G$ ; l'asse  $x$  è il luogo geometrico dei baricentri delle sezioni del solido prismatico (trave).

Le azioni interne agenti sulla sezione sono legate alle componenti della tensione dalle seguenti relazioni: ( $\sigma = \sigma_x$ ):

$$\begin{aligned} N &= \int_A \sigma \, dA \\ M_y &= \int_A \sigma z \, dA \\ M_z &= - \int_A \sigma y \, dA \end{aligned} \quad (3.2.1)$$

Essendo la terna destrorsa, risulta  $M_y +$  se porta  $z$  su  $x$ , ed  $M_z +$  se porta  $x$  su  $y$ .

Il segno - nell'espressione di  $M_z$  è dunque giustificato dall'osservazione che momenti  $M_z > 0$  generano tensioni positive per  $y < 0$  (avendo assunto la convenzione di  $\sigma > 0$  se di trazione) (fig. 3.2.1).

L'espressione generale della  $\sigma_x$  per solidi elastici lineari è nota dalla soluzione del problema di De Saint-Venant:  $\sigma_x = a + b y + c z$   
 valida per la flessione composta. Eseguendo dunque gli integrali (3.2.1), risulta:

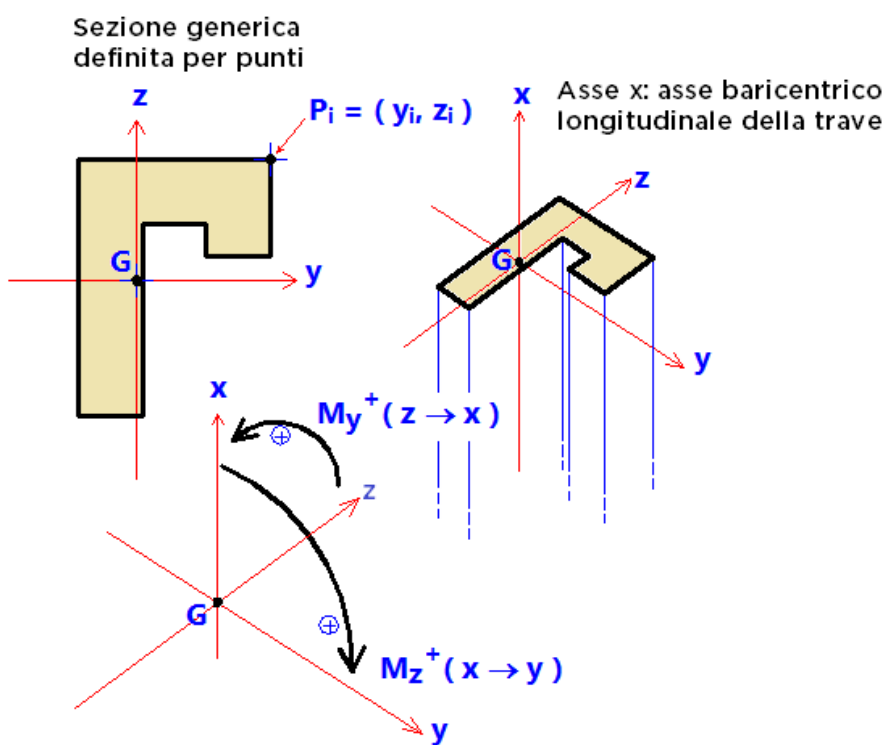
$$\begin{aligned} N &= \int_A \sigma \, dA = a A + b S_z + c S_y \\ My &= \int_A \sigma z \, dA = a S_y + b J_{yz} + c J_y \\ -Mz &= \int_A \sigma y \, dA = a S_z + b J_z + c J_{yz} \end{aligned} \quad (3.2.2)$$

essendo:

$A = \int_A dA$  : area della sezione

$S_y = \int_A z \, dA$ ,  $S_z = \int_A y \, dA$  : momenti statici

$J_y = \int_A z^2 \, dA$ ,  $J_z = \int_A y^2 \, dA$ ,  $J_{yz} = \int_A y z \, dA$  : momenti d'inerzia e centrifugo.



**Fig. 3.2.1.** Sistema di riferimento per una sezione generica poligonale

Le relazioni (3.2.2) possono essere scritte in forma matriciale nel seguente modo:

$$\begin{pmatrix} A & S_z & S_y \\ S_y & J_{yz} & J_y \\ S_z & J_z & J_{yz} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} a \\ b \\ c \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} N \\ My \\ -Mz \end{pmatrix}$$

ossia:  $\mathbf{A} \mathbf{x} = \mathbf{f}$  (3.2.3)

Lo stato di tensione della sezione in ogni punto di coordinate  $(y, z)$  sarà determinato qualora siano noti i coefficienti  $a, b, c$ , che costituiscono il vettore incognito del sistema lineare (3.2.3).

I termini noti sono le azioni interne, già note dalla preventiva risoluzione statica della trave; i coefficienti della matrice sono le caratteristiche statiche della sezione (area, momenti statici e di inerzia).



Applicando la regola di Cramer, si ottengono facilmente i valori delle incognite, e quindi l'espressione di  $\sigma_x$ . Se  $yz$  sono gli assi principali d'inerzia della sezione, si ha l'annullamento dei momenti statici e del momento centrifugo, e l'espressione della  $\sigma_x$  diventa la nota:

$$\sigma_x = (N / A) - (M_z / J_z) y + (M_y / J_y) z \quad (3.2.4)$$

In questa sede, si mantiene la formulazione generale, in quanto gli assi di riferimento non sono necessariamente baricentrici.

Per sezioni interamente reagenti, la soluzione del sistema (3.2.3), o equivalentemente la sovrapposizione degli effetti (3.2.4) nel caso di assi principali, risolve il calcolo delle tensioni.

Per materiali non resistenti a trazione, come nel caso della muratura, la sezione reagente dipende dalle caratteristiche di sollecitazione e quindi le grandezze geometriche che definiscono la matrice **A** sono a priori incognite.

Per determinare lo stato di tensione, cioè per calcolare la soluzione, occorre allora seguire un procedimento iterativo, per avviare il quale si assume come soluzione di primo tentativo quella corrispondente alla sezione interamente reagente.

#### Descrizione del procedimento iterativo

0. Ipotesi di sezione completamente reagente.

1. Si risolve il sistema (3.2.3) determinando:  $\sigma_x = \sigma_x(y, z)$ .

2. Si determina l'asse neutro, calcolando i punti della sezione dove  $\sigma_x = 0$ . Se nessun punto della sezione è caratterizzato da  $\sigma_x = 0$ , ciò significa che la sezione è completamente reagente ed il procedimento iterativo può essere arrestato.

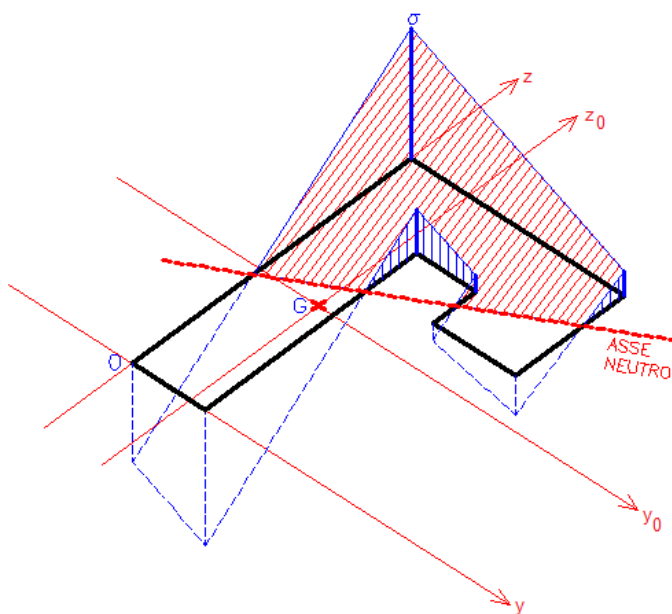
3. Si assume come sezione reagente quella costituita dalla zona compressa, posta da una parte rispetto all'asse neutro.

4. Si risolve il sistema (3.2.3) determinando:  $\sigma_x = \sigma_x(y, z)$ .

5. Si calcola l'asse neutro: se la posizione coincide (a meno del valore di tolleranza) con quella precedentemente determinata: STOP, altrimenti vai al punto 3.

Il procedimento iterativo pertanto ha termine quando la posizione dell'asse neutro si è stabilizzata.

In fig. 3.2.2 è rappresentata qualitativamente la distribuzione delle tensioni normali.



**Fig. 3.2.2.** Distribuzione delle tensioni normali

In fig. 3.2.2 gli assi yz (con origine in O) sono assi ausiliari utilizzati per definire la geometria della sezione attraverso le coordinate dei vertici del suo perimetro; essi vengono generalmente scelti in modo da rendere più agevole possibile tale definizione. Nel calcolo, gli assi yz vengono traslati nel baricentro G (assi  $y_0z_0$  in figura), cioè nel punto rispetto al quale sono valutate le azioni interne N, My, Mz.

A causa della parzializzazione, G non coinciderà con la posizione del baricentro della sezione reagente; per tale motivo e poiché le direzioni degli assi principali in generale non coincidono con le direzioni yz, nel corso del procedimento iterativo per la determinazione della zona reagente, la tensione viene calcolata risolvendo il sistema lineare (3.2.3) nella forma estesa, comprensiva dei momenti statici e centrifugo.

Al termine del procedimento iterativo, risultano note la posizione dell'asse neutro e la geometria (con baricentro, assi principali e altre caratteristiche d'inerzia) della sezione reagente.

Nell'analisi pushover della torre in muratura, l'asse dell'asta rappresentativa del concio viene spostato nella posizione del nuovo baricentro, e le caratteristiche di sollecitazione incrementali calcolate al passo successivo sono coerenti con il sistema principale della sezione reagente: esse vengono quindi scomposte nel sistema originario baricentrico per il calcolo delle sollecitazioni complessive al passo corrente, con cui eseguire nuovamente la verifica di sicurezza e, in caso di verifica soddisfatta, determinare la nuova sezione reagente ripetendo la procedura sopra descritta.

In pratica, nell'analisi pushover si ha una serie di passi incrementali, e all'interno di ognuno la zona reagente viene calcolata col procedimento iterativo descritto in questo paragrafo.

### 3.3. VERIFICHE DI SICUREZZA ALLO STATO LIMITE ULTIMO

Il calcolo a rottura (metodo agli Stati Limite) di una sezione soggetta a Flessione Composta (N, My, Mz sono le azioni in input, note dalla preventiva analisi delle sollecitazioni), si conduce determinando la frontiera di rottura (o: dominio di resistenza), rappresentata nello spazio tridimensionale da una superficie.

In corrispondenza di ogni punto della superficie si raggiunge, nei punti più lontani dall'asse neutro, la massima contrazione  $\varepsilon_{mu}$  della muratura. Affinché la verifica di sicurezza sia soddisfatta, il punto nello spazio corrispondente alla terna di sollecitazione (N, My, Mz) deve risultare interno al dominio di resistenza.

Per la muratura si assume una **legge di tipo stress-block** analoga al diagramma di calcolo tensione-deformazione proposto dalla Normativa vigente per il calcestruzzo (D.M. 14.1.2008, §4.1.2.1.2.2):

$$\sigma = -f_{md}, \text{ per: } \varepsilon_{mu} \leq \varepsilon \leq 0.2 \varepsilon_{mu}$$

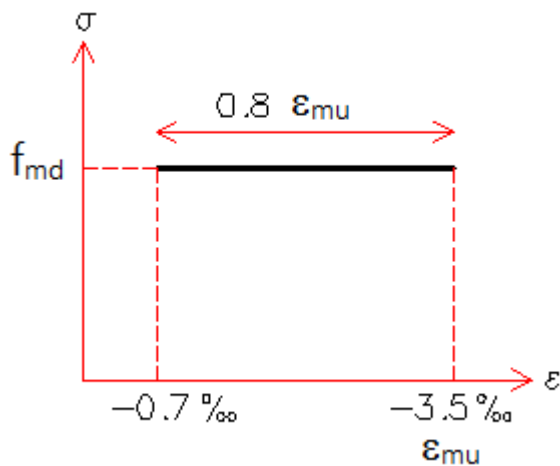
$$\sigma = 0, \text{ per: } \varepsilon > 0.2 \varepsilon_{mu} \text{ (zona non reagente)}$$

dove:

$f_{md}$  = resistenza a compressione di progetto (pari a:  $0.85 f_{dr}$ , con:  $f_d = f_m / F_c$ , in analisi non lineare);

il valore consueto per la deformazione ultima è:

$\varepsilon_{mu} = -3.5\text{‰}$  ( $0.2 \varepsilon_{mu} = -0.7\text{‰}$ ); si osservi che con PCM è possibile eventualmente specificare un diverso valore per  $\varepsilon_{mu}$ .



**Fig. 3.3.1.** Modello stress-block per la muratura

Si consideri una particolare direzione dell'asse neutro, e si fissi la posizione dell'asse per esempio facendolo passare dal baricentro. Si tratta di definire un procedimento attraverso il quale, traslando parallelamente a se stesso l'asse neutro, verrà individuata la posizione che corrisponde alla rottura della sezione.

La posizione risulta univocamente definita dal valore delle azioni interne: infatti, integrando le tensioni (legate alle deformazioni dalle leggi costitutive), si ottengono i valori di rottura di  $N$ ,  $M_y$ ,  $M_z$  corrispondenti ad una particolare posizione.

Ora: per la sezione da verificare sono noti i valori delle tre caratteristiche di sollecitazione. In generale questi non saranno i valori di rottura. Come fare dunque per valutare la sicurezza determinando lo stato di rottura di tale sezione?

Si tenga fisso lo sforzo normale  $N$ .

Scelta una certa direzione (o giacitura) per l'asse neutro, questo si trasla parallelamente a se stesso, in situazione di rottura, fino a che l'integrazione della tensione sulla sezione reagente fornisce il valore di  $N$  dato: ne risulta una coppia  $M_y$ ,  $M_z$  che in generale non sarà quella data, ma che sicuramente costituisce un punto della frontiera di rottura nel piano ( $M_y$ ,  $M_z$ ).

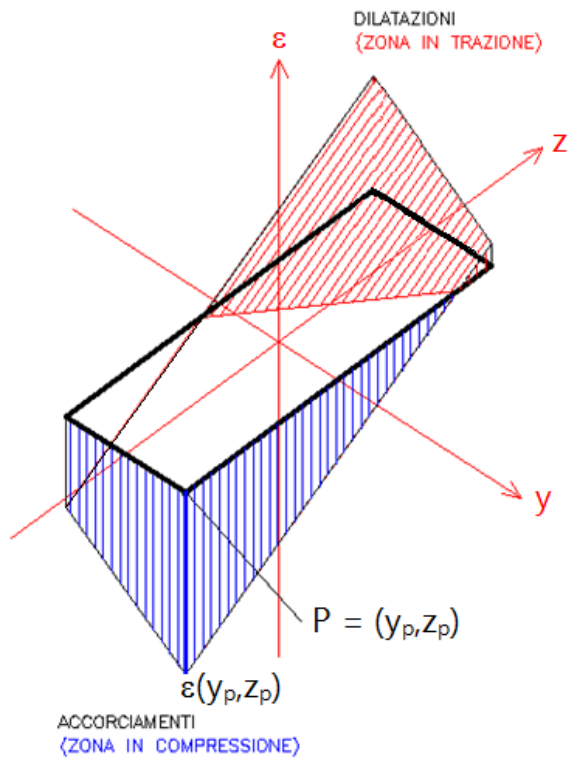
Ripetendo tale procedimento per un numero sufficiente di giaciture, cioè di direzioni dell'asse neutro - o, in altri termini, di inclinazione di questo rispetto agli assi di riferimento nel piano  $yz$ , e considerando consecutivamente le direzioni ottenute ruotando progressivamente, ad esempio in senso orario, l'asse neutro, si ottengono vertici consecutivi della frontiera di rottura: quest'ultima, quindi, viene determinata unendo tali vertici.

In pratica, questo dominio di resistenza non è altro che la sezione del dominio tridimensionale di resistenza, ossia la curva di livello corrispondente a  $N$  dato. Tenendo fissa la sollecitazione  $N$ , il problema è stato così ridotto da spaziale a piano; ovviamente, ripetendo più volte la costruzione del dominio per diversi valori di  $N$ , è possibile costruire il dominio tridimensionale.

Resta quindi da comprendere come si ottenga, per un prefissato  $N$  ed una data direzione o giacitura dell'asse neutro, la configurazione ultima (a rottura) della sezione, determinando in tal modo un punto della frontiera di rottura.

Dall'ipotesi di conservazione delle sezioni piane, considerando il piano  $yz$  di riferimento della sezione e l'asse  $\epsilon$  delle deformazioni uscente da tale piano (riferimento  $yz\epsilon$ ), l'equazione del piano di deformazione (rappresentato graficamente in fig. 3.3.2; per semplicità di rappresentazione, si fa riferimento ad una sezione rettangolare) è data da:

$$a y + b z + c = d \epsilon$$



**Fig. 3.3.2.** Piano di deformazione

L'intersezione fra il piano di deformazione e il piano  $yz$  (di equazione:  $\varepsilon = 0$ ) è l'asse neutro:  
 $a y + b z + c = 0$

Dall'equazione del piano di deformazione, discende l'espressione della deformazione per un qualunque punto della sezione:  
 $\varepsilon = (a y + b z + c) / d$

I coefficienti  $a, b, c$  sono noti dalla posizione scelta per l'asse neutro. Il coefficiente  $d$  viene determinato imponendo, per il punto compresso più sollecitato (è il vertice della sezione più lontano dall'asse neutro, dalla parte della compressione, avente coordinate  $(y_p, z_p)$ ):  $\varepsilon = \varepsilon_{mu}$  (rottura):

$$d' = d \Big|_{\varepsilon=\varepsilon_{mu}} = (a y_p + b z_p + c) / \varepsilon_{mu}$$

A questo punto, è nota l'espressione della deformazione per qualunque punto della sezione. Pertanto, è possibile calcolare lo sforzo normale  $N$  corrispondente:

$$N = \int_R \sigma_m(\varepsilon) dA$$

dove: l'integrale è esteso alla zona reagente  $R$  di calcestruzzo, e l'espressione di  $\sigma_m$  deriva dalla legge costitutiva, essendo come detto nota la deformazione  $\varepsilon$ .

Se il valore di  $N$  coincide con  $N$  dato (a meno della tolleranza), per la giacitura considerata si è individuata la corretta posizione dell'asse neutro. Calcolando quindi i momenti  $M_y, M_z$  corrispondenti, si ottiene il punto  $(M_y, M_z)$  della frontiera di rottura:

$$M_y = \int_R \sigma_m(\varepsilon) z dA$$

$$M_z = - \int_R \sigma_m(\varepsilon) y dA$$

Se invece il valore di  $N$  non coincide con  $N$  dato, il calcolo dei momenti è superfluo: si trasla l'asse neutro parallelamente a se stesso di una quantità prefissata, e si ripete il procedimento (definizione della deformazione, calcolo di  $N$ ).

Pertanto, con una serie di procedimenti iterativi (tanti quanti sono i vertici della frontiera di rottura) è possibile determinare il diagramma di interazione.

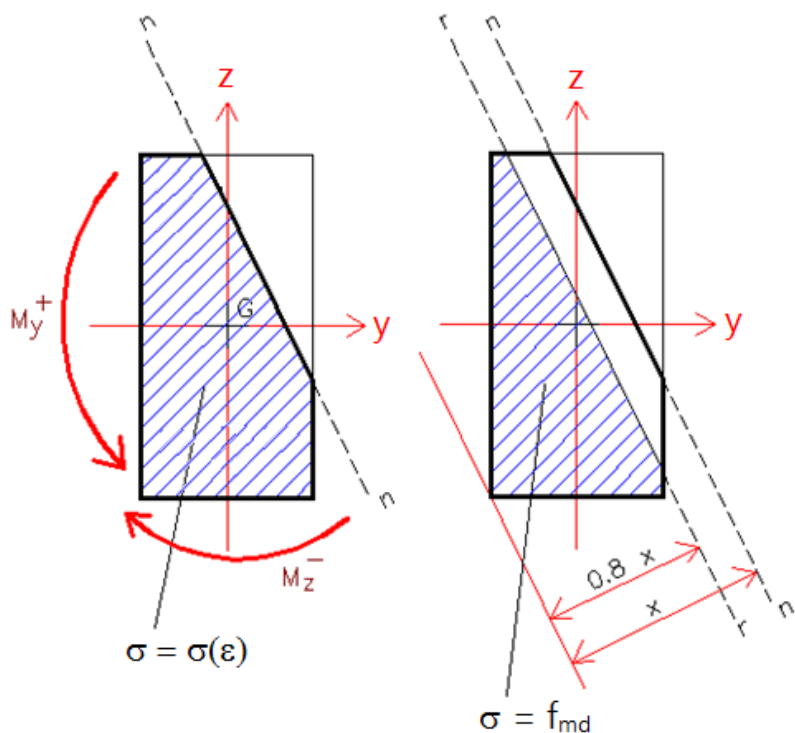
Gli integrali che forniscono le caratteristiche di sollecitazione, utilizzando le leggi costitutive scelte, si sviluppano nel seguente modo (la quantità  $f_{md}$  è positiva):

$$N = - f_{md} A'$$

$$M_y = - f_{md} S_y'$$

$$M_z = f_{md} S_z'$$

e dove  $A'$ ,  $S_y'$ ,  $S_z'$  sono area e momenti statici della zona reagente secondo lo schema dello stress-block, come riportato in fig. 3.3.3, il cui asse limite è la retta  $r-r$  (luogo dei punti per i quali:  $\varepsilon = 0.2 \varepsilon_{mu}$ ).



**Fig. 3.3.3.** Zona Reagente secondo lo schema stress-block

## 4. IMPLEMENTAZIONE NEL SOFTWARE AEDES

Nei paragrafi seguenti vengono illustrate le principali caratteristiche di modellazione di archi, pilastri e torri, elementi strutturali aventi caratteristiche peculiari. Alcune funzionalità operative sono descritte nel Manuale di PCM, e più precisamente:

### 4.1. ARCHI

PCM consente la modellazione degli **archi** secondo le seguenti modalità operative.

Si consideri anzitutto il caso di un'apertura ad arco: l'apertura viene normalmente inserita nella parete muraria. Fra le sue proprietà, la **Forma** può essere  **Rettangolare** (forma consueta),  **Ellittica** (curva chiusa, idonea per la rappresentazione di fori nei solidi murari),  **Arco**: selezionando quest'ultima opzione, il gruppo Arco propone una serie di parametri con i quali l'arco viene definito.

Fra le proprietà del **gruppo Arco**, particolare attenzione va riservata alla **Modellazione**: qui si sceglie infatti la modalità di schematizzazione strutturale dell'apertura ad arco. La prima scelta, **Asta**, conduce alla generazione di una fascia di piano del tutto analoga ad una 'striscia' muraria: il fatto che l'apertura sia ad arco determina comunque il corretto calcolo del volume e quindi del peso proprio, ma dal punto di vista del modello strutturale si crea un'asta 'equivalente' che il solutore tratta come sezione rettangolare; tale asta sarà sottoposta a verifiche di sicurezza analoghe alle strisce.

Selezionando invece **Blocchi**, l'arco viene suddiviso in una serie di conci collegati tra loro (con incastri interni). Nella generazione del modello strutturale, ogni concio costituente l'arco nel modello architettonico, viene suddiviso in due blocchi, definendo così un'interfaccia interna in corrispondenza del baricentro del concio. Alle imposte dell'arco, opportuni link rigidi connettono l'arco ai maschi laterali, interrompendoli lungo l'altezza, oppure ai pilastri discretizzati in corrispondenza del nodo più vicino. Sopra ai blocchi, si formano montanti verticali rigidi (links) che collegano il baricentro di ogni concio alla travata sovrastante. Quest'ultima viene suddivisa in una serie di aste incernierate che raccolgono il carico proveniente dal solaio impostato sopra l'arco, e lo trasmettono adeguatamente all'arco stesso.

Il modello a blocchi equivale a tutti gli effetti a una discretizzazione per conci di un arco monoconnesso. In assenza di giunti, è comunque svolta la verifica a trazione controllando la posizione della curva delle pressioni: se la trazione supera la resistenza disponibile (offerta dalla malta o da un rinforzo passivo), il blocco viene svincolato internamente inserendo una cerniera in corrispondenza del vertice dove è svolta la verifica. E' quindi possibile valutare la capacità dell'arco sottoposto a carichi verticali ed azioni orizzontali anche con la modellazione a soli blocchi.

L'opzione **Blocchi e giunti** è la più completa e propone la suddivisione dell'arco in blocchi, collegati nelle interfacce attraverso i giunti di malta. Come già accennato, ogni blocco viene suddiviso in due parti, quindi lungo l'arco ad un'interfaccia con i giunti si alterna una suddivisione (internamente incastrata) del blocco adiacente.

Nel corso dell'analisi strutturale non lineare, i giunti di malta consentono la formazione di cerniere fino agli eventuali conseguenti meccanismi cinematici dell'arco. Per quanto riguarda i montanti verticali, la loro generazione per il caso 'Blocchi e giunti' è del tutto equivalente alla scelta dell'opzione 'Blocchi'.

Un'altra proprietà del gruppo Arco: **Materiali**, consente la specifica di un materiale di tipo 'Blocchi e giunti', attraverso il quale si definiscono i moduli di elasticità e le resistenze a compressione e a trazione sia dei

blocchi sia dei giunti; corrispondentemente, questi parametri meccanici vengono attribuiti alle aste che nel modello strutturale rappresentano i blocchi (beam curvi) e i giunti (aste rettilinee di piccola lunghezza, poste in intradosso e in estradosso).

Una volta generato il modello strutturale, la singola **asta 'giunto'** può essere sottoposta a verifica o meno; per default, la verifica è attiva e coincide implicitamente con il controllo a trazione.

Analogamente, anche la singola **asta 'blocco'** può essere sottoposta a verifica o meno: nel caso di modellazione dell'arco a soli blocchi, per preimpostazione la verifica a trazione viene predisposta da effettuarsi, mentre non sono attivate le verifiche a compressione e taglio (attrito). Nel caso di modellazione a blocchi e giunti, tutte le verifiche nei blocchi sono inizialmente disabilitate. Queste opzioni predefinite corrispondono alle scelte più frequenti, ma ovviamente possono essere modificate dall'Utente.

Un'altra opzione disponibile per l'elemento 'blocco' consiste nella specifica della forza resistente a trazione corrispondente ad un intervento locale di rinforzo, in intradosso e/o estradosso, di tipo passivo (es.: FRP) o attivo (es.: arco armato).

Nel caso di **rinforzo passivo**, la verifica a trazione del giunto (o del blocco, nel caso di modellazione a soli blocchi) viene svolta con riferimento non alla resistenza a trazione della malta, ma alla forza resistente a trazione specificata in input (per un dato 'giunto' in caso di rinforzo a trazione per entrambi i blocchi collegati si fa riferimento alla resistenza a trazione minima fra le due).

Poiché ad ogni asta 'blocco' corrisponde una metà del concio architettonico originario, la resistenza a trazione da rinforzo passivo specificata nel blocco si applica ai giunti dell'interfaccia interessata (per l'asta 'giunto' la forza resistente a trazione dovuta al rinforzo viene mostrata in sola lettura).

Il **rinforzo attivo** genera forze di precompressione radiali (applicate automaticamente da PCM nel baricentro del blocco, cioè in corrispondenza della suddivisione fra le due metà del concio architettonico) che stabilizzano la curva delle pressioni, e quindi determinano un beneficio sulle verifiche di sicurezza: diversamente dal rinforzo passivo, la trazione che eventualmente insorge nel giunto o nel blocco viene confrontata con la resistenza propria del materiale, poiché l'effetto del rinforzo attivo è stato già considerato definendo i carichi aggiuntivi di precompressione.

Fra le analisi previste, l'analisi statica non lineare (pushover) è particolarmente importante in quanto rappresentativa delle configurazioni deformate sotto azioni di origine sismica (forze orizzontali crescenti). Gli eventuali cinematismi degli archi influiscono sulla verifica di sicurezza globale, garantendo quindi una maggior aderenza alla realtà rispetto alle modellazioni dove il comportamento ad arco viene semplificato o trascurato.

Un'importante funzionalità offerta da PCM per l'analisi strutturale in presenza di archi consiste nel **controllo di stabilità statica** che nell'analisi pushover viene eseguito al passo iniziale. Poiché l'assetto statico può essere caratterizzato da alcuni giunti in trazione, cioè da una curva delle pressioni tangente o esterna rispetto al profilo dell'arco, il software identifica i giunti con verifica non soddisfatta. In analisi statica questi giunti possono essere controllati attraverso le opzioni grafiche relative alla curva delle pressioni; in pushover, l'analisi statica viene ripetuta inserendo uno svincolamento del giunto con verifica non soddisfatta, fino a trovare (se esiste) una configurazione staticamente ammissibile.

Si osservi che in caso di resistenza a trazione nulla la curva delle pressioni è al limite tangente alla superficie dell'arco; in caso di resistenza a trazione non nulla, alla curva è consentito uscire dalla sagoma dell'arco, tanto più quanto maggiore è la resistenza a trazione della malta o dell'eventuale rinforzo passivo applicato: la cerniera si forma in tal caso solo con il superamento della resistenza a trazione.

In tutte le analisi, incluse le valutazioni statiche sotto l'effetto di cedimenti anelastici, la posizione della curva delle pressioni consente il controllo grafico dello stato di sollecitazione nelle strutture ad arco.

Operando in PCM, un importante suggerimento operativo consiste nel valutare con attenzione l'alto grado di dettaglio corrispondente a blocchi e giunti negli archi, anche in relazione alle capacità di elaborazione del software e del sistema in uso (hardware), nonché del tipo di analisi eseguita (i tempi della pushover possono essere impegnativi).

Poiché al modello 'blocchi e giunti' corrisponde un numero di elementi (nodi e aste) tanto più elevato quanto maggiore è il numero di conci in cui l'arco è discretizzato, se ne consiglia l'adozione soprattutto per l'analisi di macroelementi (sottostrutture), mentre per l'analisi globale del complesso edilizio (il fabbricato nel suo insieme) può essere consigliabile l'utilizzo di modelli più semplici (modellazione a soli blocchi o ad asta). La modellazione a soli blocchi implementata in PCM, peraltro, rispetta le condizioni al contorno riguardanti la curva delle pressioni e garantisce quindi l'attendibilità dei risultati dell'elaborazione.

## **4.2. PILASTRI IN MURATURA**

Per i pilastri in muratura, alcune importanti considerazioni riguardano la modalità di schematizzazione.

Dal punto di vista costruttivo, come indica la Normativa in §C8A.5.7, i pilastri murari nascono essenzialmente per sostenere carichi verticali, ed essi sono quindi pensati reagenti prevalentemente a sforzo normale, con limitati momenti flettenti (modeste eccentricità).

In conseguenza di ciò, il pilastro potrebbe essere idealizzato come biella (asta incernierata alla base e in sommità), ma nasce il problema del suo comportamento sotto azioni orizzontali, che possono determinare sollecitazioni taglianti e flessionali significative.

In tal senso, è necessario prendere in considerazione l'efficacia dei collegamenti fra pilastro e pareti murarie (dotate rispetto ad esso di maggiore rigidità) (p.es. copertura sufficientemente rigida o con aste di controvento in grado di trasferire le azioni orizzontali).

In caso affermativo, è possibile confermare la modellazione a biella, attribuendo gli effetti delle azioni orizzontali alle pareti. Poiché però in generale potrebbe essere difficile accertare l'efficacia dei collegamenti, può essere conveniente modellare il pilastro come un'asta incastrata che pertanto risulterà sollecitata a pressoflessione (sforzo normale + momento flettente), oltre che a taglio; evidentemente, saranno le strutture adiacenti a determinare l'entità di azione sismica assorbita dal pilastro.

Ciò evidenzia l'importanza di poter sottoporre il pilastro ad una verifica a pressoflessione e a taglio: PCM implementa appunto tale modalità.

In generale, in uno Stato di Progetto il consolidamento sismico dovrà curare il collegamento del pilastro alle altre strutture portanti verticali, in modo da limitare gli effetti flessionali indotti dai carichi agenti in sommità, ipotizzando che l'azione sismica venga trasferita a pareti limitrofe, di adeguata rigidità. Non è ovviamente necessario un piano rigido, ma possono essere predisposte opportune controventature di solaio. Questa metodologia può essere sufficiente per raggiungere il miglioramento sismico, insieme o in alternativa rispetto alle tecniche di consolidamento del pilastro stesso (CAM, FRP, acciaio); comunque sia, in generale, sarà opportuno sottoporre il pilastro alle verifiche a pressoflessione, evitando di scartare a priori azioni taglianti e flessionali (evitando cioè la predefinizione dello schema a biella).

La pressoflessione in PCM, con verifica sia di tipo geometrico sia sulla resistenza, non prevede la differenziazione fra piani complanare e ortogonale: il punto d'applicazione dello sforzo normale (punto



dove passa la curva delle pressioni) è calcolato tenendo conto dei due momenti  $M_y$  e  $M_z$  intorno agli assi principali locali.

Per quanto riguarda le verifiche svolte nei diversi tipi di analisi, particolare attenzione richiede l'analisi statica non lineare (pushover), dove l'esito negativo della verifica di sicurezza implica un degrado vincolare. In analisi pushover, infatti, sotto l'azione di una forza orizzontale crescente, quando la curva delle pressioni risulta esterna alla sezione nel nodo corrispondente (nel caso di verifica di tipo geometrico) oppure il punto rappresentativo dello stato di sollecitazione fuoriesce dal dominio (nel caso di verifica di resistenza), si forma una cerniera per l'annullamento del momento.

Il controllo di fuoriuscita della curva delle pressioni o di resistenza viene eseguito fin dalla risoluzione statica (spinte di volte potrebbero rendere già impossibile risolvere la struttura per soli carichi statici).

E' possibile che già una prima cerniera segni l'insorgenza della labilità e quindi lo stop della curva forza-spostamento.

Dal punto di vista dell'algoritmo di calcolo, l'introduzione dello svincolamento con cerniera implica che la sottocurva corrente venga interrotta, per ripartire con la sottocurva successiva (seguendo la metodologia adottata da PCM per l'analisi non lineare, che applica il controllo di forza e prevede la costruzione della curva di capacità finale attraverso la generazione di più sottocurve in grado di rappresentare l'effetto di collassi progressivi).

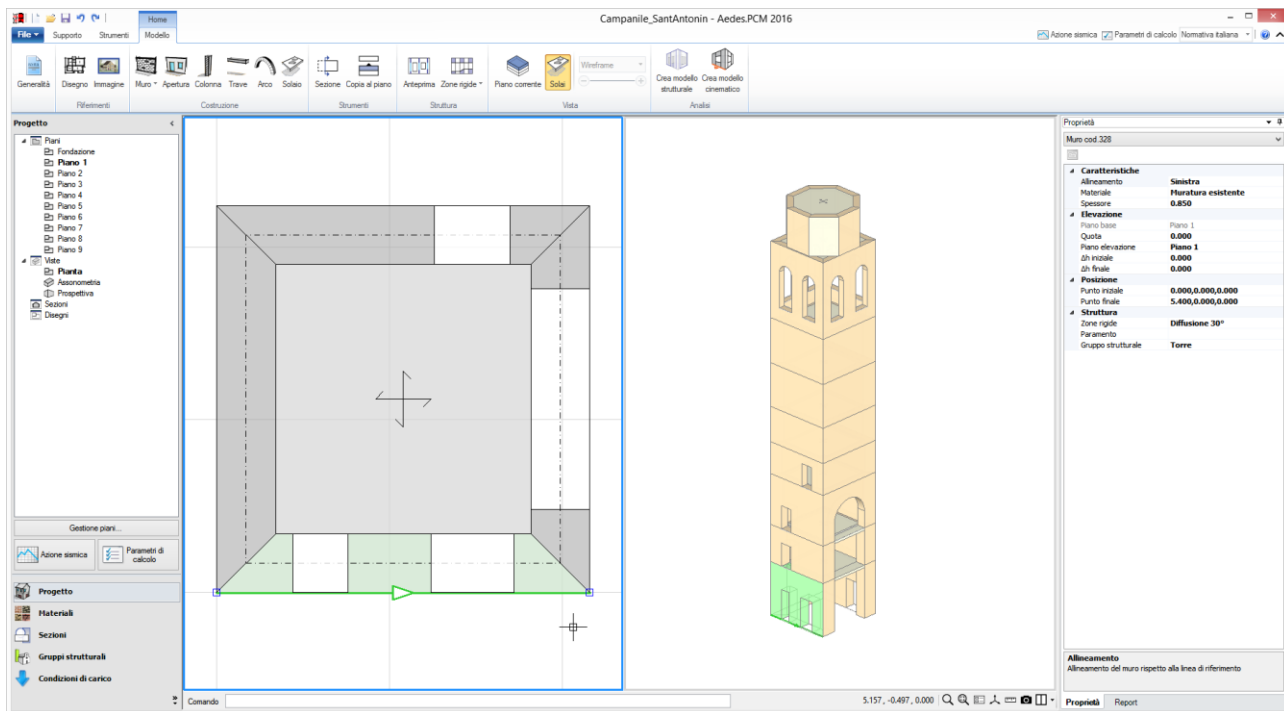
Lo svincolamento descritto viene anche applicato nel caso che non sia soddisfatta la verifica ad attrito. Anche per la verifica ad attrito non esiste un taglio complanare distinto dall'ortogonale, ma un taglio complessivamente agente dato dalla composizione dei due tagli  $T_y$  e  $T_z$  orientati lungo gli assi locali principali.

### **4.3. TORRI E CAMPANILI**

La torre campanaria può essere modellata come una mensola suddivisa in conci di diverse sezioni.

Per procedere con questo tipo di modellazione occorre innanzitutto definire i Piani della costruzione tramite il comando Gestione piani. Nel caso di un campanile i piani possono essere definiti in corrispondenza di:

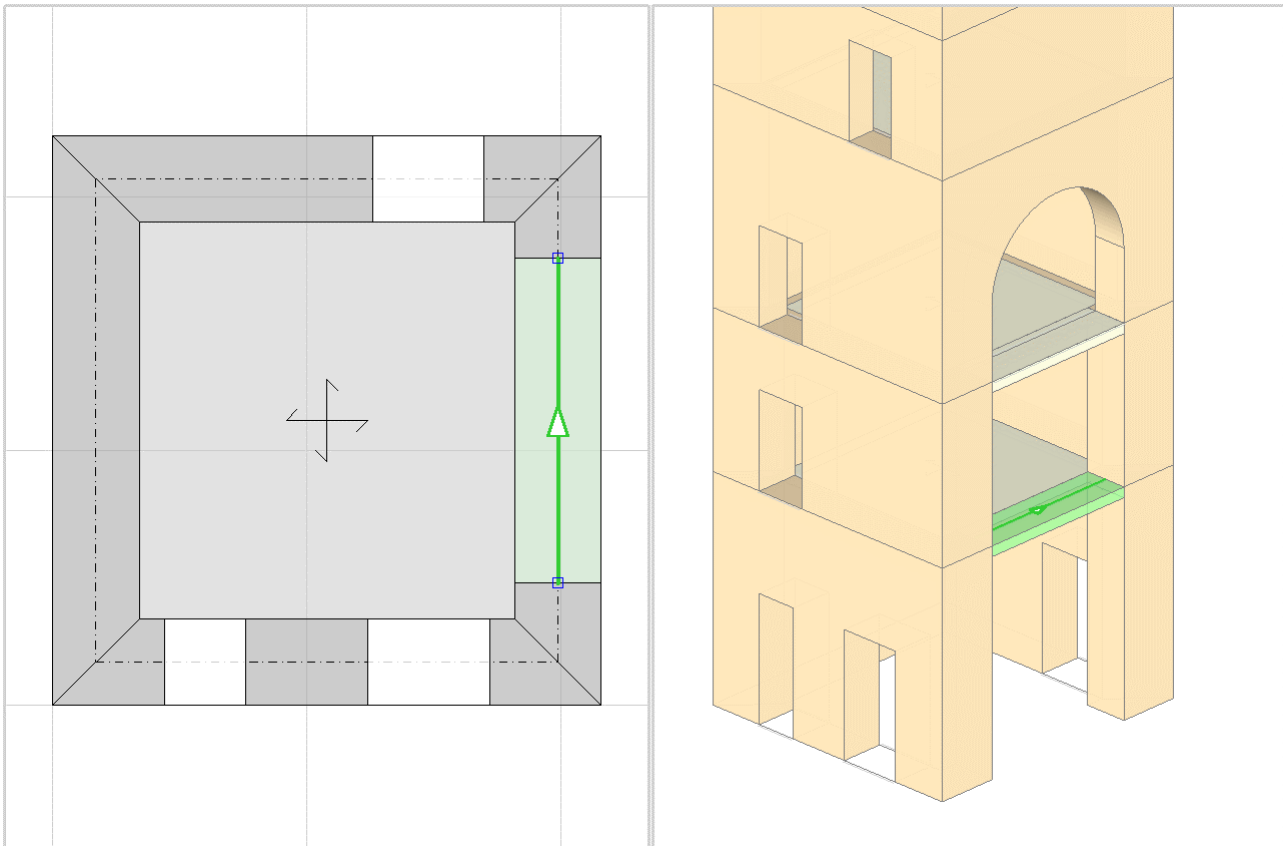
- solai;
- quote in cui si riscontra una rastremazione nello spessore della muratura;
- quote in cui si riscontra un cambiamento di materiale.



Se si dispone di piante architettoniche della torre in formato dxf, è possibile importarle tramite il comando *Disegno* in modo da avere un riferimento nella modellazione degli elementi strutturali. In questo caso assicurarsi che l'unità di misura utilizzata nel disegno sia il metro e che le entità grafiche non siano troppo lontane dall'origine degli assi cartesiani.

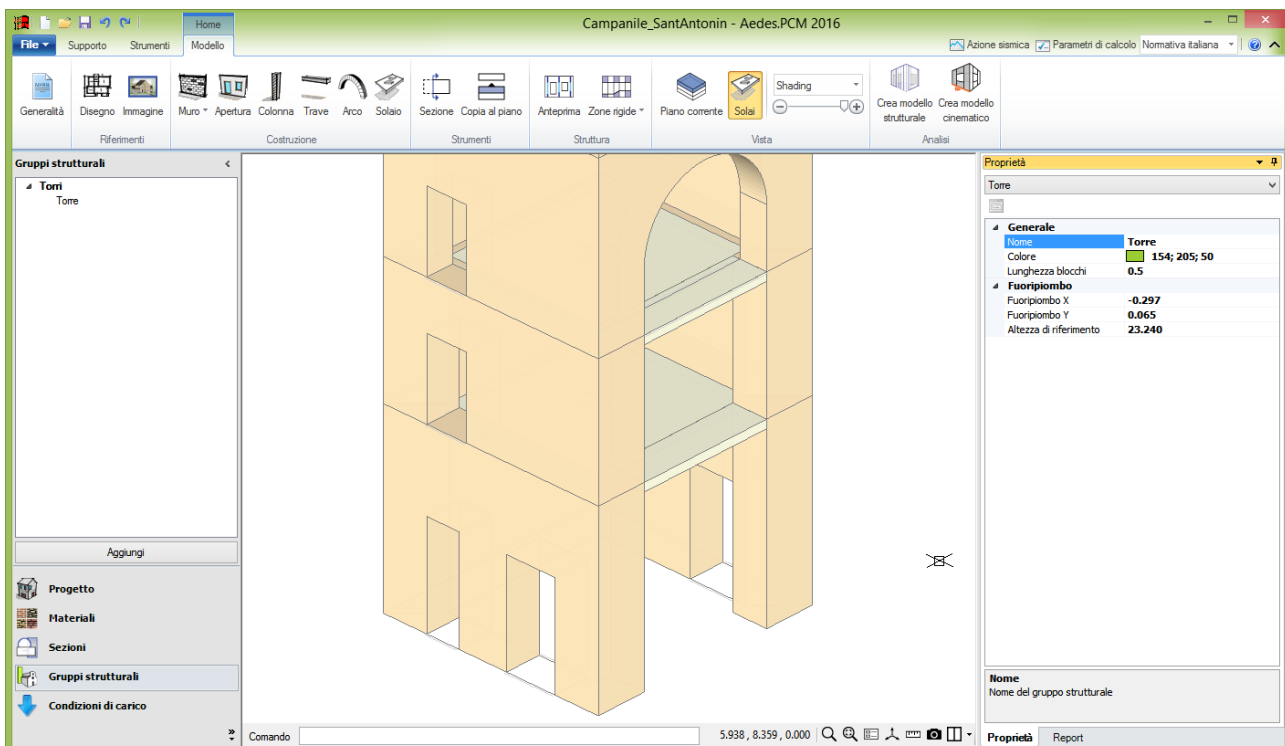
Modellare le pareti della torre piano per piano utilizzando *Muri* e *Aperture*. I muri possono essere di materiale diverso lungo l'altezza della torre ma è necessario che ad una determinata quota il materiale sia omogeneo tra tutti i muri. Il modello strutturale consiste infatti in una serie di conci sovrapposti a cui viene assegnato il materiale riscontrato nei muri posti alla quota corrispondente.

I solai possono essere inseriti all'interno di maglie chiuse costituite da *Muri* e *Travi*. Le travi non saranno considerate nella creazione dei conci della torre ma sono utili per delimitare il contorno dei solai qualora un lato della torre presenti aperture che si estendono per più piani intercettando dei solai (figura seguente). Il carico dei solai può essere definito normalmente come carico superficiale e genererà un carico concentrato nel nodo posto alla stessa quota in fase di modellazione strutturale.



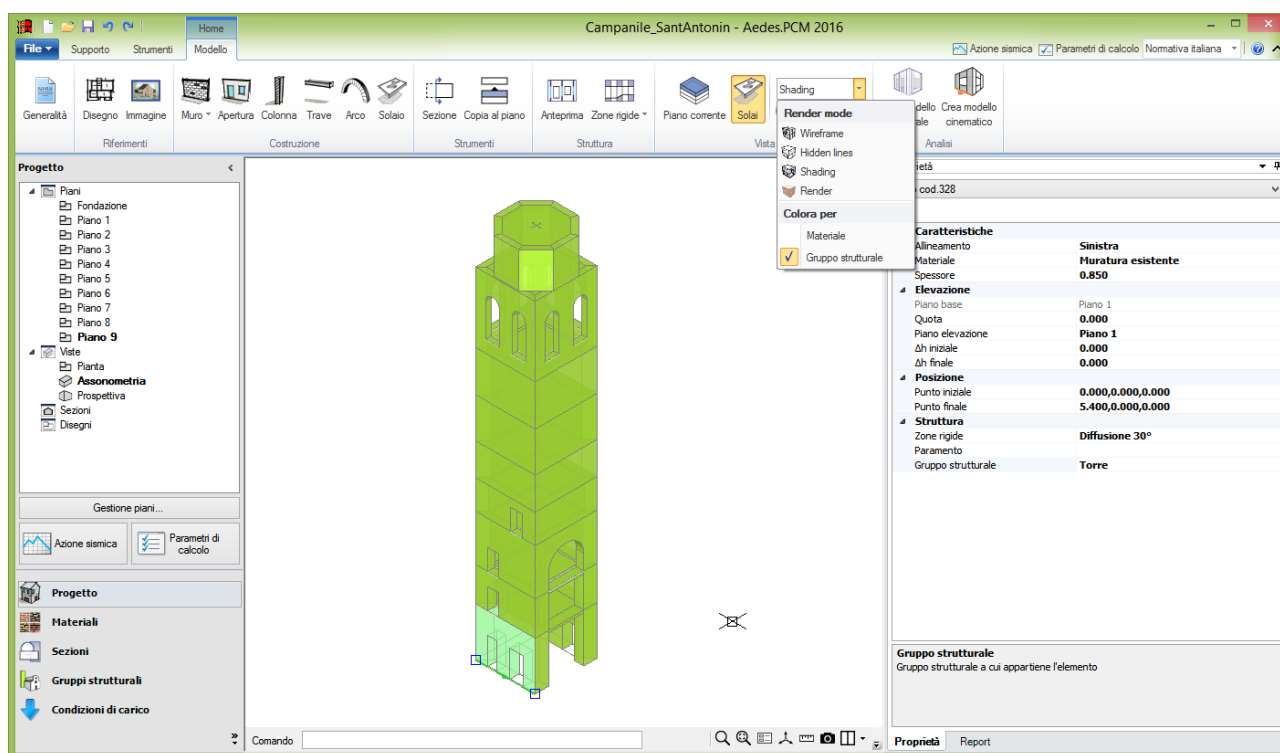
Completata la modellazione geometrica è necessario definire un nuovo **Gruppo strutturale** a cui assegnare tutti gli elementi che costituiscono la torre.

Nella scheda *Gruppi strutturali* del *Navigatore* si aggiunge una nuova torre specificando nome, colore e lunghezza preferita dei blocchi (o: conci) nella griglia delle proprietà.



In questa fase è possibile specificare l'eventuale fuoripiombo della torre. Occorre definire l'altezza di riferimento nella misurazione e il valore del fuoripiombo in direzione X e Y. I valori inseriti possono essere positivi o negativi a seconda che la pendenza sia nella direzione positiva o negativa degli assi globali. In fase di creazione del modello strutturale ad ogni nodo della torre sarà assegnato un momento flettente per tener conto degli effetti del fuoripiombo.

A questo punto è sufficiente selezionare tutti gli elementi della torre (Muri, Travi e Solai) e specificare nella proprietà *Gruppo strutturale* il nome della torre appena definita. Nella barra superiore, scheda Modello, gruppo Vista, è disponibile la scelta della colorazione per gruppo strutturale piuttosto che quella per materiale. In questo modo è possibile verificare che tutti gli elementi siano stati assegnati correttamente al gruppo torre.



La modellazione procede con la creazione del modello strutturale.

Il modello della torre consiste in una serie di blocchi sovrapposti la cui lunghezza è pressoché pari alla lunghezza specificata nelle proprietà della torre.

Ogni blocco è un'asta di calcolo la cui sezione trasversale è qualificata come una sezione generica poligonale, ed è il risultato della sezione dei muri della torre con un piano orizzontale passante per il nodo iniziale dell'asta.

Tutte le sezioni che si formano possono essere consultate nella finestra dedicata (Gestione Sezioni). Alcune sezioni possono eventualmente ripetersi a quote distinte (p.es. sotto e sopra un gruppo di aperture). Per ogni sezione distinta viene generato il dominio di resistenza tridimensionale, utilizzato per le verifiche di sicurezza nel corso dell'analisi.

Le aste sono sempre collocate nel baricentro della loro sezione trasversale e presentano una rotazione intorno al proprio asse tale da far coincidere il sistema di riferimento locale con gli assi principali della sezione. Di conseguenza, a seconda della complessità del modello geometrico, le aste possono presentare degli scostamenti orizzontali e diverse rotazioni lungo l'altezza della torre.

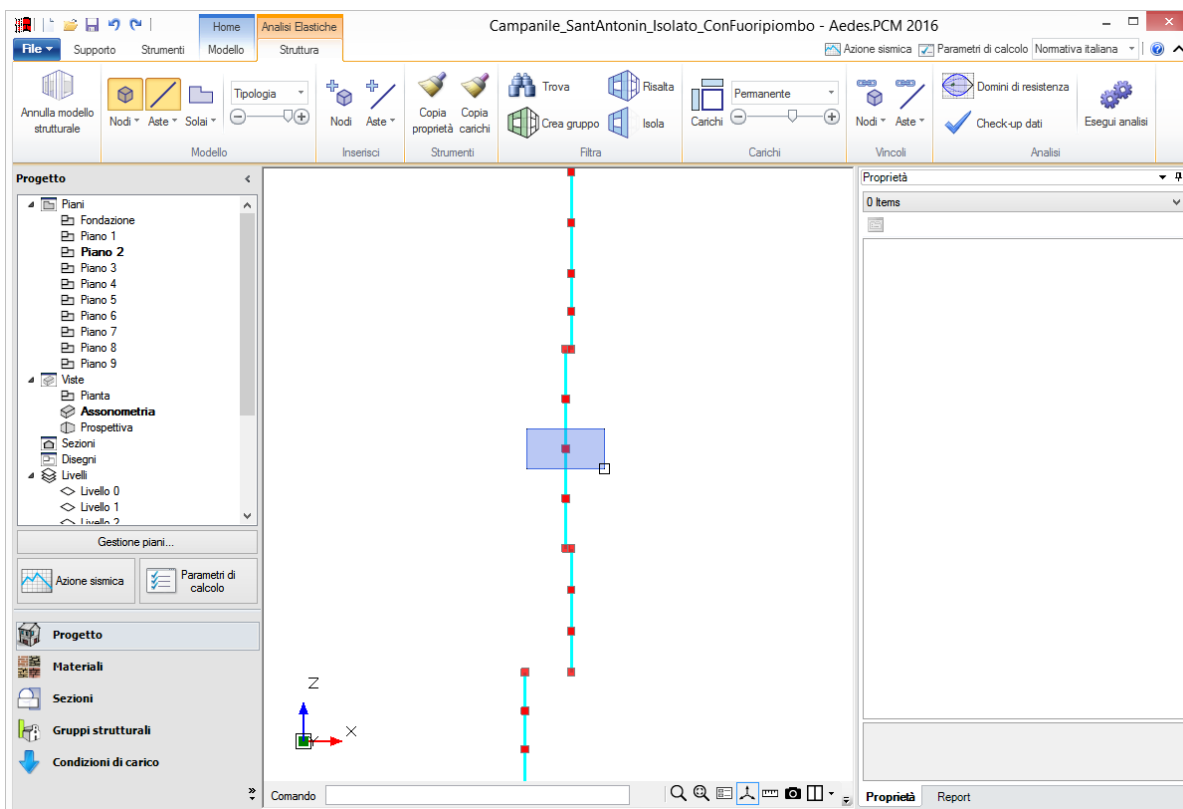
I nodi di estremità di ogni asta sono sempre distinti da quelli delle aste adiacenti anche nel caso in cui questi siano coincidenti.

La continuità strutturale è garantita per mezzo di relazioni master-slave tra i nodi posti alla stessa quota. Considerando un concio, il suo nodo di base (iniziale) è di tipo slave rispetto al nodo di sommità (finale) del concio sottostante, e la relazione di rigidità riguarda tutte le componenti di spostamento; i vincoli di calcolo, consultabili nelle proprietà dei nodi, evidenziano lo stato di vincolamento.

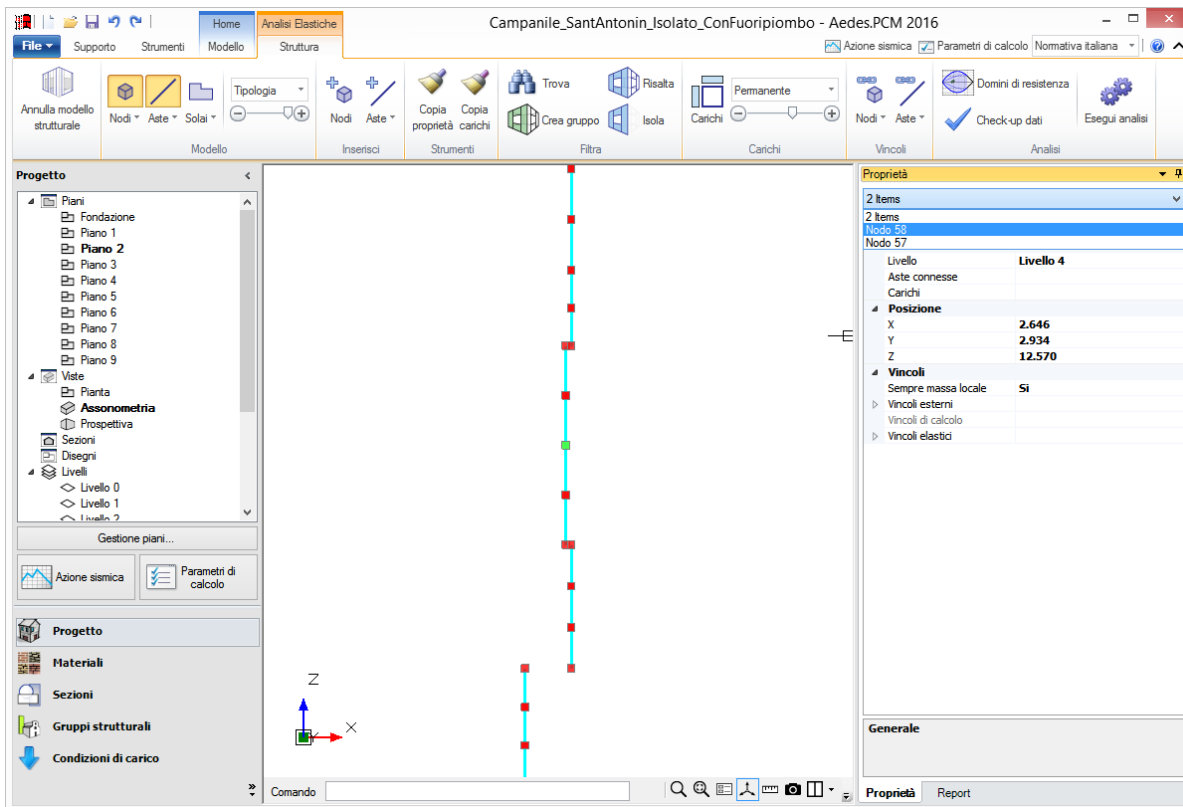
La relazione master-slave ripristina la continuità strutturale evitando l'inserimento di link rigidi; ciò trova motivazione nel fatto che l'asse del concio si sposta a causa della parzializzazione ed è preferibile mantenere una relazione tra nodi rispetto a un'asta rigida la cui lunghezza varierebbe nel corso dell'analisi.

Ad una certa quota possono esserci due nodi coincidenti. Uno di questi è slave (base del concio superiore) e l'altro master (sommità del concio inferiore). Selezionandoli entrambi (p.es. per mezzo di una finestra di selezione), il nodo del concio sottostante è riconoscibile dall'ID minore e dal vincolamento di tipo master. Modifiche riguardanti il vincolo esterno (p.es. appoggi offerti da edifici adiacenti) devono essere applicate ad entrambi, mentre eventuali carichi aggiuntivi possono essere assegnati indifferentemente a un nodo o l'altro. Nelle immagini seguenti si illustrano questi aspetti:

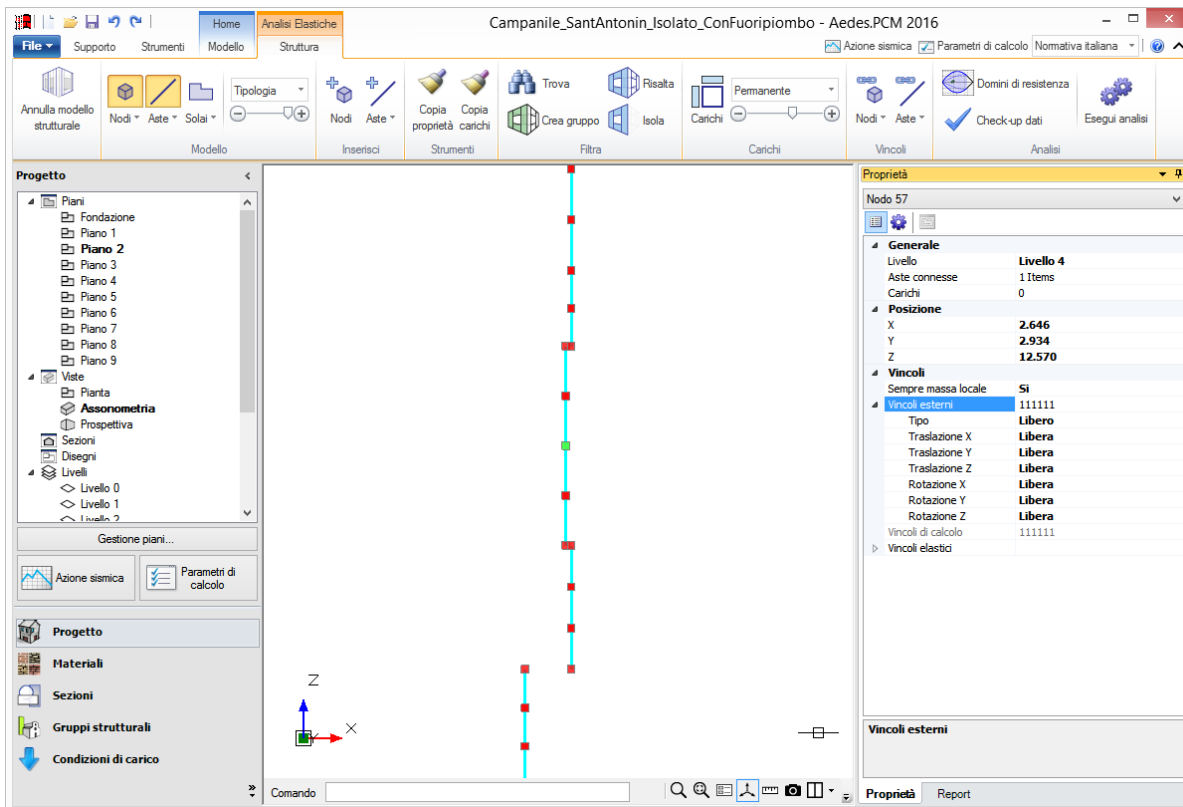
- si selezionano i due nodi tra loro coincidenti posti ad una certa quota: i nodi sono coincidenti perché appartengono a conci aventi la stessa sezione trasversale:



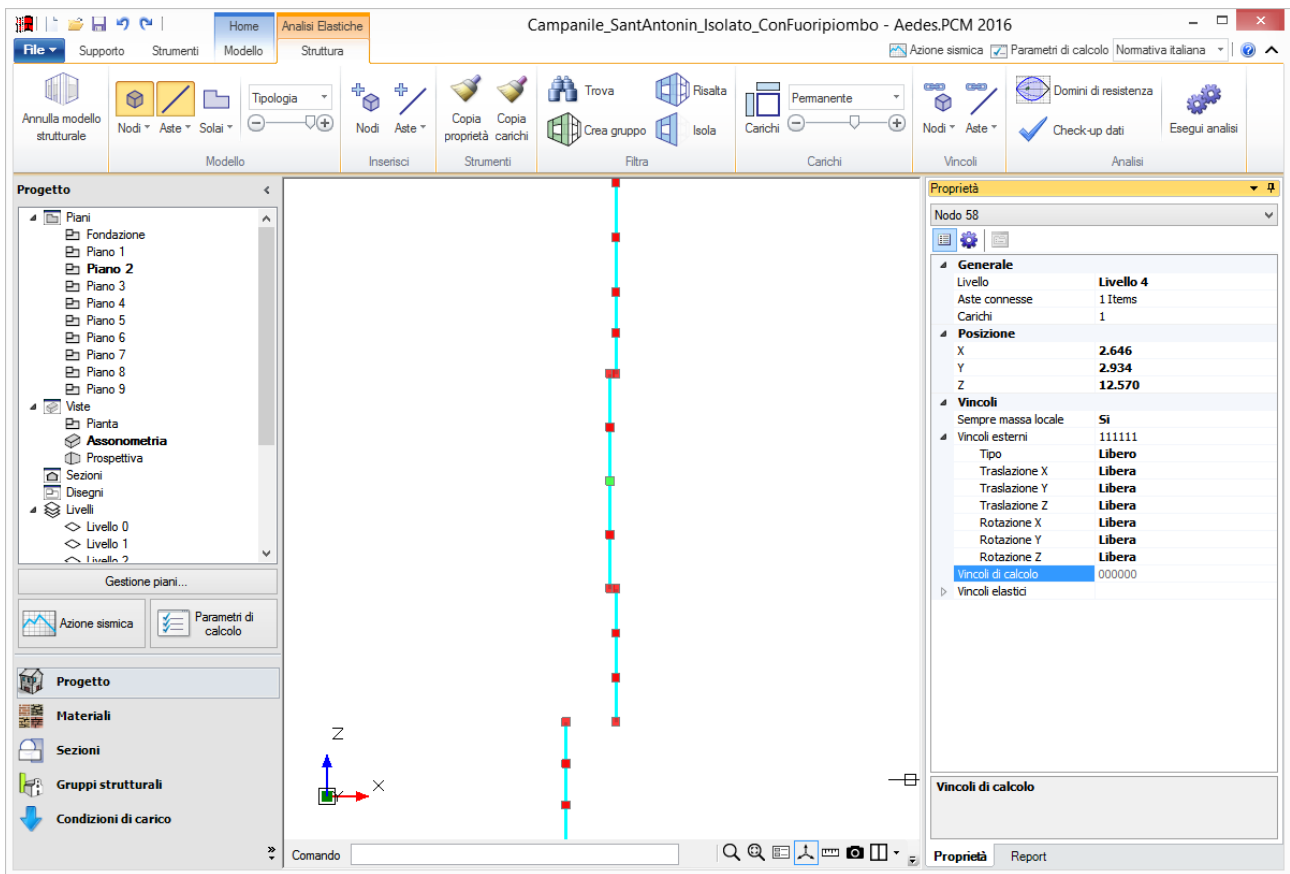
- nella griglia delle proprietà sono entrambi visibili:



- il nodo n°57 è il nodo finale del concio inferiore, nodo di tipo master:

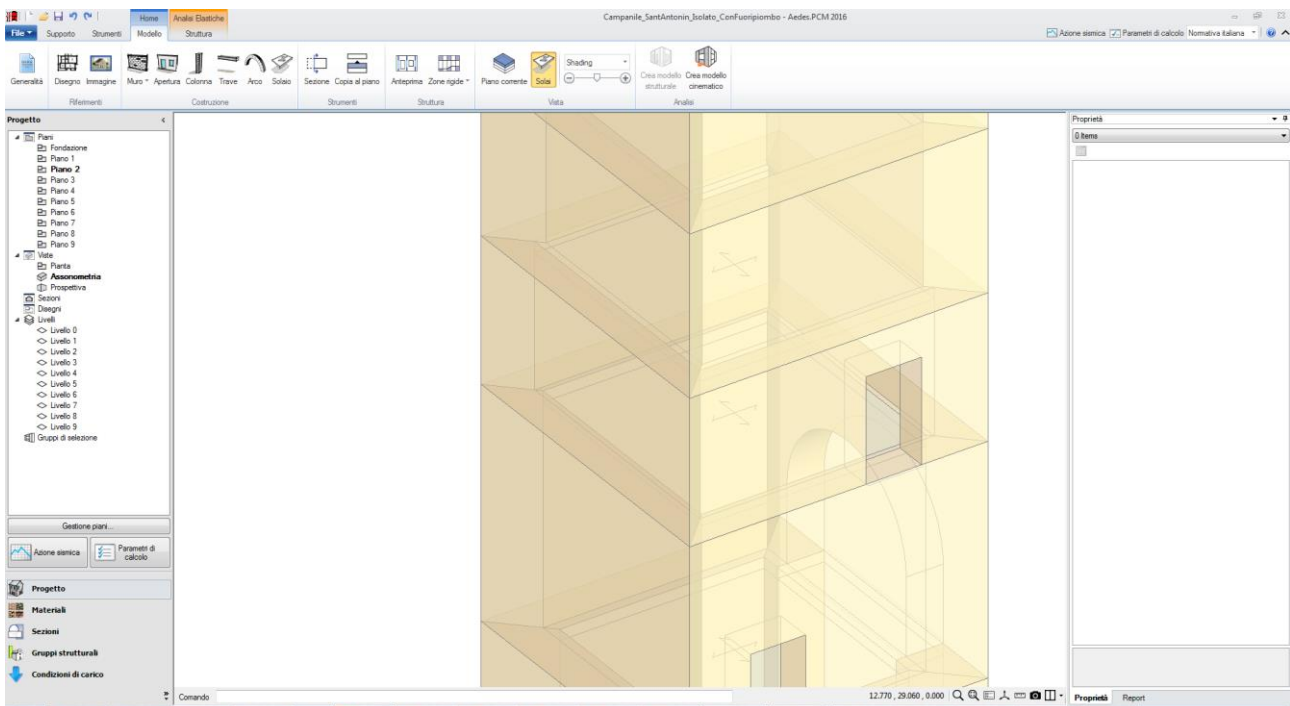


- il nodo n°58 è il nodo iniziale del concio superiore (nodo di tipo slave):



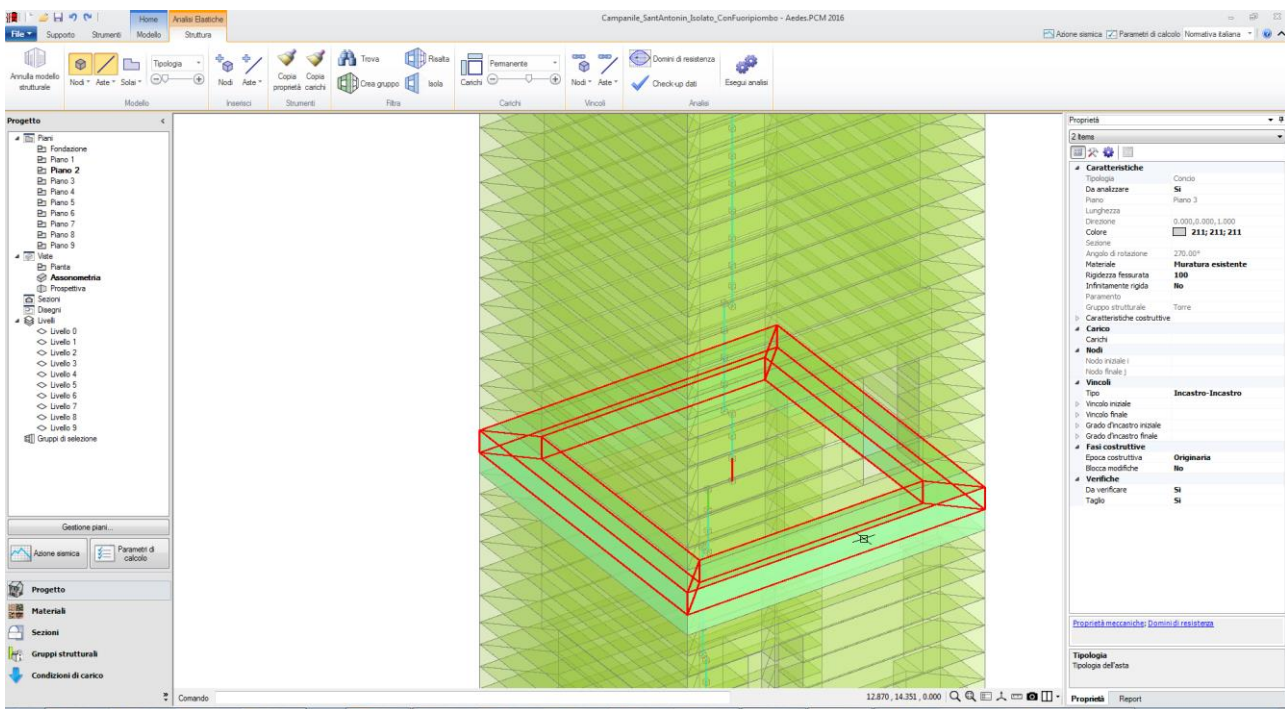
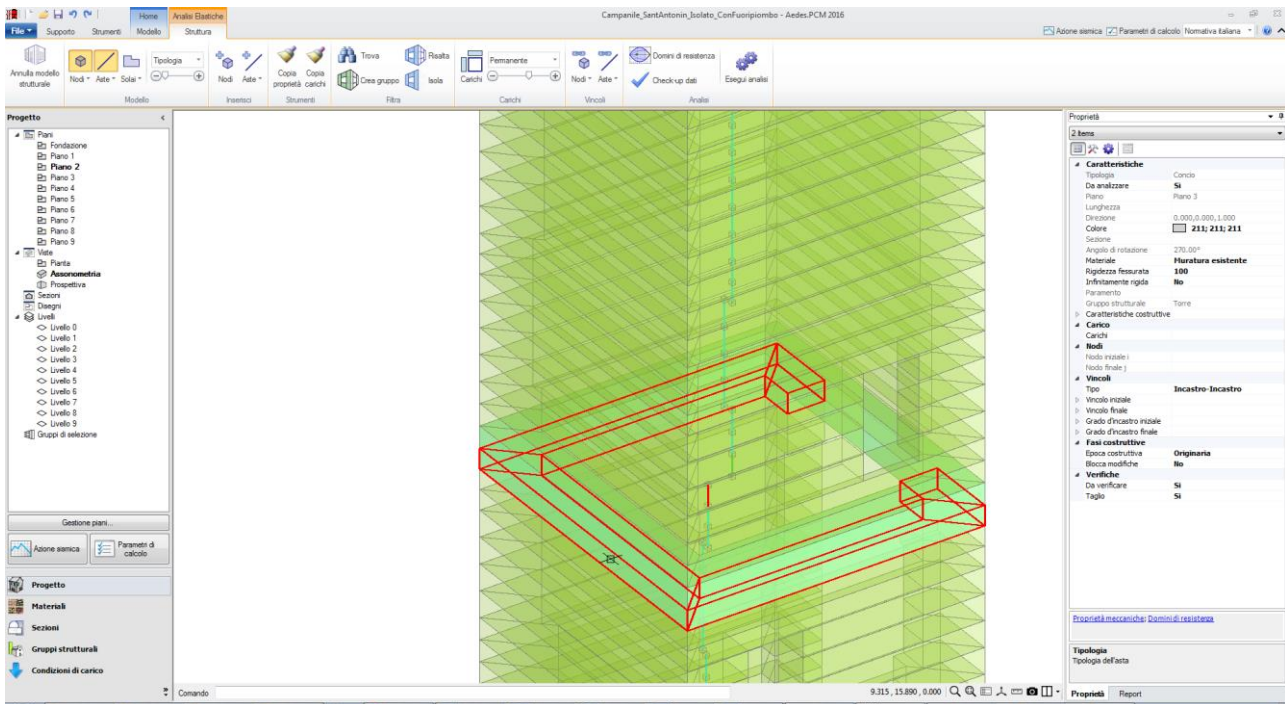
Nell'immagine è contenuto anche il caso di conci consecutivi aventi diversa sezione trasversale, dove i due nodi (il n°47 e il n°48 nell'esempio), posti alla stessa quota, corrispondenti alla sommità del concio sottostante e alla base del concio soprastante, sono visibilmente distinti.

In figura seguente, il modello architettonico della torre nella zona di tali nodi:

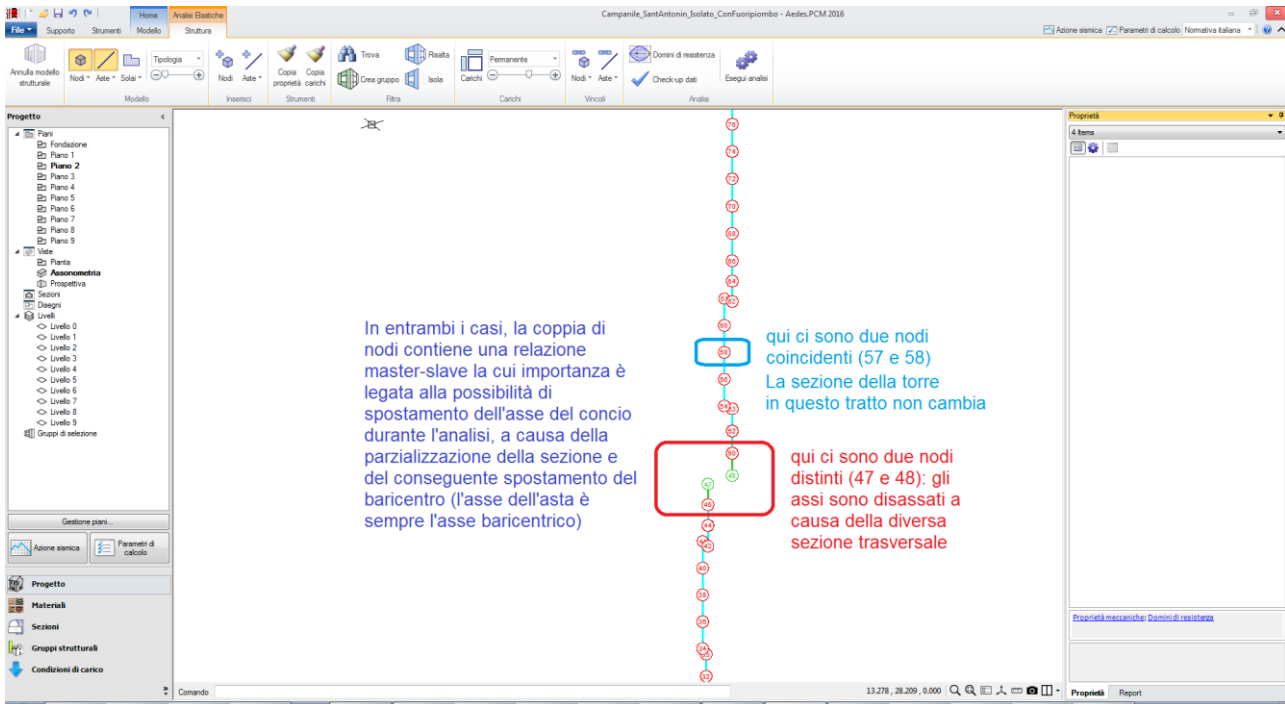




Ad esso corrisponde il seguente modello strutturale, mostrato nelle immagini seguenti e dove vengono evidenziati la sezione del concio sottostante e quella del concio soprastante (con riferimento ai nodi oggetto di attenzione), e al centro della sezione è visibile in rosso l'asse dell'asta (concio):

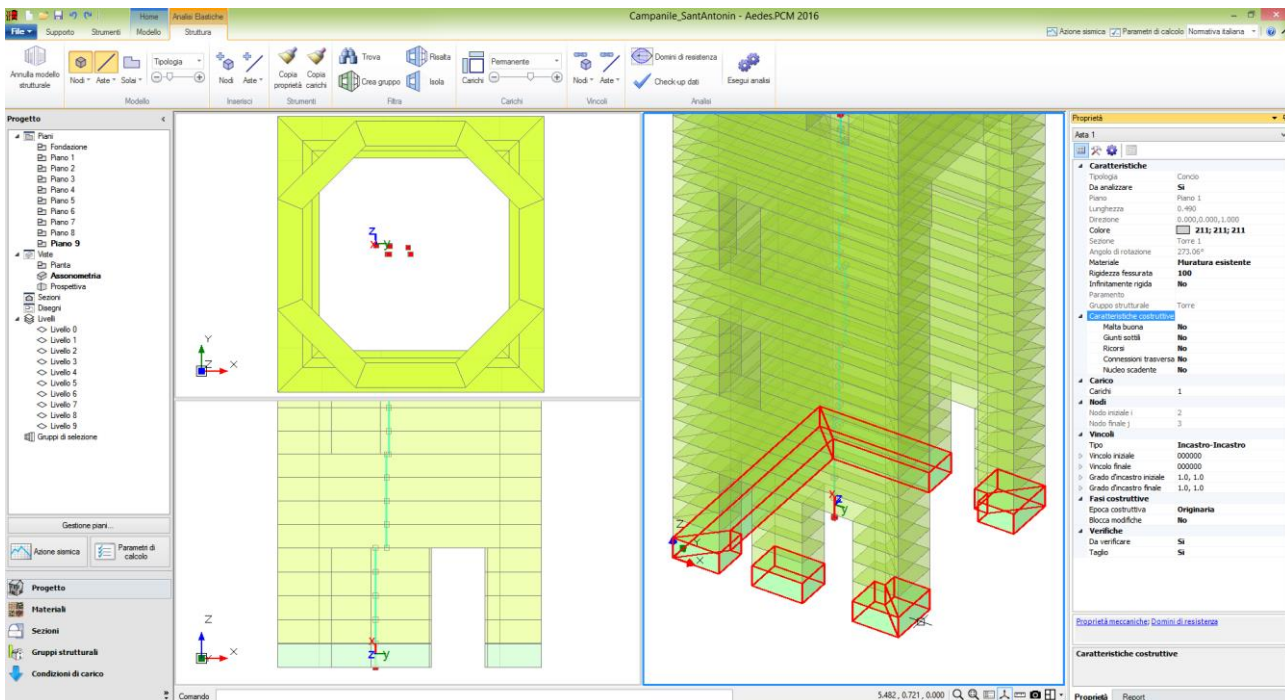


Disattivando la vista solida delle aste, e mantenendo il disegno degli assi, si ottiene l'immagine seguente, dove vengono evidenziati le diverse situazioni esaminate:

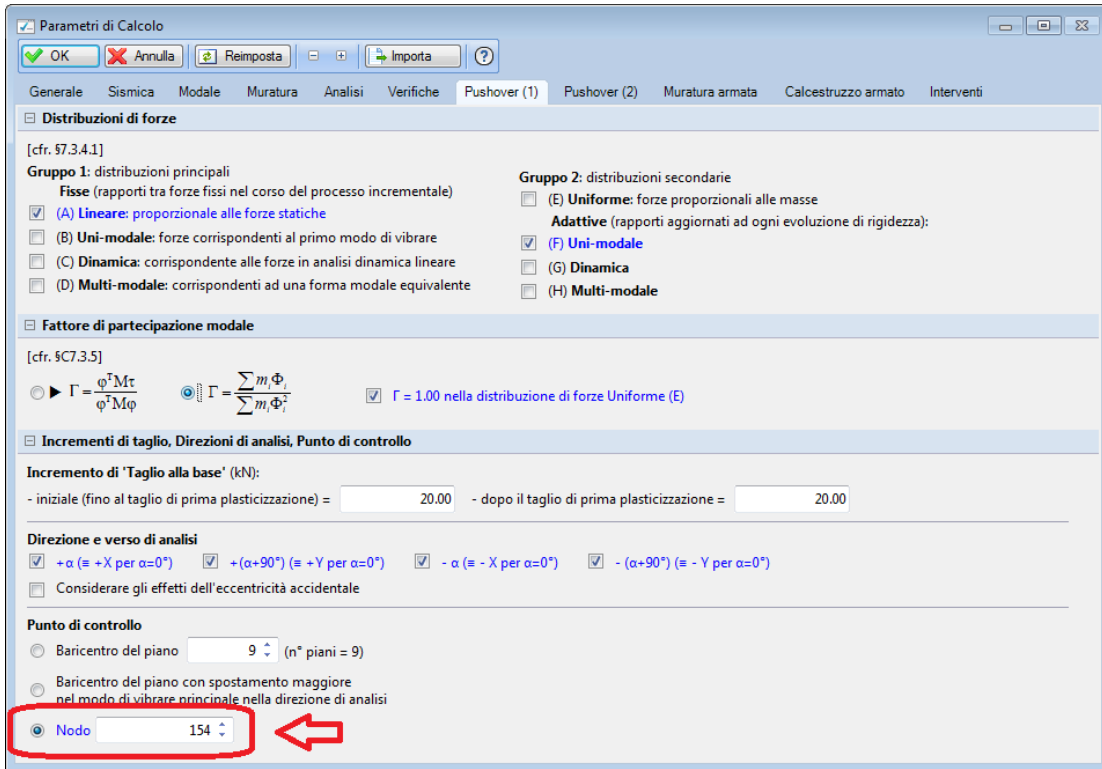


Sia che i nodi originari coincidano sia che non coincidano, la loro distinzione permette la gestione dello spostamento degli assi dei conci durante l'analisi, quando le sezioni si parzializzano e i baricentri delle zone reagenti in generale non si corrispondono.

Per quanto riguarda il materiale dei blocchi, questo viene impostato pari a quello dei muri intercettati dal piano di sezione. È comunque possibile modificare tale materiale per ogni singolo concio o applicare diverse caratteristiche costruttive.



Prima di procedere all'analisi, nel caso si svolga l'analisi pushover, è possibile impostare il nodo di sommità della torre come punto di controllo per la creazione della curva di capacità. Per farlo è sufficiente annotare l'ID di tale nodo e specificarlo nei Parametri di Calcolo, scheda Pushover (1), Punto di controllo, Nodo:



Si osservi infine che la relazione master-slave che lega i nodi dei conci della torre non ha alcun legame con le relazioni di tipo master-slave riguardanti i piani rigidi. Nel caso delle torri, con la creazione del modello strutturale, i piani architettonici definiti per la modellazione si trasformano (per preimpostazione) in livelli rigidi (come si può rilevare dalle proprietà dei Livelli); durante l'analisi tuttavia i livelli con nodo master cui non è collegato alcun nodo slave diventano automaticamente deformabili. Nel caso della torre, ha luogo proprio questa modifica automatica, in quanto tutti i nodi sono sedi di massa locale e la relazione master-slave tipica del piano rigido non si attiva.

## 5. VALIDAZIONE DELLE PROCEDURE

Nei paragrafi seguenti vengono illustrati alcuni esempi di riferimento, sviluppati sia per convalidare le tecniche di elaborazione implementate in PCM, sia per fornire agli utilizzatori del software le informazioni necessarie per il successivo studio di strutture reali con vario grado di complessità.

La consultazione di questo paragrafo è da ritenersi pertanto propedeutica per l'applicazione delle nuove funzioni di PCM in ambito professionale.

I files corrispondenti agli esempi vengono installati da PCM nel percorso \Pcm\Esempi\_ECS.

Anzitutto, viene introdotto un confronto fra modelli per evidenziare il comportamento strutturale dei beam curvi 3D. In seguito, viene proposto un confronto fra il software SAV © AEDES che opera secondo la metodologia rigido-fragile [3] (da tempo applicata in campo professionale [4]) ed il nuovo approccio di PCM a blocchi-giunti a a soli blocchi; il fondamento comune è costituito dalla teoria di Heyman.

Successivamente, in ulteriori esempi vengono discusse le funzionalità avanzate disponibili in PCM, ad esempio la possibilità di considerare una resistenza a trazione non nulla o la presenza di rinforzi.

Per quanto riguarda la validazione delle metodologie relative a torri e campanili si rimanda alla descrizione dei corrispondenti esempi applicativi (par. 6.2).

### 5.1. BEAM CURVI 3D IN AMBIENTE FEM

Gli elementi curvi sono introdotti in PCM al fine di descrivere adeguatamente i conci degli archi (cfr. par. 1.3). L'esempio Ex\_ECS\_001 si compone dei seguenti files:

Ex\_ECS\_001.dxf contenente il disegno dell'arco

Ex\_ECS\_001.z09 contenente il file dati per PC.E © AEDES (arco modellato con beam rettilinei; per lo schema ad aste rettilinee si è scelto il software PC.E, ma può equivalentemente essere utilizzato un qualsiasi software per beam rettilinei)

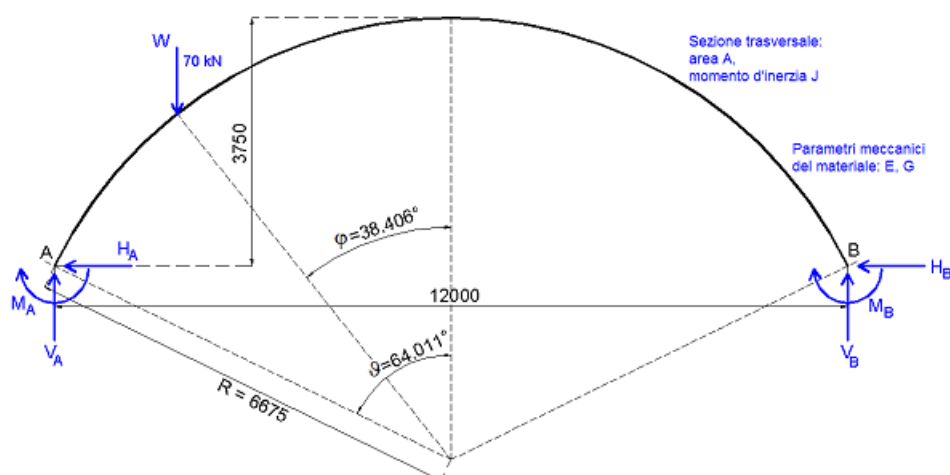
Ex\_ECS\_001.pcm contenente il file dati per Aedes.PCM (arco modellato con beam curvi)

La struttura ad arco è realizzata in legno ( $E=9000 \text{ N/mm}^2$ ,  $G=1500 \text{ N/mm}^2$ ), con sezione trasversale 100x300 mm. L'arco ha luce 12.000 m. e freccia 3.750 m misurate in asse; 11.730 m. e 3.666 m come valori netti (fig. 5.1.1). L'angolo al centro è pari a  $128.022^\circ$  ed il raggio è 6.675 m. (misurato dal centro all'asse dell'arco). Un carico concentrato viene applicato nella parte sinistra dell'arco, ad una coordinata angolare pari a  $38.406^\circ$  dall'asse di simmetria dell'arco.

La risoluzione analitica è condotta tramite formule chiuse [10].

L'arco è stato poi suddiviso in 10 blocchi per la modellazione in PC.E con beam rettilinei e in PCM con beam curvi, ognuno corrispondente ad un'apertura angolare di  $12.8022^\circ$ . Il carico concentrato risulta applicato in corrispondenza dell'interfaccia tra il secondo ed il terzo blocco, partendo dall'imposta sinistra.

Il confronto fra modello di PC.E e formule esatte mostra la buona approssimazione già ottenuta con le aste rettilinee; il confronto fra modello di PCM a conci curvi e formule esatte evidenzia il perfezionamento del risultato. Ulteriori confronti sugli spostamenti dei nodi e sui diagrammi delle caratteristiche di sollecitazione fra i due modelli ad aste rettilinee (PCE) e curve (PCM) completano l'analisi della struttura e confermano la correttezza dell'implementazione dei beam curvi.



**Fig. 5.1.1.** Arco dell'esempio Ex\_ECS\_001

### (A) Risoluzione analitica

La risoluzione analitica dell'arco circolare incastrato alle imposte, di raggio  $R (=6.675 \text{ m})$ , apertura angolare rispetto all'asse di simmetria  $\vartheta (=64.011^\circ)$ , sottoposto ad un carico concentrato la cui posizione è definita dalla coordinata angolare  $\varphi (=38.406^\circ)$ , è data dalle formule seguenti [10].

Definite con:  $H_A, V_A, M_A$  le tre incognite iperstatiche, il sistema lineare risolvete è dato dalle 3 equazioni:

$$(1) B_{HH} H_A + B_{HV} V_A + B_{HM} M_A / R = LF_H$$

$$(2) B_{VH} H_A + B_{VV} V_A + B_{VM} M_A / R = LF_V$$

$$(3) B_{MH} H_A + B_{MV} V_A + B_{MM} M_A / R = LF_M$$

dove:

$$B_{HH} = 2\vartheta c^2 + k_1 (\vartheta - sc) - k_2 2sc$$

$$B_{HV} = B_{VH} = -2\vartheta sc + k_2 2s^2$$

$$B_{HM} = B_{MH} = -2\vartheta c + k_2 2s$$

$$B_{VV} = 2\vartheta s^2 + k_1 (\vartheta + sc) - k_2 2sc$$

$$B_{VM} = B_{MV} = 2\vartheta s$$

$$B_{MM} = 2\vartheta$$

$$s = \sin \vartheta, c = \cos \vartheta, n = \sin \varphi, m = \cos \varphi$$

$$k_1 = 1 - \alpha + \beta, k_2 = 1 - \alpha, \text{ con: } \alpha = J / (AR^2), \beta = \chi EJ / (GAR^2)$$

$$LF_H = W [ -(\vartheta + \varphi) cn + (k_1/2) (c^2 - m^2) + k_2 (1 + sn - cm) ]$$

$$LF_V = W [ (\vartheta + \varphi) sn + (k_1/2) (\vartheta + \varphi + sc + nm) - k_2 (2sc - sm + cn) ]$$

$$LF_M = W [ (\vartheta + \varphi) n + k_2 (m - c) ]$$

Svolgendo i calcoli, si ha (valori in kN e kNm):

$$H_A = -17.18, V_A = 64.65, M_A = -41.49$$

e di conseguenza:

$$H_B = -H_A = 17.18, V_B = W - V_A = 5.35, M_B = -M_A - V_A * 2Rs + W * R * (n + s) = -24.08$$

Per il confronto con i calcoli riportati ai punti successivi, si osservi che il sistema di riferimento adottato nel software Aedes differisce da [10] per quanto riguarda l'asse X, pertanto i segni di  $H_A$  e  $H_B$  devono essere cambiati; in definitiva, i risultati esatti da confrontare con quelli prodotti dai software sono i seguenti:

$$H_A = 17.18, V_A = 64.65, M_A = -41.49$$

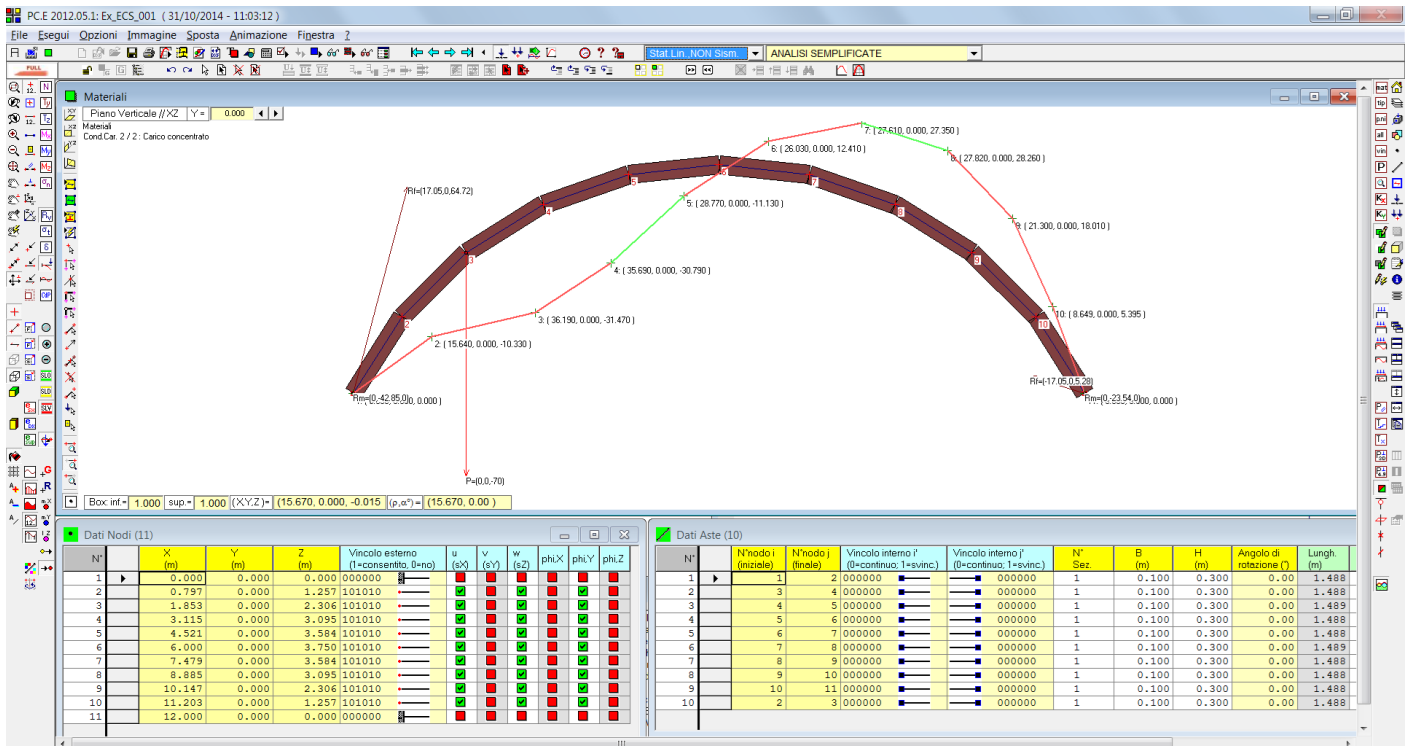
$$H_B = -17.18, V_B = 5.35, M_B = -24.08$$

### (B) Risoluzione mediante discretizzazione dell'arco con elementi ad asse rettilineo (PC.E)

Con il software PC.E l'analisi viene condotta definendo due CCE (condizioni di carico elementari): la prima



relativa ai pesi propri delle aste; la seconda costituita dal carico concentrato. I dati sui nodi e le aste, insieme ai risultati sulle reazioni vincolari e gli spostamenti dei nodi relativi alla CCE 2, sono riportati in fig. 5.1.2.



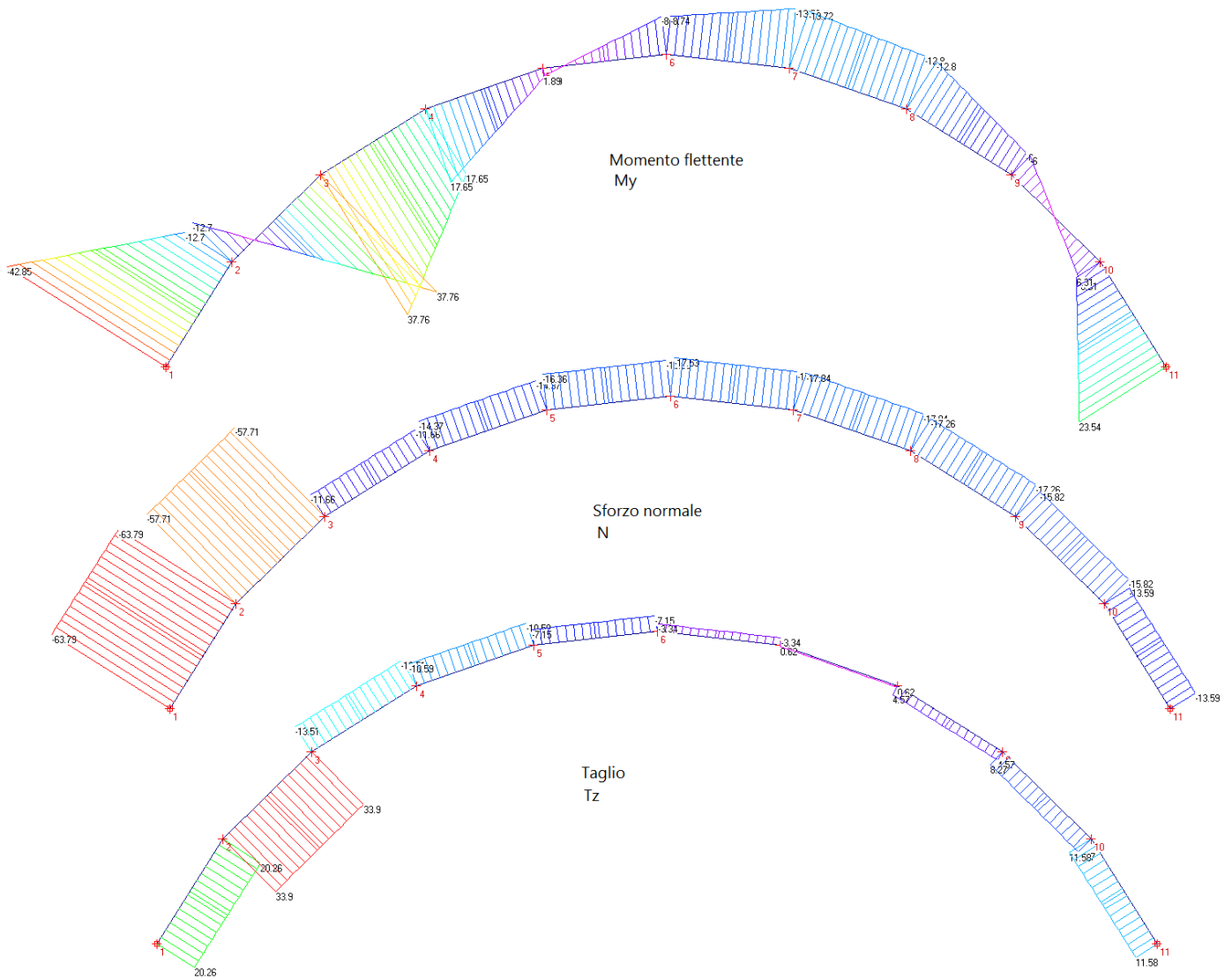
**Fig. 5.1.2.** Arco dell'esempio Ex\_ECS\_001: discretizzazione con beam rettilinei

Risultano le seguenti reazioni vincolari (in rosso i risultati esatti):

$$H_A = 17.05 \text{ (17.18)}, V_A = 64.72 \text{ (64.65)}, M_A = -42.85 \text{ (-41.49)}$$

$$H_B = -17.05 \text{ (-17.18)}, V_B = 5.28 \text{ (5.35)}, M_B = -23.54 \text{ (-24.08)}$$

Gli scarti rispetto alla soluzione esatta sono compresi fra 1% e 3%. I diagrammi delle caratteristiche di sollecitazione sono i seguenti:



**Fig. 5.1.3.** Arco con beam rettilinei: azioni interne

Per quanto riguarda i modi di vibrare, l'analisi modale mostra un periodo pari a 0.428 sec.; in analisi modale le masse sono costituite sia dai pesi propri, sia dal carico concentrato.

### (C) Risoluzione mediante discretizzazione dell'arco con elementi curvi (PCM)

Nel modello di Aedes.PCM è stato creato un elemento architettonico ad arco composto da 5 blocchi (la suddivisione è stata ottenuta come migliore approssimazione specificando una lunghezza dei blocchi di 3.000 m.). Generando il modello strutturale, ogni blocco architettonico viene suddiviso in due, e quindi si creano 10 beam curvi. Il carico concentrato viene definito come carico permanente non strutturale. I risultati mostrano: un'analisi modale coincidente con il modello (B) (0.428 sec); in analisi statica, nella CCE relativa al solo carico concentrato:

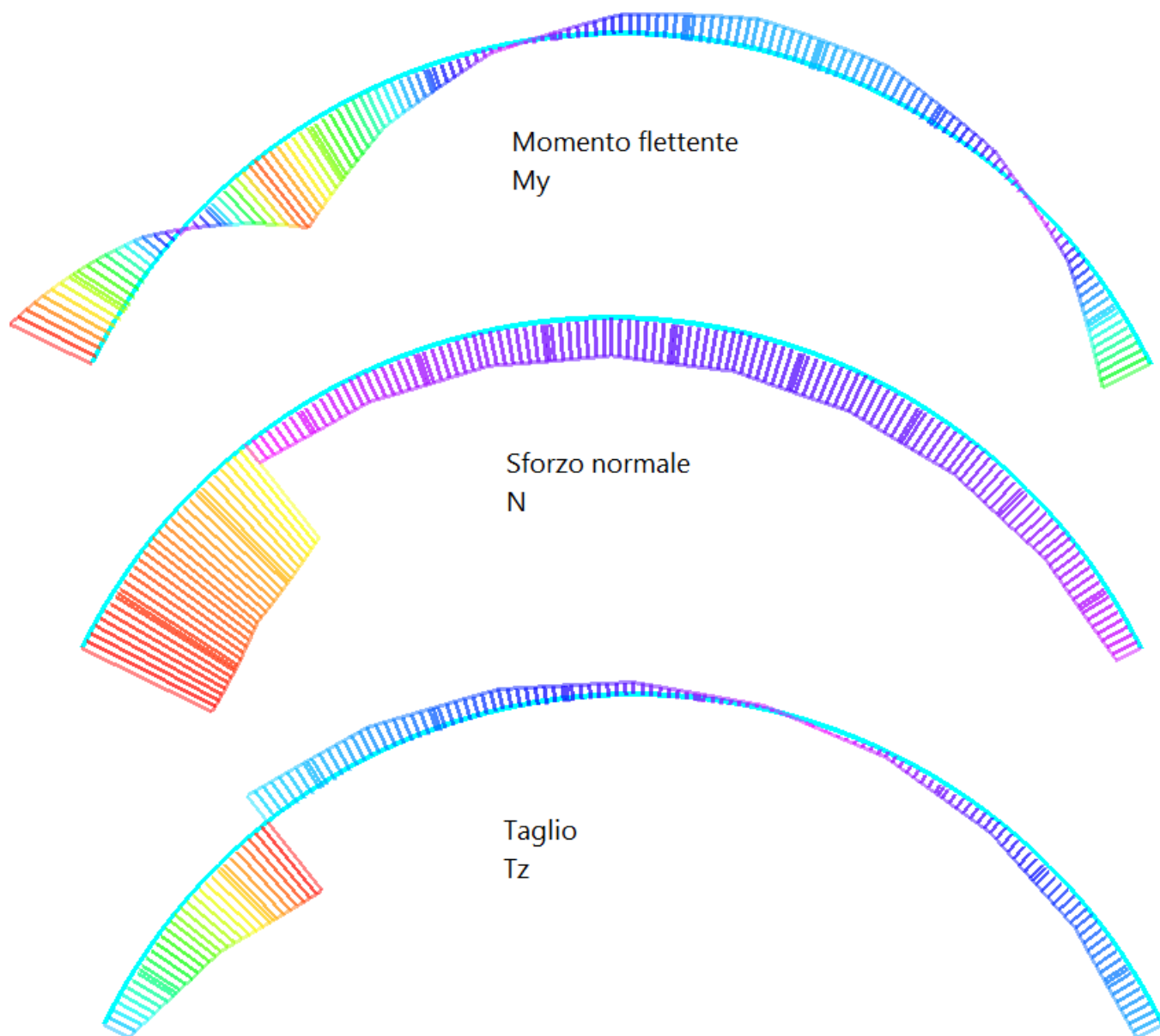
$$H_A = 17.27 \text{ (17.18)}, V_A = 64.64 \text{ (64.65)}, M_A = -41.11 \text{ (-41.49)}$$

$$H_B = -17.27 \text{ (-17.18)}, V_B = 5.36 \text{ (5.35)}, M_B = -24.24 \text{ (-24.08)}$$

Lo scarto dei risultati rispetto alla soluzione esatta è inferiore all'1%; viene così mostrato come l'analisi numerica con i beam curvi conduce in pratica agli stessi risultati della soluzione esatta.

I diagrammi delle caratteristiche di sollecitazione vengono illustrati in fig. 5.1.4.





**Fig. 5.1.4.** Arco con beam curvi: azioni interne

I valori in corrispondenza dei nodi, confrontati fra lo schema a beam rettilinei e quello a beam curvi, sono molto simili (si osservi che in PCM lo sforzo normale positivo, di compressione, viene rappresentato dalla stessa parte del momento positivo, che tende le fibre inferiori). Ad esempio, con riferimento al nodo 3:

PC.E:            N) 57.71 / 11.66        My) 37.76        Tz) 33.90 / -13.51

Aedes.PCM:    N) 53.69 / 10.21        My) 38.83        Tz) 39.92 / -14.93

L'asse curvo comporta una più corretta valutazione delle azioni interne, in particolare degli sforzi normali e dei tagli; è questo un aspetto particolarmente importante ai fini delle verifiche di sicurezza dei conci.

## 5.2. VALIDAZIONE METODOLOGIE PER ARCHI

La validazione dei modelli blocco-giunto e blocco-blocco proposti da ECS per l'analisi strutturale degli archi è contenuta nei seguenti articoli scientifici, dedicati a queste metodologie e presentati a Convegni internazionali (CompDyn), accessibili ognuno attraverso il link al documento pdf corrispondente:

Francesco Pugi: [Seismic Analysis of masonry arch structures through the finite element model "block-joint"](#), 4<sup>th</sup> International Conference on Computational Methods in Structural Dynamics and Earthquake Engineering (COMPDYN), Kos Island, Greece, 2013.

Francesco Pugi, Alessio Francioso: [Nonlinear analysis and seismic strengthening of masonry arches: the block-joint and block-block fem models](#), 5<sup>th</sup> International Conference on Computational Methods in Structural Dynamics and Earthquake Engineering (COMPDYN), Crete Island, Greece, 2015.

Constantine C. Spyarakos, Francesco Pugi, Charilaos A. Maniatakis, Alessio Francioso: [Evaluation of the dynamic response for a historic byzantine crossed-dome church through block-joint and kinematic analysis](#), 5<sup>th</sup> International Conference on Computational Methods in Structural Dynamics and Earthquake Engineering (COMPDYN), Crete Island, Greece, 2015.

Nel seguito di questo paragrafo viene riportata la traduzione italiana del primo articolo:

**Analisi sismica di sistemi voltati in muratura con modello ad elementi finiti "concio-giunto"**

## **5.2.1. ANALISI SISMICA DI SISTEMI VOLTATI IN MURATURA CON MODELLO AD ELEMENTI FINITI "CONCIO-GIUNTO"**

*(F. Pugi)*

### **SOMMARIO**

Negli edifici monumentali i sistemi voltati e gli archi in muratura costituiscono strutture di grande importanza. Il tradizionale approccio con analisi rigido-fragile costituisce un metodo di riferimento ma è affetto da alcuni limiti operativi: la generalizzazione del metodo dal caso piano a modelli spaziali e a modelli che includono le strutture adiacenti (muri, pilastri) è problematica; inoltre, prescindendo dall'elasticità, non è possibile eseguire analisi modali.

Viene proposta una metodologia alternativa che utilizzando semplici elementi finiti monodimensionali (conci murari - giunti) identifica il meccanismo di collasso attraverso un processo incrementale elasto-fragile. Il metodo coglie agevolmente una soluzione equilibrata e compatibile con le caratteristiche di resistenza del materiale. Rimuovendo inoltre la trascurabilità della resistenza a trazione dei giunti di malta, è possibile inquadrare più correttamente la capacità antisismica del sistema strutturale.

Il metodo proposto viene applicato allo studio di un importante monumento religioso.

### **1. INTRODUZIONE**

Nei fabbricati esistenti in muratura, incluse le costruzioni storiche, sotto le azioni sismiche si manifestano frequentemente collassi parziali per perdita dell'equilibrio di porzioni murarie.

Meccanismi locali si verificano nelle pareti murarie principalmente per azioni perpendicolari al loro piano, mentre nel caso di sistemi ad arco anche per azioni nel piano. In sede di analisi ai fini di un giudizio sulla vulnerabilità sismica del fabbricato, le verifiche di sicurezza con riferimento ai meccanismi locali collasso (nel piano e fuori piano) possono essere svolte tramite l'analisi limite dell'equilibrio, secondo l'approccio cinematico proposto dai vigenti testi normativi ([1], §8.7.1; [2], §C8A.4; [3], All.B).

La modalità di analisi più diffusa, e direttamente indicata nei testi normativi ([3], All.C), si basa sulla scelta preventiva del meccanismo di collasso e la valutazione dell'azione orizzontale che attiva tale cinematisimo. Tale via presuppone quindi l'analisi dei meccanismi locali ritenuti significativi per la costruzione, che possono essere ipotizzati sulla base della conoscenza del comportamento sismico di strutture analoghe, già danneggiate dal terremoto, o individuati considerando la presenza di eventuali stati fessurativi, anche di natura non sismica.

Questa impostazione presenta tuttavia alcune limitazioni, in quanto l'ipotesi a priori del cinematisimo toglie generalità ai casi che possono essere esaminati. Ad esempio, non tutti gli archi sono a geometria o carichi simmetrici; alcune strutture possono differire in modo sensibile dai modelli di riferimento (volte a geometria complessa impostate su muri o su pilastri; pareti con aperture variamente disposte).

Per la corretta modellazione di una struttura monumentale è quindi indispensabile disporre anche di metodologie in grado di determinare il cinematisimo di collasso, togliendo il limite dell'ipotesi a priori. A tal fine, sono state studiate specifiche tecniche di calcolo per alcune importanti classi tipologiche di strutture. Per archi e volte, seguendo la teoria di Heyman ed un'impostazione fondata su elementi finiti rigido-fragili (i conci dell'arco e le interfacce non reagenti a trazione), sono stati messi a punto algoritmi in grado di

definire il cinematismo di collasso dovuto ad azione sismica [4]; questa metodologia viene descritta nel paragrafo 2.

Ma la definizione del cinematismo di collasso, o più propriamente del livello di azione sismica che determina la formazione di un meccanismo, può essere perseguita anche con metodi tradizionali agli elementi finiti, seguendo procedure non lineari che tengano conto del progressivo danneggiamento delle strutture. Si considera una configurazione iniziale a comportamento elastico sotto carichi verticali, in genere fortemente iperstatica. L'applicazione di forze orizzontali crescenti conduce ad una graduale perdita di gradi di iperstaticità, fino a rendere la struttura isostatica, e infine labile: l'insorgenza della labilità segna la formazione del meccanismo di collasso. Questo tipo di analisi incrementale fino al collasso, suggerita in alternativa all'analisi limite nei recenti testi normativi ([3], §5.4.2), è descritto nel paragrafo 3.

Nell'analisi statica non lineare viene costruito un diagramma forza-spostamento (denominato: curva di capacità), dove si riportano in ordinate i valori crescenti del taglio ed in ascisse lo spostamento di un punto di controllo, che può essere identificato con il baricentro delle masse movimentate.

In entrambi gli approcci, viene perseguito lo scopo di definire il livello massimo di azione sismica sostenibile: con l'approccio cinematico (analisi limite), si definisce tale forza come la minima in grado di generare un cinematismo; con l'approccio statico (analisi statica non lineare), tale forza è invece la massima in grado di garantire l'equilibrio. Poiché la forza orizzontale è di origine sismica, si tratta di una forza inerziale, corrispondente quindi ad un coefficiente moltiplicatore della massa. Pertanto, dividendo la forza massima per la massa sismica del sistema è possibile definire il moltiplicatore di collasso  $\lambda$ .

I metodi citati sono quindi tecniche di valutazione del moltiplicatore di collasso: il suo valore può essere considerato come una proprietà intrinseca della struttura esaminata, sotto i parametri dati relativi a geometria, vincoli, materiali e carichi applicati.

Questa procedura costituisce la prima fase dell'analisi di vulnerabilità sismica: dopo averla eseguita, non è possibile ancora dare una risposta sul fatto che la struttura sia o meno in grado di sopportare il terremoto previsto per la zona di ubicazione.

Applicando le metodologie proposte nei testi di riferimento ([2], §C8A.4) per lo studio dei meccanismi di collasso, è infine possibile formulare un giudizio di vulnerabilità sismica della struttura.

Con tale procedura operativa, in analisi statica non lineare la costruzione della curva di capacità è finalizzata a cogliere il valore massimo della forza orizzontale sostenibile dalla struttura.

Nel presente contesto, si pone l'attenzione sulle due metodologie alternative per la definizione del moltiplicatore di collasso di sistemi voltati, indipendentemente dalla successiva fase di utilizzo del moltiplicatore ai fini del giudizio sulla vulnerabilità. In particolare, vengono studiati sistemi voltati piani (archi); il metodo può essere generalizzato a sistemi voltati spaziali a geometria più complessa.

## **2. ANALISI LIMITE**

La ricerca del moltiplicatore di collasso per le strutture murarie sottoposte ad azioni orizzontali può essere condotta seguendo le sole condizioni di equilibrio, attraverso la via dell'analisi limite.

L'analisi limite valuta la condizione di equilibrio di una struttura labile, costituita dall'assemblaggio di porzioni murarie rigide, ovvero si controlla che questa risulti staticamente determinata sotto i carichi assegnati, prevalentemente grazie alla propria forma; trascurare la deformabilità significa ipotizzare che anche nella configurazione deformata, non determinabile attraverso l'analisi limite, la struttura sia ancora in equilibrio. È opportuno tuttavia considerare che, nel caso dell'analisi di costruzioni esistenti, la

configurazione geometrica che viene determinata attraverso il rilievo geometrico è già quella deformata, per cui l'analisi limite è in grado di valutare le condizioni di sicurezza nello stato attuale.

Come già osservato, le metodologie utilizzate in analisi limite si distinguono in due gruppi: quelle che si fondano su cinematismi ipotizzati a priori, e quelle che invece - generalizzando il problema - si propongono di definire il cinematismo attraverso l'elaborazione di calcolo.

Per quanto riguarda i cinematismi ipotizzati a priori, la recente normativa sismica italiana dedicata agli edifici monumentali ([3], All.C), propone un abaco dei meccanismi di collasso per la valutazione della vulnerabilità sismica delle chiese. In esso si indicano i cinematismi da esaminare, codificati attraverso l'esame dei danni prodotti dagli eventi sismici.

Relativamente alle analisi che invece non utilizzano una definizione a priori del cinematismo, ma lo individuano attraverso il calcolo, in questo paragrafo si illustra un algoritmo dedicato all'analisi di stabilità delle strutture ad arco secondo il modello rigido-fragile [4], elaborato a partire dagli studi di Heyman [5] [6]. Questo approccio, già da tempo utilizzato nella progettazione professionale [7], costituisce un riferimento robusto e affidabile per la calibrazione di procedure alternative.

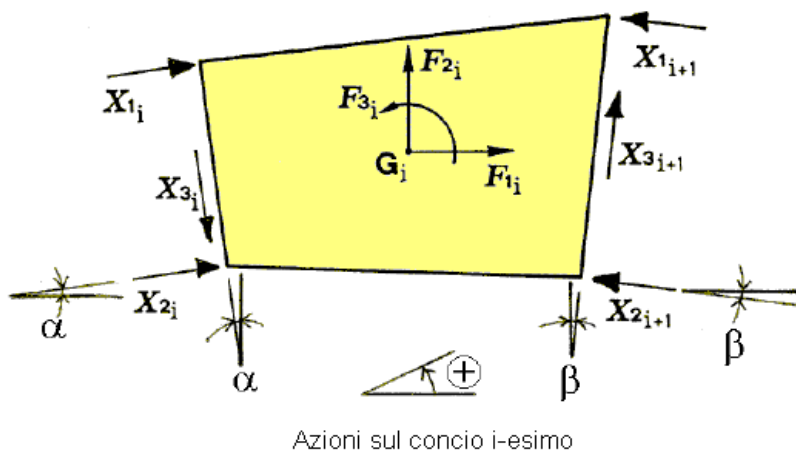
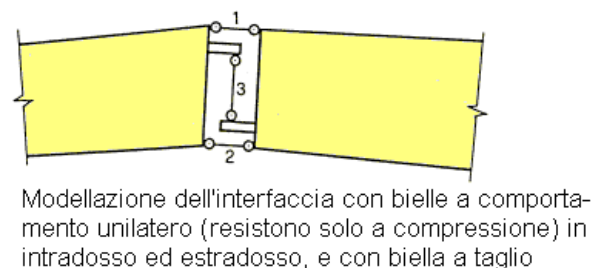
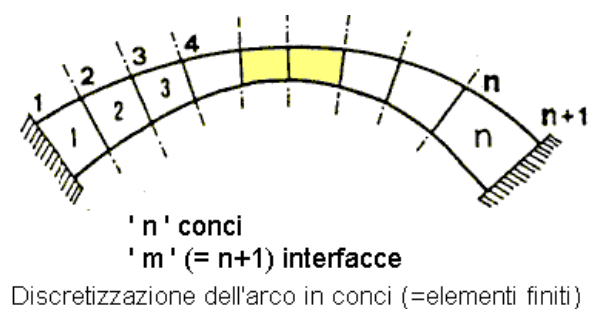
Supponendo che l'arco sia costituito da un insieme di conci rigidi in grado di trasmettere fra loro soltanto forze di taglio e di compressione, il metodo ricerca - se esiste - una curva delle pressioni che, sotto i carichi applicati e nel rispetto dell'equilibrio, sia contenuta entro la forma geometrica della struttura.

Laddove siano presenti trazioni, viene inserita una distorsione (corrispondente ad una cerniera): in tale interfaccia, la curva delle pressioni è tangente al profilo dell'arco (in intradosso o in estradosso). Se necessario, è possibile considerare fino a un massimo di 3 cerniere, oltre le quali si ha la formazione di un cinematismo. Se è possibile individuare una configurazione equilibrata nel rispetto delle condizioni al contorno (assenza di trazioni), l'arco è stabile.

Partendo quindi da un assetto stabile sotto i carichi verticali, è possibile applicare ad essi un moltiplicatore che genera una corrispondente forza orizzontale. Studiando la stabilità dell'arco sotto valori crescenti del campo di forze orizzontali, è possibile determinare il moltiplicatore di collasso, ossia il maggior valore del moltiplicatore cui corrisponde una soluzione accettabile al problema della stabilità.

Il sistema rigido-fragile, che prescinde da ogni informazione su elasticità e resistenza, è rappresentato in Fig.1. La procedura segna un progresso importante rispetto al calcolo dell'arco condotto con metodi tradizionali (quali il metodo di Méry), dove si ipotizza a priori la posizione di cerniere. Queste, invece, se si formano, sono valutate dall'analisi nella effettiva posizione risultante dal calcolo sotto i carichi applicati.

La formulazione originaria della procedura è di tipo piano, ed è utilizzabile per l'analisi di archi singoli e di volte a botte (cilindriche). Estensioni della procedura ne consentono attualmente l'applicazione anche nei casi di volte a crociera [7]. Queste metodologie prevedono in generale infinita resistenza a compressione e resistenza a trazione nulla.



**Fig. 1.** Modellazione rigido-fragile delle strutture ad arco

### 3. ANALISI STATICA NON LINEARE: IL MODELLO "CONCIO-GIUNTO "

Per quanto sopra descritto, secondo l'approccio di analisi limite la struttura ad arco può essere studiata come sistema rigido-fragile. Questo metodo presenta tuttavia alcuni importanti limiti operativi:

- la resistenza a trazione viene considerata nulla, ignorando la capacità dei giunti di malta. In tal modo si possono sottostimare in modo significativo i moltiplicatori di collasso, agendo sì a favore di sicurezza ma rischiando interventi di consolidamento eccessivi. Si ritiene auspicabile, infatti, che ogni valutazione di vulnerabilità inquadri il più correttamente possibile il comportamento reale, in modo da progettare adeguatamente gli eventuali interventi evitando un sovradimensionamento;
- la formulazione piana non consente analisi fuori piano degli archi, causa l'insorgenza di labilità: è indispensabile, a tal fine, un'estensione del modello creando di un maggior numero di bielle d'interfaccia (al minimo, 8) per gestire correttamente gli sforzi normali nei vertici e i tagli nei due piani dell'interfaccia;
- lo schema strutturale viene generalizzato con difficoltà rilevanti ai casi di sistemi di archi o di modelli complessi che, oltre agli archi, tengano conto anche delle strutture adiacenti o di imposta (ad esempio, le pareti murarie o i pilastri su cui gli archi si impostano);
- nella formulazione originaria, fondata sul comportamento rigido-fragile, si prescinde dall'elasticità e quindi non è possibile eseguire analisi modali.

Alcune di queste problematiche possono essere superate attraverso una serie di generalizzazioni; tuttavia, le analisi statiche non lineari agli elementi finiti rendono già disponibili tecniche analoghe, semplici nella loro impostazione, altrettanto efficaci e facilmente riproducibili.

Il modello proposto in questo lavoro utilizza due tipi di elementi finiti: "conci murari" e "giunti", sotto l'ipotesi di un iniziale comportamento elastico della struttura, che quindi chiamano in causa le condizioni sia di equilibrio sia di congruenza degli spostamenti.

I conci murari sono aste (elementi *beam*), di lunghezza pari a quella del concio.

I giunti sono aste incastro-cerniera che collegano i vertici dell'interfaccia del concio precedente a quelli corrispondenti del concio successivo, secondo lo schema illustrato in Fig.2.

L'incastro fornisce continuità con l'interfaccia del concio precedente; la cerniera consente la trasmissione di taglio e sforzo normale. I giunti sono ricollegati al nodo di vertice del concio attraverso *links* rigidi, come rappresentato in Fig.2.

Le aste dei conci sono in materiale 'pietra'; quelle dei giunti, in 'malta'.

I conci hanno dimensioni fisiche corrispondenti agli effettivi tratti dell'arco; per ogni interfaccia ci sono 4 giunti, ognuno dei quali rappresenta quindi un quarto di volume ( $1/4$  di area di interfaccia x lo spessore del giunto).

I *links* sono aste senza peso proprio, infinitamente rigide.

Questo sistema trasmette sforzo normale, taglio e momento fra un concio e l'altro.

Il sistema viene sottoposto ad una forza orizzontale crescente; ad ogni passo viene registrato il valore dello spostamento del punto di controllo (identificato ad esempio con il baricentro delle masse nella configurazione deformata). Si forma così il diagramma forza-spostamento (curva di capacità).

Ad ogni passo del procedimento incrementale, ogni elemento giunto viene sottoposto a verifica di sforzo normale: se si manifesta trazione, viene introdotto uno svincolamento interno a deformazione assiale che impedisce la trasmissione di sforzo normale e, contemporaneamente, una cerniera al vertice incastrato, in modo che l'elemento perda ogni rigidità: le azioni interne permangono da questo punto in poi stazionarie sul valore fin qui raggiunto.

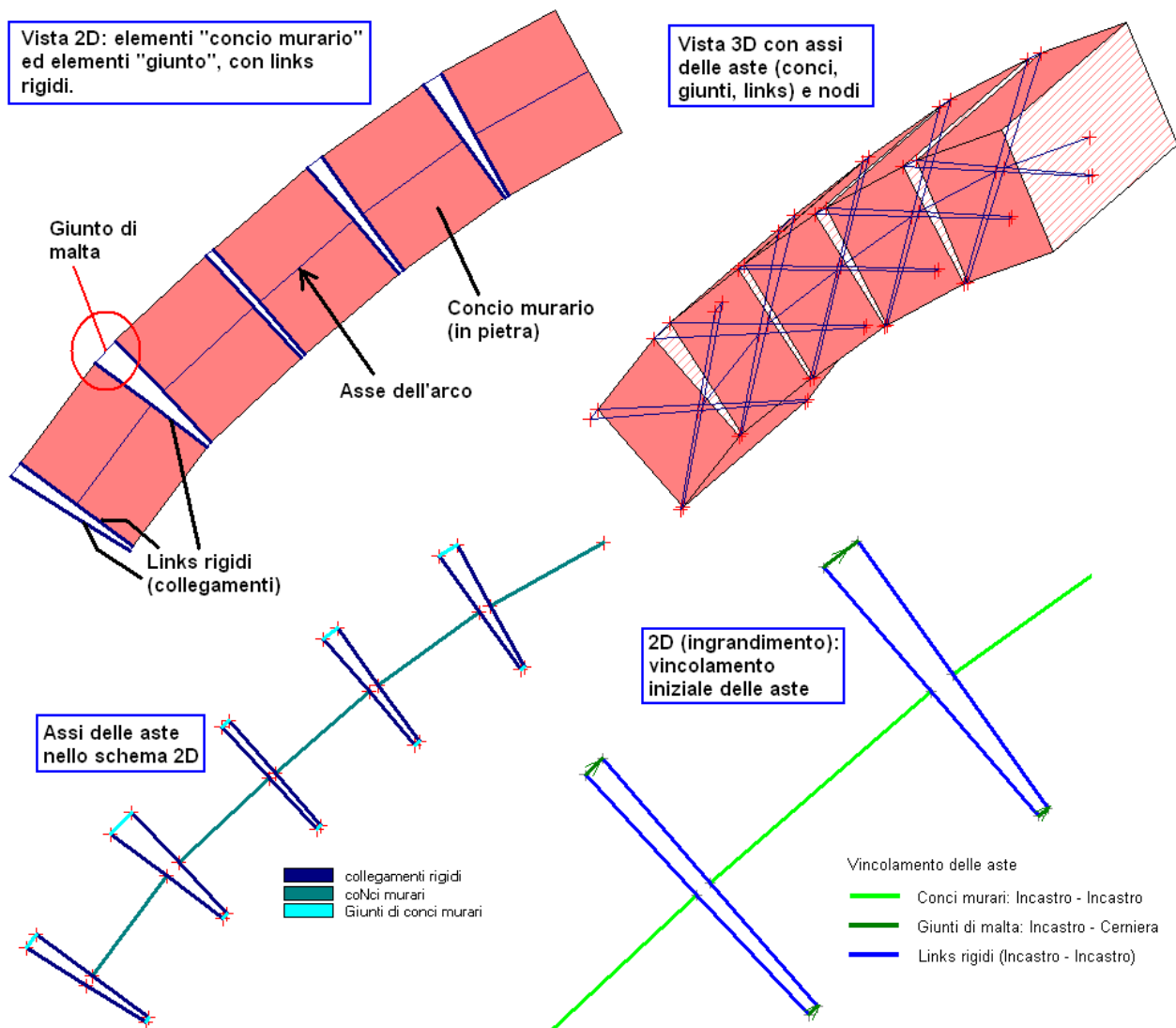
Durante il proseguimento della procedura incrementale, il progressivo deterioramento dei giunti condurrà, ad un certo passo, ad una configurazione labile, che segna la fine del diagramma forza-spostamento.

Questa procedura, che presuppone la capacità di mantenere gli sforzi nel giunto dopo la sua degradazione vincolare (comportamento 'duatile'), ha la caratteristica di cogliere agevolmente una soluzione equilibrata e compatibile con le caratteristiche di resistenza del materiale. Essa può essere applicata con resistenza a trazione  $f_{tk}$  nulla oppure con resistenza a trazione finita: nel caso di  $f_{tk}$  nulla, è possibile un confronto diretto con la procedura rigido-fragile seguita in analisi limite. A causa dell'elasticità, il moltiplicatore di collasso nel passaggio dall'approccio rigido-fragile a quello deformabile può subire variazione sia in diminuzione sia in incremento. Nell'ambito del modello deformabile, considerando  $f_{tk} > 0$  si conseguono certamente moltiplicatori di collasso superiori rispetto al caso di resistenza a trazione nulla.

Le caratteristiche di resistenza del materiale 'malta' evidenziano la possibilità di fare riferimento ad una certa resistenza a trazione, evitando così sottostime della capacità antisismica della struttura.

Il sistema concio-giunto ha il grande vantaggio di essere definito attraverso l'utilizzo di soli elementi monodimensionali, quindi facilmente implementabili con qualsiasi solutore tradizionale ad elementi finiti.





**Fig. 2.** Gli elementi finiti conci e giunti

Alcune osservazioni.

I. Se il sistema strutturale presenta giunti in trazione eccessiva, oltre il limite consentito (nullo o  $>0$ ), sotto l'azione dei soli carichi statici, sarà comunque possibile intervenire direttamente sul modello iniziale modificando il vincolamento interno delle parti tese fin dall'inizio dell'analisi. Si ritiene infatti indispensabile, per la corretta applicazione della procedura non lineare, che la configurazione iniziale sia ammissibile. Per particolari geometrie o sotto particolari carichi, è possibile che non esista una soluzione statica accettabile: evidentemente, ciò corrisponderebbe alla massima vulnerabilità, non essendo sostenibile teoricamente alcuna azione orizzontale sismica. Ma, al di là della situazione sismica, il problema in tal caso è di natura statica: di fronte a ciò, è necessario un intervento immediato anche nei confronti della normale agibilità della struttura.

II. Analogamente a quanto seguito in analisi limite (cfr. par. 2), la suddivisione in conci può essere fisica o matematica: le applicazioni dimostrano che la soluzione viene colta in maniera soddisfacente anche senza una suddivisione troppo fitta. La corrispondenza fra mesh e reali dimensioni dei conci potrà quindi essere effettiva o meno a seconda del contesto.

III. L'elevato valore del modulo di elasticità della pietra rispetto alla malta (ad esempio: 75 volte superiore, assumendo per la pietra 50.000 MPa e per la malta 660 MPa) determina la concentrazione della deformabilità nei giunti, assimilando di fatto i conci a blocchi rigidi. In tal senso, nell'analisi strutturale i conci di pietra non vengono sottoposti a controllo di compressione. Viene invece eseguita la verifica a trazione, per assicurare valori di sollecitazione compatibili con il materiale. La dilatazione lineare dell'elemento monodimensionale corrispondente al concio è data da:

$$\Delta l = l_s - l_i$$

dove  $l_s$  = lunghezza sotto sollecitazione, determinata dalla distanza tra i due vertici iniziale e finale dell'asta rappresentativa del concio,

$l_i$  = lunghezza indeformata originaria. La deformazione lineare (adimensionale) è data da:

$$\varepsilon = \Delta l / l_i$$

Qualora sia  $\Delta l > 0$ , il concio è in fase di allungamento, cui corrisponde una tensione di trazione valutabile con la relazione:

$$\sigma_{\text{traz}} = E \varepsilon$$

essendo  $E$  il modulo di elasticità longitudinale. Se la tensione di trazione risulta superiore alla resistenza a trazione della pietra, l'elemento concio subisce un degrado dei vincoli interni in modo analogo all'elemento giunto. Il degrado del concio può contribuire alla formazione del cinematismo, influenzando così sulla massima forza orizzontale sostenibile dal sistema.

IV. L'utilizzo di elementi monodimensionali prismatici conduce per i giunti di malta a forme trapezoidali che in estradosso possono corrispondere ad estensioni superiori a quella reale, soprattutto se l'arco viene schematizzato con un numero limitato di conci.

Questa configurazione, data l'alta deformabilità della malta rispetto alla pietra, può condurre a curve delle pressioni non sempre coincidenti con le curve ricavabili negli schemi a comportamento rigido-fragile; una serie di esempi comparativi ha confermato che le diversità consistono principalmente nella ripartizione interna degli sforzi.

E' possibile agire sul modello conci murari-giunti a fini migliorativi, ad esempio utilizzando aste non prismatiche oppure modificando opportunamente i parametri meccanici dei giunti a lunghezza maggiore della dimensione reale (un incremento del modulo di elasticità longitudinale può virtualmente ricondurre il giunto al comportamento che avrebbe se fosse caratterizzato da una dimensione minore). Per rispettare il più possibile semplicità di comprensione e ripetibilità delle modellazioni, in questo lavoro si è adottata una versione dello schema 'conci murari-giunti' che prescinde da tali correttivi.

#### **4. CASO APPLICATIVO**

Viene analizzato un grande arco situato nel complesso monumentale del Santo Sepolcro, recentemente oggetto di studi strutturali finalizzati alla valutazione di vulnerabilità sismica [7].

Nel corso delle trasformazioni subite dal complesso monumentale, nel periodo dal 1099 al 1167 i Crociati, dopo aver conquistato Gerusalemme, ricostruirono la Chiesa in gran parte distrutta, erigendo fra l'altro un nuovo Coro (Fig. 3), le cui strutture sono pervenute ai nostri giorni sostanzialmente invariate. I Crociati crearono così un unico organismo strutturale che collega tuttora la Rotonda alla zona del Calvario (Fig.3).



**Fig. 3.**

Pianta generale del monumento nelle tre epoche principali: in nero il periodo costantiniano (sec. IV), in blu il restauro di Costantino Monomaco (sec. XI), in rosso la trasformazione introdotta dai Crociati (sec. XII) [9]

Il Coro è formato da un rettangolo di dimensioni 12.50 x 24.00 m circa, e termina ad est con un emiciclo avente raggio massimo di 6.50 m.

L'arco principale che separa il Coro dall'abside ha dimensioni imponenti e delimita una cupola semicircolare. In [8] le strutture dell'abside sono state analizzate anche unitamente al grande arco; in questo studio si intende tuttavia focalizzare l'applicazione del modello a elementi finiti conci-giunti all'arco, soggetto anche ad analisi tradizionale rigido-fragile. Questo consente un confronto diretto tra i due approcci, altrimenti difficilmente perseguibile in un modello strutturale più complesso, quale quello comprendente arco e cupola semicircolare.

In Fig.4 si riporta la sezione elaborata nel 1955 dagli Architetti Orlandos, Coupel, Antonian [10]; in Fig.5 una fotografia dello stato attuale delle strutture.



**Fig. 4.** Sezione verticale dell'abside

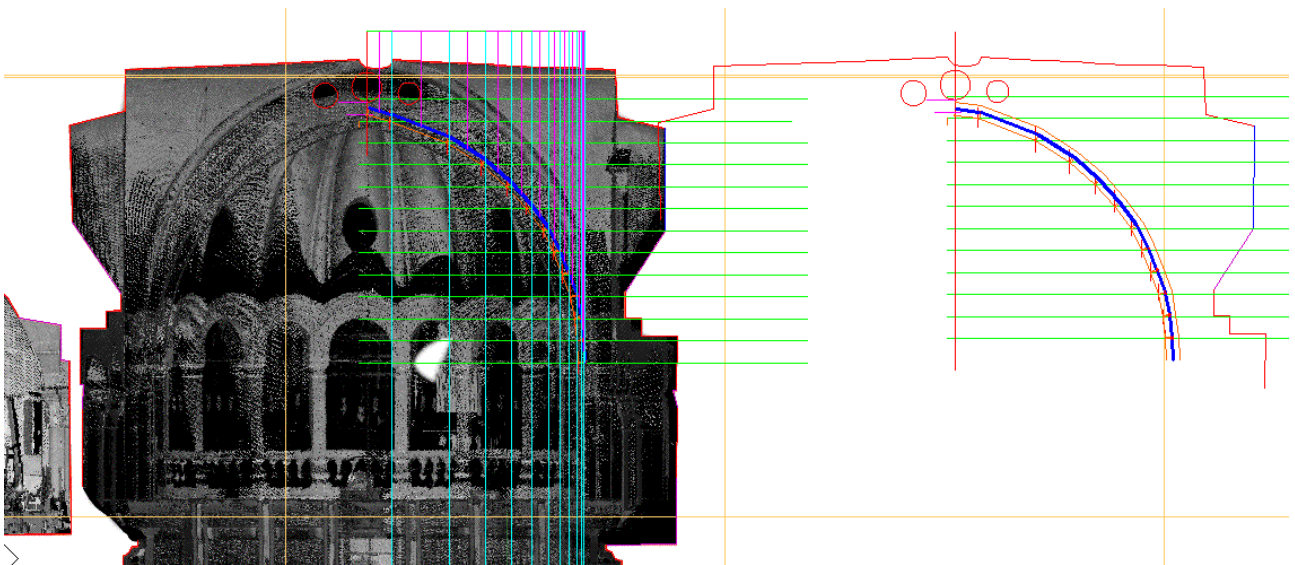
In Fig.5, da sinistra (est) verso destra (ovest) si evidenziano:

- la cupola semicircolare, impostata su 10 archi posti a raggera;
- l'arco a chiusura della semicupola, impostato sui pilastri crociati;
- il grande arco che separa il Coro dall'abside, impostato sui pilastri crociati, oggetto di studio nel presente lavoro;
- la volta a crociera dell'abside.

L'arco principale che separa il Coro dall'abside è caratterizzato da una notevole profondità (166 cm) e da uno spessore che si presenta a prima vista importante, in realtà a causa dei fori di aereazione sopra la chiave (cfr. Fig.6) la struttura rivela il reale valore resistente, che in sede di analisi non può essere assunto superiore a 30 cm.



**Fig. 5.** Abside: vista interna verso l'alto



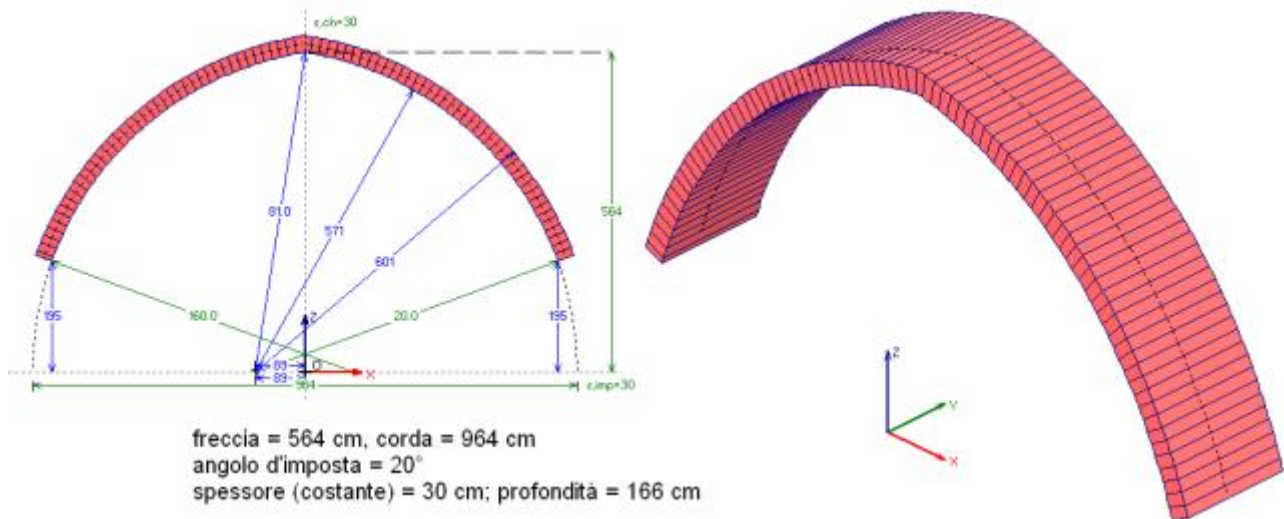
**Fig. 6.** Studio dell'arco principale di separazione fra Coro e abside

Sull'arco insiste una muratura massiccia avente la stessa profondità (166 cm.) ed uno sviluppo sopra la chiave di 160 cm. (peso specifico di riferimento =  $2600 \text{ kgf/m}^3$  [ $26 \text{ kN/m}^3$ ]) fino alla quota della copertura; al di sopra insiste un ulteriore carico dovuto al muro di parapetto, per un'altezza di 94 cm.:  $0.94 \times 1.66 \times 2600 = 4057 \text{ kgf/m}$  ( $40.57 \text{ kN/m}$ ).

La geometria dell'arco è a sesto acuto. Sono stati studiati due schemi statici, uno con il modello rigido-fragile (§4.1) e l'altro con il modello elastico non lineare (§4.2) seguendo lo schema conci-giunti proposto nel presente lavoro.

#### 4.1. MODELLAZIONE RIGIDO-FRAGILE. ANALISI LIMITE

Il modello rigido-fragile, caratterizzato da resistenza a trazione nulla, è rappresentato in Fig.7, dove l'arco è stato suddiviso in conci di lunghezza pari a 15 cm.



**Fig. 7.** Modellazione dell'arco secondo lo schema rigido-fragile

In sintesi, gli aspetti caratteristici dell'analisi strutturale sono i seguenti:

a) Parametri meccanici

*Tipo di comportamento:* rigido-fragile (alla Heyman)

*Resistenza a trazione:* nulla (ipotesi cautelativa).

*Moduli di elasticità:* influenti

b) Tipi di analisi e verifiche

Analisi limite, con cinematisma determinato analiticamente.

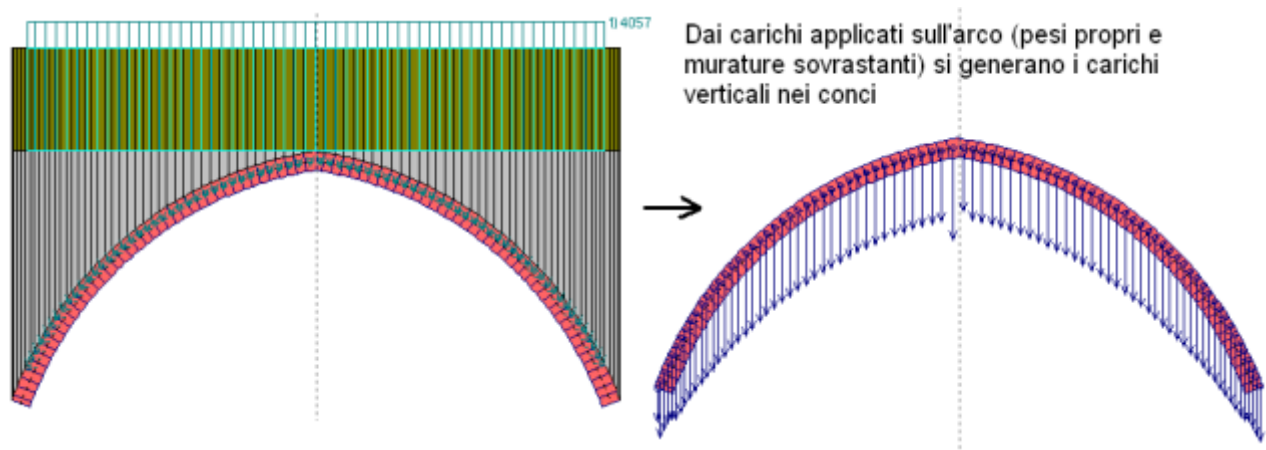
Stabilità dell'equilibrio sotto carichi statici e sotto carichi sismici crescenti. Calcolo del moltiplicatore di collasso per azioni orizzontali. Determinazione delle reazioni d'imposta (carichi verticali e spinte).

c) Caratteristiche del modello

*c.1) Geometria:* arco a sesto acuto a spessore costante. L'angolo d'imposta è assunto pari a 20°. Nell'ambito dello studio del complesso monumentale [8] è stato interessante osservare che assumendo un angolo d'imposta 0°, cioè estendendo l'arco fino alla quota del centro dei cerchi, si otterrebbe una configurazione staticamente instabile che non appare rappresentativa della situazione reale: l'arco infatti si imposta su una zona massiccia di muratura e lo spessore resistente di 30 cm. si può considerare spiccare da una quota pari a un angolo d'imposta di circa 20°; all'imposta si attribuisce un vincolo statico d'incastro.

*c.2) Condizioni di carico elementari:*





**Fig. 8.** Carichi agenti sull'arco

Nella medesima condizione di carico si considerano il peso proprio ed i pesi delle strutture sovrastanti (Fig.8).

c.3) *Vincoli*: arco incastrato alle imposte. I conci sono blocchi rigidi che trasmettono fra loro solo forze di compressione. I giunti sono schematizzati da bielle ideali poste in intradosso e in estradosso in corrispondenza delle interfacce fra i conci.

c.4) *Condizioni di carico globali*:

- 1) Statica (coincidente con la condizione di carico elementare inclusiva di tutti i pesi)
- 2) Sismica, con carichi statici e forze orizzontali definite da un moltiplicatore applicato ai pesi cui corrispondono masse sismiche. L'analisi sismica viene eseguita per valori crescenti del moltiplicatore, fino al raggiungimento del collasso (formazione del cinematismo).

L'analisi strutturale condotta secondo le modalità di Analisi limite illustrate in §2, è stata eseguita utilizzando il software Aedes©SAV [7].

### Risultati dell'analisi

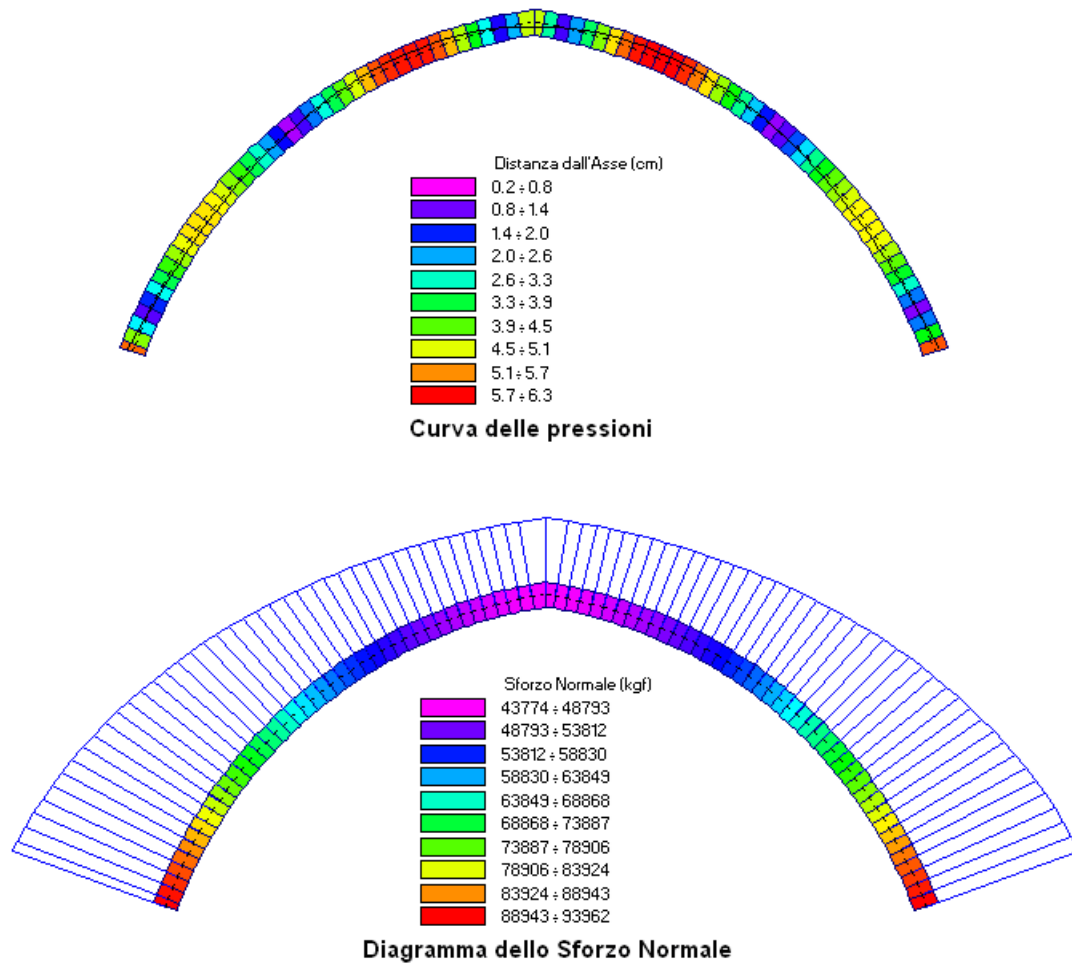
*Analisi Statica* (Fig. 9).

L'arco risulta stabile, e sotto il carico statico mantiene i 3 gradi di iperstaticità.

Reazioni d'imposta:

$$F_v \text{ (verticale)} = 83929 \text{ kgf (839.29 kN)} - F_H \text{ (orizzontale)} = 44129 \text{ kgf (441.29 kN)}$$





**Fig. 9.** Risultati Analisi Statica

*Analisi Sismica* (Fig.10).

Il moltiplicatore di collasso  $\lambda$  è pari a 0.173: applicando, cioè, forze orizzontali pari a 17.3% del peso corrispondente, si attiva il cinematismo mostrato in Fig.11. Nella configurazione ultima di equilibrio, l'arco è divenuto isostatico e presenta 3 cerniere attive. Con un ulteriore incremento di carico orizzontale, insorge la quarta cerniera, in corrispondenza dell'imposta sopravvento, e si attiva il cinematismo.

In tale configurazione si hanno le seguenti reazioni d'imposta:

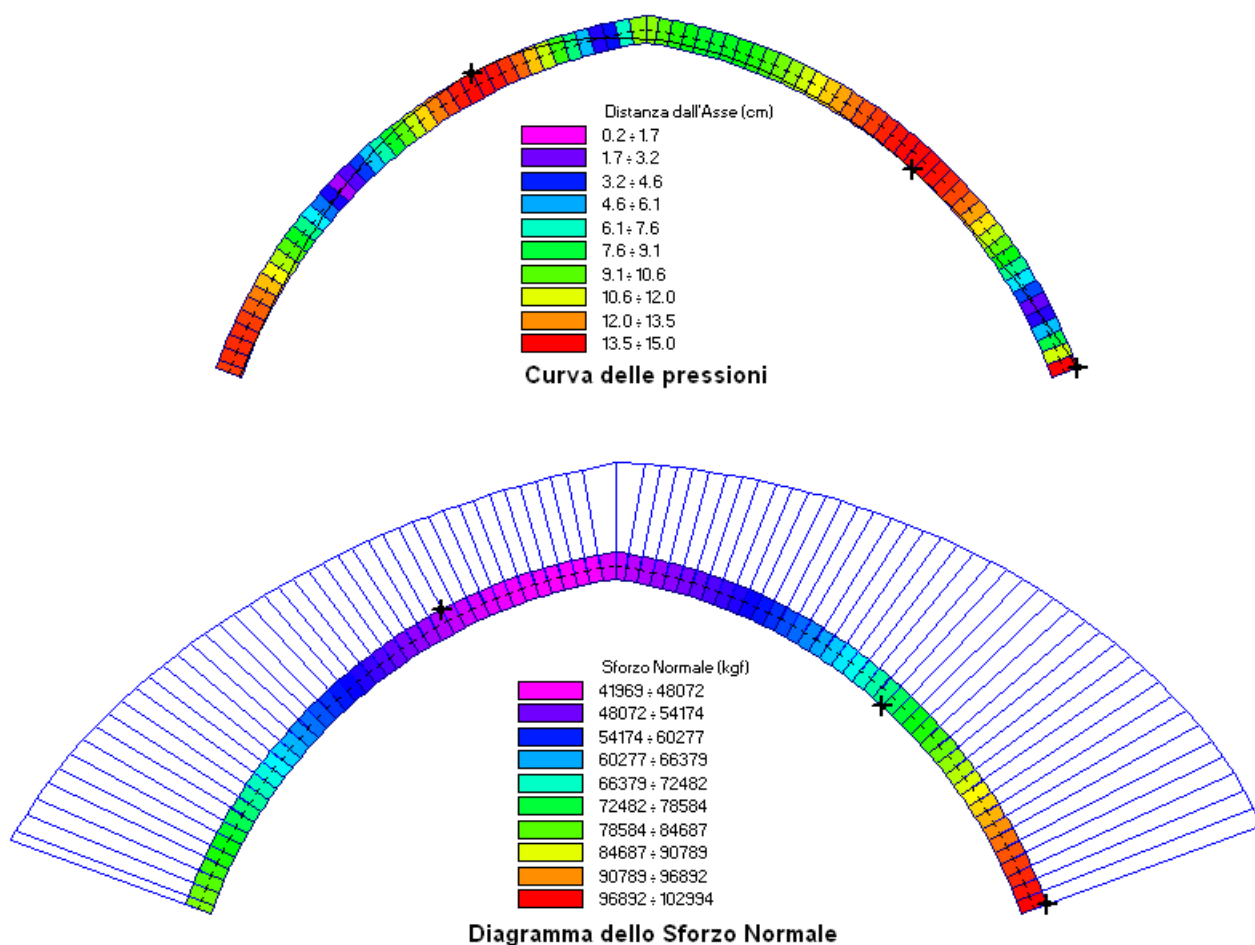
(SX = sinistra, sopravvento; DX = destra, sottovento):

$$F_{V,SX} = 79481 \text{ kgf (794.81 kN)} - F_{H,SX} = 29330 \text{ kgf (293.30 kN)}$$

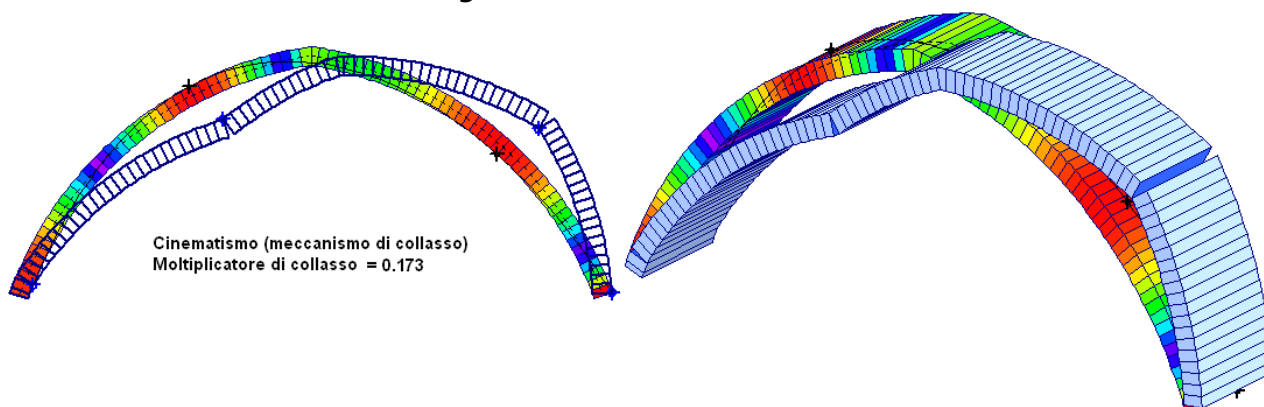
$$F_{V,DX} = 88358 \text{ kgf (883.58 kN)} - F_{H,DX} = 58366 \text{ kgf (583.66 kN)}$$

e quindi, in corrispondenza di  $\lambda=0.173$ , il carico verticale ha una variazione del 6% (bassa), mentre la spinta alle imposte varia del 32%.

Trattandosi di moto nei due versi, l'evento sismico ovviamente provocherà questo incremento di spinta ad ognuna delle due imposte, alternatamente.



**Fig. 10.** Risultati Analisi Sismica



**Fig. 11.** Cinematismo di collasso per azioni orizzontali (sismiche)

#### 4.2. MODELLAZIONE CONCI-GIUNTI: ANALISI STATICA NON LINEARE

Lo studio con modello elastico non lineare, secondo la metodologia proposta nel presente lavoro, è in grado di cogliere l'entità d'incremento del moltiplicatore di collasso dovuto alla resistenza a trazione dei giunti di malta. Nel modello strutturale (fig.12) il materiale costituente i giunti di malta è stato

schematizzato anzitutto con resistenza a trazione nulla, per un confronto diretto con i risultati del modello rigido-fragile, e successivamente con resistenza a trazione pari a  $2.5 \text{ kgf/cm}^2$  ( $0.25 \text{ MPa}$ ).

Aspetti caratteristici dell'analisi strutturale:

a) Parametri meccanici

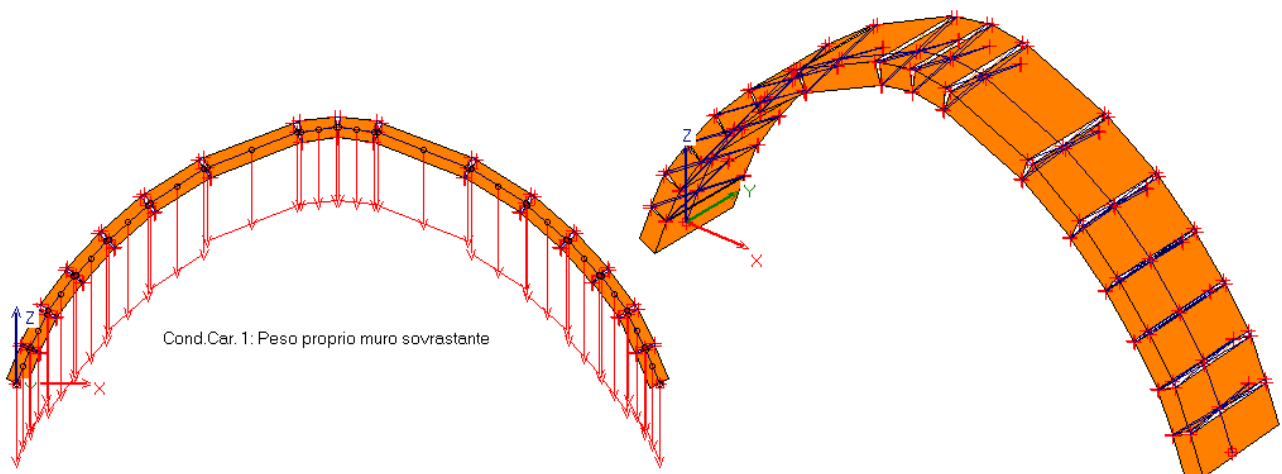
*Tipo di comportamento:* elastico non lineare

*Resistenza a trazione:*  $0 / 2.5 \text{ kgf/cm}^2$  ( $0.00 / 0.25 \text{ MPa}$ ) nei giunti di malta e  $35 \text{ kgf/cm}^2$  ( $3.5 \text{ MPa}$ ) nei conci di pietra degli archi.

*Moduli di elasticità:* Pietra:  $E=500\,000 \text{ kgf/cm}^2$  ( $50\,000 \text{ MPa}$ ) - Giunti di malta:  $E=6\,600 \text{ kgf/cm}^2$  ( $660 \text{ MPa}$ ) -  $\nu = 0.25$  ( $G = 0.4 E$ ).

b) Tipi di analisi e verifiche

Analisi modale. Analisi statica non sismica e sismica non lineare. Meccanismo di collasso dovuto al raggiungimento di una configurazione labile, a seguito della formazione di cerniere (centri di rotazione). Stabilità dell'equilibrio sotto carichi statici e sotto carichi sismici crescenti. Calcolo del moltiplicatore di collasso per azioni orizzontali.



**Fig. 12.** Modello elastico non lineare

c) Caratteristiche del modello

c.1) *Geometria:* arco definito con il sistema "concio murario-giunto di malta".

c.2) *Condizioni di carico elementari:*

- 1) Peso proprio muro sovrastante.
- 2) Peso proprio parapetto.
- 3) Pesi propri.

c.3) *Condizioni di carico globali:*

- 1) Statica (somma delle condizioni di carico elementari)
- 2) Sismica, con carichi statici e forze orizzontali definite da un taglio globale crescente, ripartito fra le varie masse secondo una predefinita legge di distribuzione.

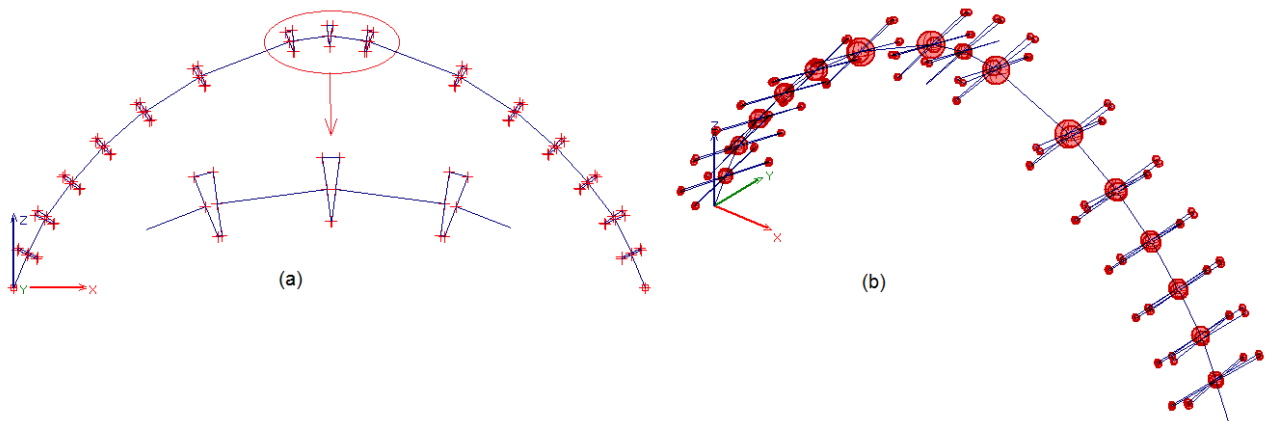
L'analisi strutturale è stata eseguita utilizzando il software Aedes©PCM [7].

## Risultati dell'analisi

### Analisi Modale (Fig. 13).

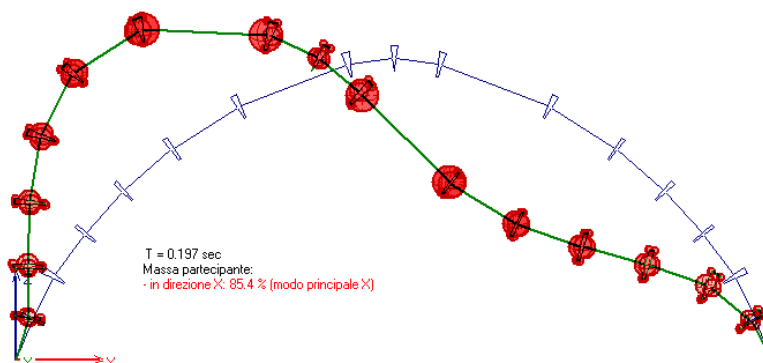
Per gli edifici monumentali, le analisi modali sono particolarmente significative per macroelementi completi: tuttavia l'applicazione all'arco dimostra le potenzialità dell'approccio statico. La conoscenza dei periodi di oscillazione e dei modi di vibrare fornisce utili parametri per la calibrazione dei modelli strutturali sia in relazione a misurazioni sperimentali (per esempio condotte con i metodi dei microtremori), sia al fine di valutare le possibili interazioni fra macroelementi adiacenti.

La metodologia conci-giunti consente la rappresentazione di una fitta distribuzione di masse, concentrate nei nodi, ben rappresentativa del fenomeno reale (discretizzazione del continuo).



**Fig. 13.** (a) Modellazione strutturale (aste e nodi); (b) masse nodali sismicamente attive. La grandezza della sfera è proporzionale al valore della massa. Le masse vengono generate dai pesi applicati nei nodi

Il modello è caratterizzato da 300 gradi di libertà dinamici, in considerazione del fatto che la struttura non è piana, a causa della modellazione dei giunti, e quindi comporta un'analisi nel piano ed una fuori piano (le masse sono movimentate sia nel piano XZ, sia nel piano YZ). Facendo riferimento al risultato di interesse (nel piano XZ che contiene l'asse dell'arco), risulta sufficiente il modo di vibrare fondamentale per movimentare una massa superiore all'85%. Il periodo fondamentale è pari a 0.197 sec, corrispondente ad una frequenza di 5.07 Hz. La deformata modale è riportata in fig.14.



**Fig. 14.** Analisi modale

In analisi statica non sismica, l'arco risulta stabile, e sotto il carico statico mantiene i 3 gradi di iperstaticità. Sottoponendo la struttura a forze orizzontali crescenti, si esegue un'analisi statica non lineare avente il significato ultimo di analisi sismica, in quanto da essa risulta noto il moltiplicatore di collasso e di

conseguenza sarà possibile stimare la capacità della struttura in termini di accelerazione al suolo. Quest'ultimo passaggio non è esaminato nel presente lavoro, in quanto è caratteristico di specifiche analisi di vulnerabilità sismica per un dato monumento ubicato in un luogo preciso sottoposto ad una certa sollecitazione sismica; per effettuare la valutazione dell'accelerazione al suolo sostenibile è utilizzato il moltiplicatore di collasso sotto azioni orizzontali, oltre ad altre valutazioni relative alla massa partecipante: la metodologia di questa fase non è dipendente dalla modalità di schematizzazione della struttura. Come già osservato, il moltiplicatore di collasso può essere infatti ottenuto sia per via cinematica (analisi limite) sia per via statica (analisi statica non lineare). Pertanto, in questo lavoro non si insisterà oltre sulla verifica sismica vera e propria, focalizzando invece l'attenzione sul calcolo del moltiplicatore di collasso condotto con i due metodi alternativi.

Definiti i parametri rappresentativi della struttura analizzata: geometria, materiali, vincoli, carichi, masse agenti nei nodi, l'analisi statica non lineare si svolge nel seguente modo:

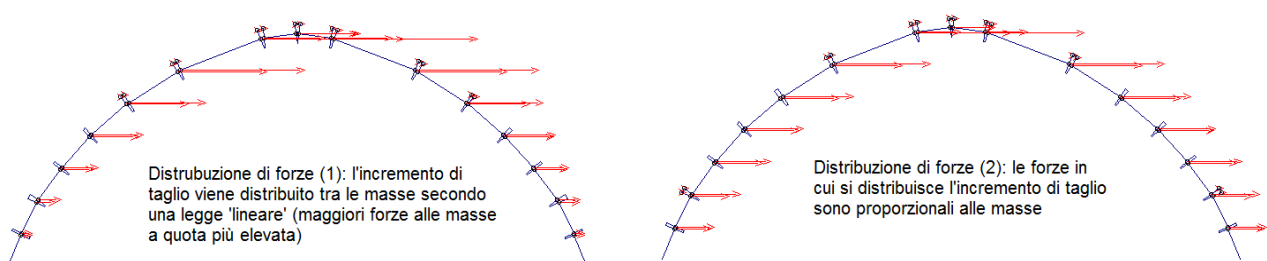
- si definisce un incremento (costante) del taglio complessivo,
- e lo si applica alle varie masse in base a coefficienti di ripartizione definiti dalla distribuzione adottata.

E' possibile fare riferimento a due distribuzioni di forze significative:

- (1) con forze proporzionali alle masse, quindi indipendenti dalla quota della massa. Si tratta di una distribuzione che nella realtà corrisponde bene alle fasi post-elastiche (quindi a non linearità sviluppata); questa legge di distribuzione è indicata con (E) nel software di riferimento;
- (2) consistente in un sistema di forze distribuito lungo l'altezza della struttura, assumendo una distribuzione lineare degli spostamenti; questa legge di distribuzione è indicata con (A) nel software di riferimento. Questa distribuzione corrisponde a maggiori effetti per le masse poste alle quote più elevate, ed è rappresentativa del comportamento iniziale (elastico) della struttura.

Eseguita l'analisi per ognuna delle due distribuzioni, si assume come massima forza sostenibile quella minore.

La non linearità, cioè la mancanza di proporzionalità fra forze e spostamenti, dipende dalle variazioni che il sistema strutturale reagente subisce nel corso del procedimento incrementale. Ad ogni passo, ogni elemento strutturale viene sottoposto a verifica e vengono aggiornate le sue caratteristiche meccaniche/vincolari. Nel caso dell'arco modellato con conci e giunti, particolarmente significative sono le verifiche di resistenza a trazione dei giunti stessi.



**Fig. 15.** Distribuzioni di forze in analisi statica non lineare

L'analisi statica non lineare viene eseguita distinguendo i due casi di resistenza a trazione nei giunti di malta nulla o pari a 0.25 MPa.

#### Risultati dell'analisi con resistenza a trazione nulla nei giunti di malta

*Analisi Sismica:* (fig.16)

(incremento di taglio: 500 kgf [5 kN]). Si hanno i seguenti risultati:

Peso totale: 167 000 kgf (1670 kN); peso sismico: 161 100 kgf (1611 kN).

Per le 2 analisi, secondo le due distribuzioni (A) e (E), i risultati sono i seguenti:

(A) X:  $F_u = 34\ 000\ \text{kgf}$  (340 kN)  $\Rightarrow \lambda = 0.211$

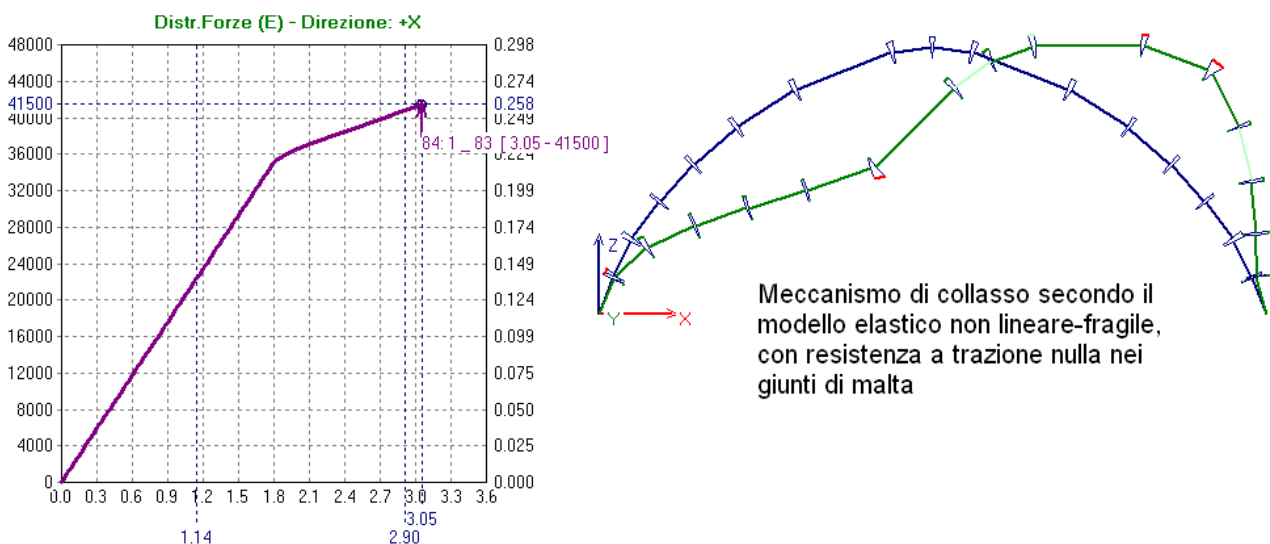
(E) X:  $F_u = 41\ 500\ \text{kgf}$  (415 kN)  $\Rightarrow \lambda = 0.258$

La distribuzione (E), con forze proporzionali alle masse, può essere direttamente relazionata al modello rigido-fragile esaminato in §4.1; il software di riferimento (SAV) utilizza infatti una distribuzione di forze proporzionale alle masse.

Rispetto al modello rigido-fragile, il moltiplicatore di collasso subisce un incremento da attribuirsi agli effetti dell'elasticità del materiale; peraltro, la curva non lineare (fig.16) evidenzia il termine del comportamento elastico per una forza pari a 36 000 kgf (360 kN) (moltiplicatore = 0.223, con incremento del 29% rispetto al modello rigido-fragile).

In fig.16 viene evidenziata la deformazione della struttura in corrispondenza dell'ultimo passo dell'analisi non lineare, cioè in corrispondenza della formazione del cinematismo: attraverso il software utilizzato [7] è possibile visualizzare il progresso della deformazione, evidenziando il cedimento a trazione dei giunti.

E' interessante osservare come il cinematismo ottenuto è equivalente a quanto calcolato con analisi limite (fig.11), seppure conseguito a diversi livelli di azione orizzontale (cioè per diversi valori del moltiplicatore di collasso).



**Fig. 16.** Analisi non lineare con resistenza a trazione nulla

### Risultati dell'analisi con resistenza a trazione nei giunti di malta pari a 2.5 kgf/cm<sup>2</sup>

*Analisi Sismica:* (fig.17)

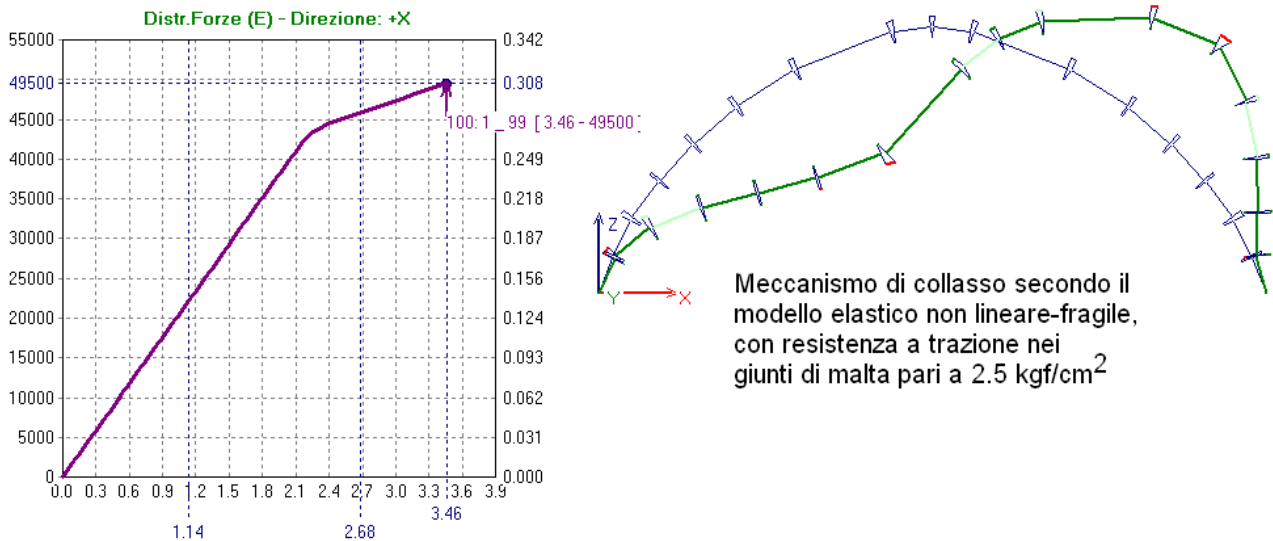
(incremento di taglio: 500 kgf [5 kN]). Si hanno i seguenti risultati:

Peso totale: 167 000 kgf (1670 kN); peso sismico: 161 100 kgf (1610 kN).

Per le 2 analisi, secondo le due distribuzioni (A) e (E), i risultati sono i seguenti:

(A) X:  $F_u = 40\ 000\ \text{kgf}$  (400 kN)  $\Rightarrow \lambda = 0.249$

(E) X:  $F_u = 49\ 500\ \text{kgf}$  (495 kN)  $\Rightarrow \lambda = 0.308$



**Fig. 17.** Analisi non lineare con resistenza a trazione pari a 2.5 kgf/cm<sup>2</sup>

Il moltiplicatore di collasso, per effetto della resistenza a trazione, subisce un incremento da 0.211 a 0.249. In definitiva, l'applicazione del modello conci-giunti in analisi sismica statica non lineare, ha permesso alcune valutazioni non possibili applicando il modello rigido-fragile:

- periodo proprio di vibrazione della struttura (0.197 sec);
- stima dell'incremento del moltiplicatore di collasso considerando la resistenza a trazione dei giunti di malta, da 0.173 a 0.249 (+44% circa).

## 5. CONCLUSIONI

In questo lavoro è stato proposto un nuovo modello per l'analisi al collasso di sistemi ad arco, fondato su elementi finiti deformabili conci-giunti. Questo modello coglie la forza orizzontale massima sostenibile, e quindi il moltiplicatore di collasso, attraverso una procedura incrementale tipica dell'analisi statica non lineare; è stata perseguita la semplicità dell'approccio, in modo da renderlo riproducibile con qualsiasi software dedicato all'analisi strutturale di sistemi di aste monodimensionali. Rispetto al modello rigido-fragile, il nuovo approccio fornisce moltiplicatori di collasso più elevati, sostanzialmente a causa della possibilità di considerare la resistenza a trazione della malta. Ciò appare favorevole ai fini di evitare il sovradimensionamento di eventuali interventi di consolidamento.

E' stato quindi esaminato il caso di una struttura ad arco ubicata in un importante complesso monumentale, dove il nuovo metodo è stato applicato considerando più distribuzioni di forze orizzontali, in accordo alle diverse modalità con cui l'azione tagliante di origine sismica può ripartirsi fra le masse movimentate.

Il metodo dovrà essere oggetto di ulteriori approfondimenti dedicati in particolare ai seguenti aspetti:

- conci ad asse curvo, per consentire l'esatta modellazione geometrica del giunto, evitando spessori eccessivi in estradosso;
- calibrazioni più approfondite della resistenza a trazione delle aste di materiale "malta" in dipendenza dalle dimensioni del giunto;
- ampliamento del campo di indagine per il confronto tra i due modelli rigido-fragile e deformabile non lineare al fine di cogliere qualitativamente la legge di variazione del risultato sul moltiplicatore di collasso in dipendenza dalle dimensioni geometriche dell'opera e dal sistema di carichi applicati.

## RINGRAZIAMENTI

L'Autore ringrazia il Prof. Piergiorgio Malesani, Direttore del CABEC (Università degli Studi di Firenze), coordinatore della Ricerca svolta su incarico della Custodia Francescana di Terrasanta, per la concessione alla pubblicazione di un estratto dall'opera citata [8]. Ringrazia inoltre il Dott. Ing. Alessio Francioso, per il supporto alla traduzione e alla presentazione di questa memoria.

## BIBLIOGRAFIA

- [1] Ministero delle Infrastrutture e dei Trasporti, "Decreto 14 gennaio 2008. Approvazione delle nuove norme tecniche per le costruzioni", *Gazzetta Ufficiale della Repubblica Italiana n. 29 del 4 febbraio 2008, Supplemento ordinario n.29.*
- [2] Ministero delle Infrastrutture e dei Trasporti, "Istruzioni per l'applicazione delle Nuove Norme Tecniche per le costruzioni", *Circolare n. 617 del 02 febbraio 2009, Gazzetta Ufficiale della Repubblica Italiana n. 47 del 26 febbraio 2009, Supplemento ordinario n.27.*
- [3] Direttiva del Presidente del Consiglio dei Ministri, 9 febbraio 2011: "Valutazione e riduzione del rischio sismico del patrimonio culturale con riferimento alle Norme tecniche per le costruzioni di cui al decreto del Ministero delle infrastrutture e dei trasporti del 14 gennaio 2008", *Gazzetta Ufficiale della Repubblica Italiana n. 47 del 26 febbraio 2011, Supplemento ordinario n.54.*
- [4] M. Paradiso, G. Tempesta, S. Galassi, F. Pugi, *Sistemi Voltati in Muratura. Teoria e Applicazioni*, DEI Tipografia del Genio Civile, Roma, 2007.
- [5] J. Heyman, *The Masonry Arch*, Chichester, West Sussex, England: Hellis Horwood Ltd., 1982.
- [6] J. Heyman, *The Stone Skeleton*, Cambridge: Cambridge University Press, 1995.
- [7] AEDES Software: "SAV": *Stabilità di Archi e Volte in muratura*, "SVM": *Sistemi Voltati in Muratura, software per il calcolo strutturale dei sistemi voltati, la edizione: 2000*; "PC.M-PC.E": *Progettazione di Costruzioni in Muratura, con solutore ad Elementi finiti, la edizione: 1997*, [www.aedes.it](http://www.aedes.it)
- [8] F. Pugi, *Valutazione strutturale della vulnerabilità sismica*, in: "Analisi di vulnerabilità sismica della Basilica del Santo Sepolcro in Gerusalemme", Ricerca svolta da CABEC – Centro di Ateneo per i Beni Culturali, Università degli Studi di Firenze, su incarico di: Patriarcato Greco-Ortodosso di Gerusalemme, Custodia Francescana di Terrasanta, Patriarcato Armeno di Gerusalemme, 2009.
- [9] P. Virgilio C. Corbo, *Il Santo Sepolcro di Gerusalemme. Aspetti archeologici dalle origini al periodo crociato*, I-III, Studium Biblicum Franciscanum, Gerusalemme, 1981.
- [10] Archivi della Custodia Francescana di Terrasanta.



## 6. ESEMPI APPLICATIVI

Questo elenco fa riferimento agli esempi che illustrano le funzionalità di ECS, estensione per PCM. Possono essere aperti dalla cartella:

### *Esempi\_ECS*

Alcuni esempi sono stati descritti nei video della playlist dedicata ad ECS, nel canale Aedes Software di YouTube, e vengono indicati i corrispondenti riferimenti. Si rimanda ai video per approfondimenti e dettagli sui casi studiati.

### 6.1. ARCHI E PILASTRI

#### **Ex\_ECS\_101**

Arco a tutto sesto con rinfiacco. Modellazione "Blocchi e giunti".

Resistenza a trazione dei giunti nulla.

Video: *ECS Elementi Costruttivi Storici e monumentali. Introduzione*

#### **Ex\_ECS\_102**

Arco a tutto sesto con rinfiacco. Modellazione "Blocchi e giunti".

Resistenza a trazione dei giunti  $0.05 \text{ N/mm}^2$ .

#### **Ex\_ECS\_103**

Arco a tutto sesto con rinfiacco. Modellazione "Blocchi".

Resistenza a trazione dei giunti nulla.

#### **Ex\_ECS\_104**

Arco a tutto sesto con rinfiacco. Modellazione "Blocchi".

Resistenza a trazione dei giunti  $0.05 \text{ N/mm}^2$ .

#### **Ex\_ECS\_105**

Arco a sesto acuto con rinfiacco. Modellazione "Blocchi e giunti".

Resistenza a trazione dei giunti  $0.05 \text{ N/mm}^2$ .

#### **Ex\_ECS\_106**

Arco a tutto sesto con rinfiacco. Modellazione "Blocchi e giunti".

Resistenza a trazione dei giunti nulla. Rinforzo passivo in intradosso.

Video: *ECS Rinforzi*

#### **Ex\_ECS\_107**

Arco a tutto sesto con rinfiacco. Modellazione "Blocchi e giunti".

Resistenza a trazione dei giunti nulla. Rinforzo attivo in intradosso.

Video: *ECS Rinforzi*

#### **Ex\_ECS\_201**

Tre archi in fila impostati su colonne. Pressoflessione con controllo geometrico.

Video: *ECS Archi e Colonne*

**Ex\_ECS\_301**

Due archi impostati su pilastri aventi sezione generica.

Video: *ECS Sezioni Generiche*

**Ex\_ECS\_401**

Volta a crociera. Modellazione "Blocchi e giunti".

Video: *ECS Volta a crociera*

**Ex\_ECS\_402**

Volta a crociera. Modellazione "Blocchi".

Video: *ECS Volta a crociera*

**Ex\_ECS\_501**

Diversi modelli per dimostrare il meccanismo a 4 cerniere che interessa gli archi.

Video: *ECS Meccanismo 4 cerniere*

**Ex\_ECS\_601**

Edificio di montagna con archi. Modellazione "Asta".

Video: *ECS Esempio Edificio*

**Ex\_ECS\_602**

Edificio di montagna con archi. Modellazione "Blocchi".

Video: *ECS Esempio Edificio*

**Ex\_ECS\_701**

Costruzione rurale. Colonne non rinforzate.

Video: *ECS Colonne Muratura*

**Ex\_ECS\_702**

Costruzione rurale. Colonne rinforzate con FRP.

Video: *ECS Colonne Muratura*

## 6.2. TORRI E CAMPANILI

Gli esempi applicativi illustrati ai paragrafi seguenti si riferiscono ai seguenti casi:

- validazione dell'analisi modale di una torre a mensola discretizzata in conci rispetto a formule chiuse (di tipo analitico) (par. 6.2.1); in questo esempio vengono anche illustrati alcuni aspetti significativi dell'analisi delle torri effettuata con PCM;
- applicazione di PCM al caso studio riportato nelle Linee Guida per il rischio sismico del patrimonio culturale [20]: il campanile della Chiesa di Sant'Antonin a Venezia. Il campanile viene studiato sia come struttura isolata (par. 6.2.2.1), sia con gli effetti del vincolamento svolto dagli edifici adiacenti (par. 6.2.2.2);
- confronto con validazione di un modello di chiesa con campanile fra PCM e il software Ansys (c) ..., al fine di studiare sia l'interazione fra il campanile e il resto della struttura, dal punto di vista del comportamento dinamico, sia la risposta non lineare attraverso l'analisi pushover.

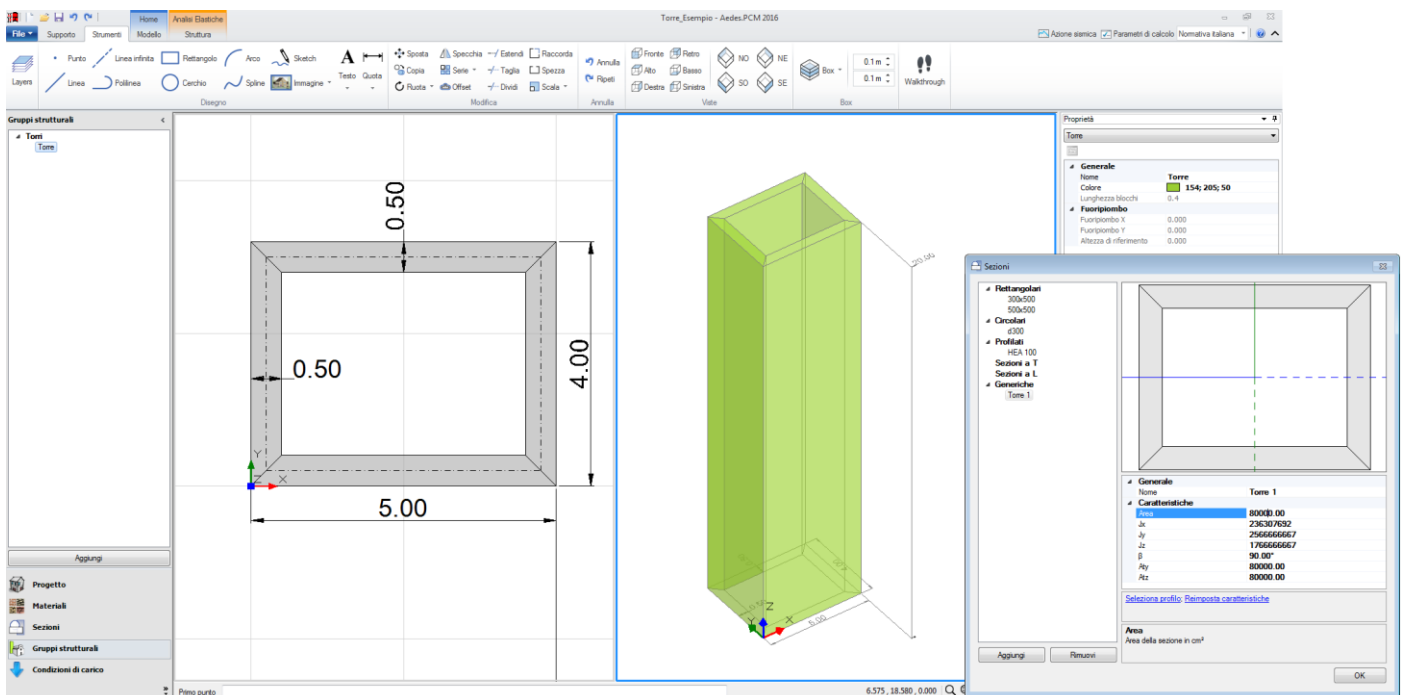
### 6.2.1. ESEMPIO DI TORRE A SEZIONE COSTANTE

In questo semplice esempio i risultati dell'analisi modale condotta con PCM vengono confrontati, a titolo di validazione, con le formulazioni analitiche note per le mensole. Vengono poi illustrati i risultati dell'analisi pushover, ponendo attenzione ad alcuni aspetti significativi.

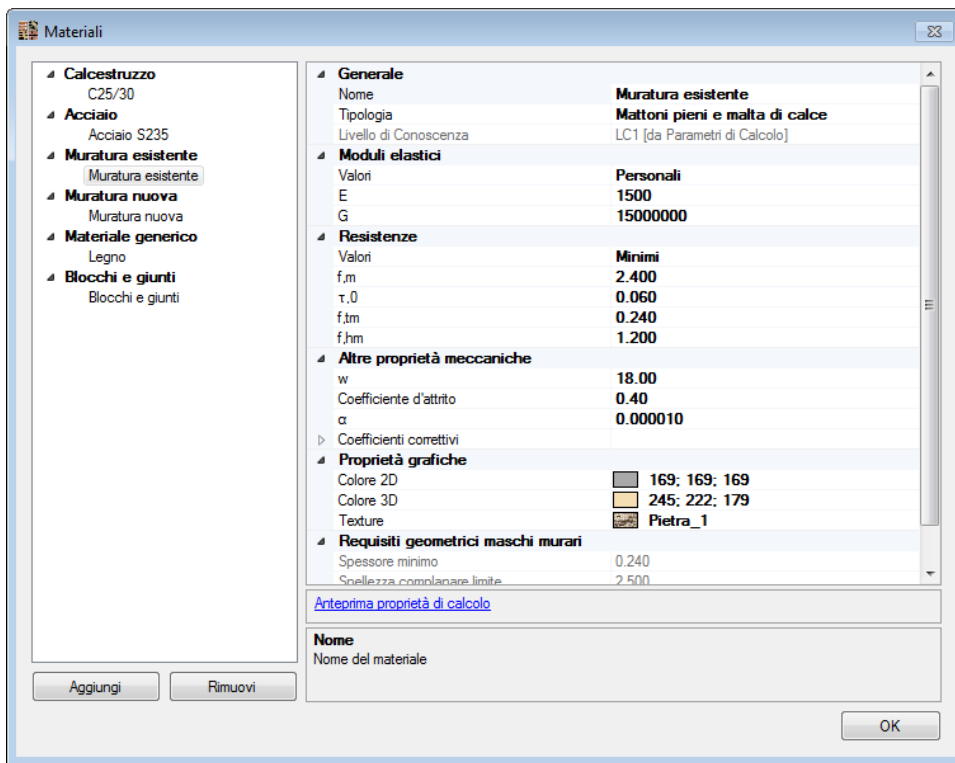
L'esempio è fornito a corredo del software:

*Esempi\_ECS\Torre\_Esempio.vdml*

Si considera una torre a sezione costante, rettangolare cava, di dimensioni 5.00 x 4.00 m, spessore 0.50 m, altezza 20.00 m. La torre viene costituita come gruppo strutturale composto dai 4 muri inizialmente definiti nel modello architettonico. Per generare una sezione trasversale costante, i muri sono elevati a tutt'altezza senza aperture.

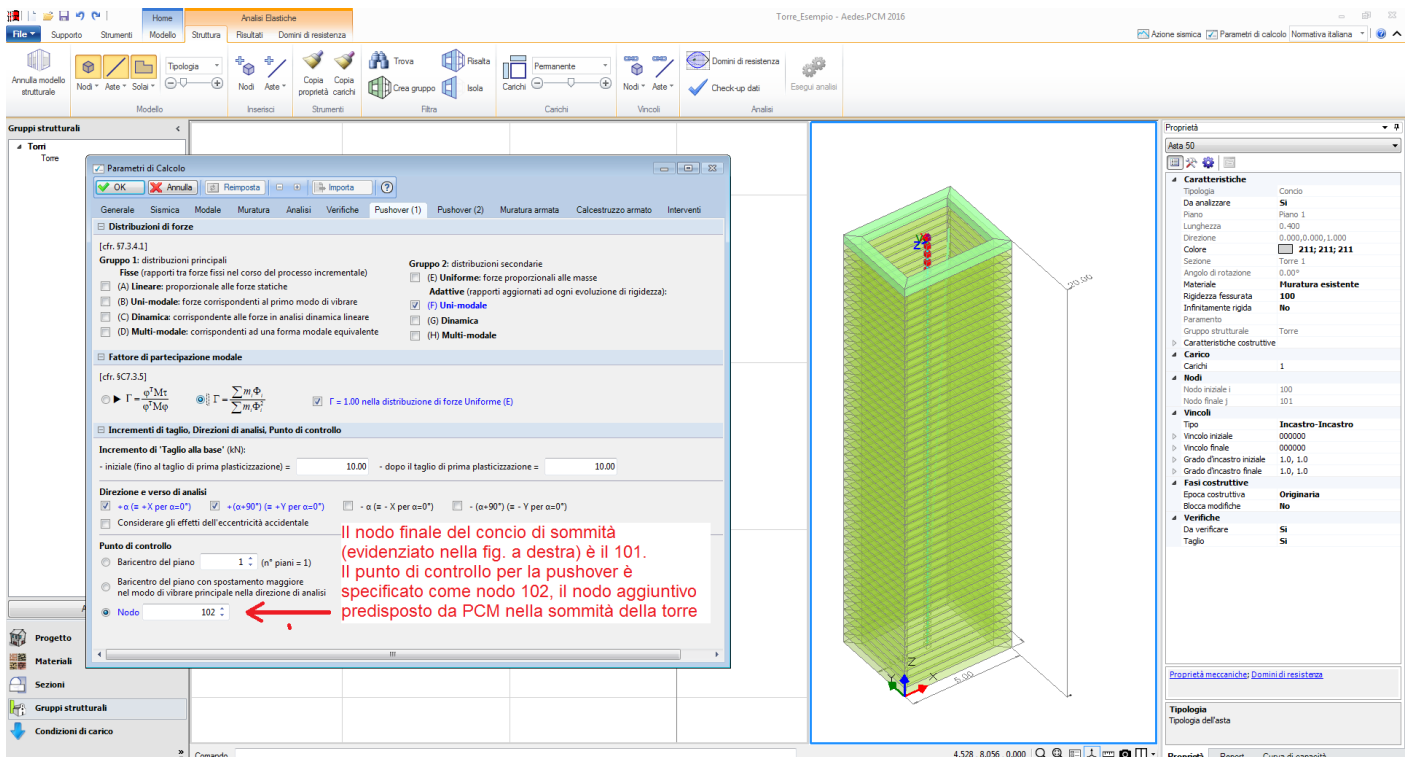


Le caratteristiche del materiale sono descritte nell'immagine seguente:



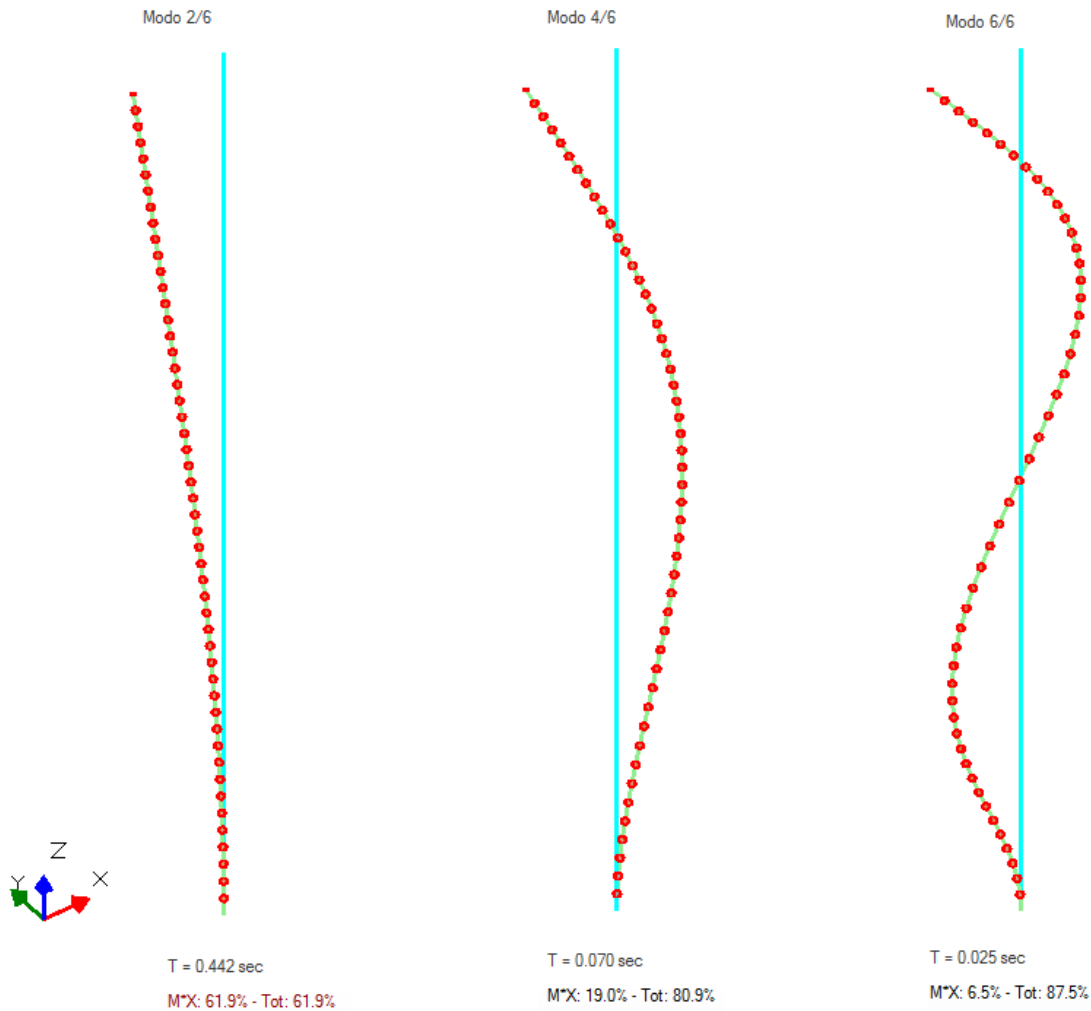
Il modulo di elasticità G viene artificialmente amplificato (è posto pari a  $E \times 10^4$ ) in modo da rendere trascurabile la deformabilità a taglio: le formule analitiche note per le mensole fanno infatti riferimento al solo modulo di elasticità longitudinale E.

Il modello strutturale viene creato rispettando la lunghezza dei blocchi di 0.4 m definita nell'entità Torre, ed è riportato in figura seguente.



Si richiedono l'analisi modale e l'analisi pushover. L'analisi modale, di tipo elastico, consente il confronto diretto con le formule analitiche note per la dinamica della mensola; l'analisi pushover mostra come la parzializzazione progressiva delle sezioni determina l'abbattimento delle rigidezze ed evidenzia il comportamento non lineare della struttura a mensola.

Per i risultati dell'analisi modale, si fa riferimento alla direzione X. I modi di vibrare corrispondenti sono i seguenti:



Le formulazioni analitiche [22] forniscono i seguenti valori:

$$\omega_i = k_i * c, \text{ con: } c = (1 / H^2) * \sqrt{(EJ/m)} \quad [T_i = 2\pi / \omega_i].$$

Per i primi tre modi:  $k_1 = 3.516$ ,  $k_2 = 22.03$ ,  $k_3 = 61.70$ .

Si ha:

$$H = 20000 \text{ mm}, E = 1500 \text{ N/mm}^2, J = 2566666667 * 10^4 \text{ mm}^4,$$

$m$  (massa distribuita) =  $p / g$ , dove:

$$p = p.s. * A = 18 \text{ kN/m}^3 * (80000 * 10^{-4}) \text{ m}^2 = 144 \text{ kN/m} = 144 \text{ N/mm}$$

$$\Rightarrow m = 144 / 9810 = 0.014679 \text{ N sec}^2 / \text{mm}^2$$

$$\text{Pertanto: } c = (1 / 20000^2) * \sqrt{(1500 * 2566666667 * 10^4 / 0.014679)} = 4.04876$$

e quindi (in colore blu i valori calcolati da PCM):

$$\omega_1 = 3.516 * 4.04876 = 14.235 \text{ rad/sec} \Rightarrow T_1 = 2\pi / \omega_1 = 0.441 \text{ sec (0.442)}$$

$$\omega_2 = 22.03 * 4.04876 = 89.194 \text{ rad/sec} \Rightarrow T_2 = 2\pi / \omega_2 = 0.070 \text{ sec (0.070)}$$

$$\omega_3 = 61.70 * 4.04876 = 249.809 \text{ rad/sec} \Rightarrow T_3 = 2\pi / \omega_3 = 0.025 \text{ sec (0.025)}$$

La discretizzazione in PCM è quindi in grado di rappresentare in modo assolutamente efficace la continuità di massa di un elemento strutturale come la torre; ovviamente, a tal fine è sempre opportuno che i conci (blocchi) abbiano un'altezza limitata, p.es. in questo caso l'altezza del blocco è dell'ordine dello spessore della sezione (in questo caso: altezza dei blocchi = 40 cm, spessore = 50 cm).

In un'analisi pushover, senza tenere conto della variazione di rigidità dovuta alla progressiva parzializzazione della sezione, una struttura di questo tipo mostrerebbe una curva perfettamente rettilinea, con inclinazione data da una rigidità alla traslazione costante, fino alla crisi di resistenza.

Il comportamento non lineare dovuto alla variazione della zona reagente durante i passi dell'analisi determina invece una curva pushover tipica, caratterizzata dalla progressiva diminuzione di rigidità, che può essere infine ricondotta ad un oscillatore monodimensionale elastoplastico equivalente, secondo le consuete procedure pushover, con conseguente svolgimento della verifica di sicurezza confrontando domanda e capacità di spostamento.

Per questo esempio si sono previste tre distribuzioni di forze:

(A) proporzionale alle forze utilizzate per l'analisi sismica statica lineare; (E) proporzionale alle masse; (F) modale adattiva. (A) e (E) sono distribuzioni ove i rapporti reciproci fra le forze ad ogni passo restano invariati; nella distribuzione (F) invece, di tipo adattivo, la distribuzione di forze è proporzionale alla forma del primo modo di vibrare e ad ogni variazione di rigidità viene aggiornata attraverso la riesecuzione dell'analisi modale (con progressivo aumento del periodo proprio).

La rigidità iniziale elastica (cioè la pendenza del primo tratto lineare della curva pushover) per ognuna di queste distribuzioni varia, in quanto il rapporto fra taglio globale e spostamento del punto di controllo è condizionato dalla distribuzione delle forze.

Facendo riferimento alla distribuzione proporzionale alle masse (E) è possibile fare un confronto con la formulazione analitica della rigidità.

Per una mensola di lunghezza H sottoposta a carico uniforme distribuito q, lo spostamento in sommità è pari a:  $\delta = qH^4 / 8EJ$

mentre il taglio complessivo vale:  $T = qH$

Pertanto, la rigidità, definita dal rapporto taglio / spostamento, è data da:  $K = 8EJ / H^3$ .

Si ha dunque:

$$K = 8 * 500 * 2566666667 * 10^4 / 20000^3 = 38500 \text{ N/mm} = 38500 \text{ kN/m}$$

L'esempio considerato trascura la deformabilità a taglio, e quindi la rigidità può essere considerata di solo tipo flessionale. Dai calcoli risulta (pushover, (E)+X):

$$K = 38109.76 \text{ kN/m}$$

in ottimo accordo con il valore teorico; la lieve differenza dipende dal fatto che il carico non è perfettamente uniforme in quanto la massa nel nodo di sommità è minore delle masse sottostanti (si riferisce al peso di metà concio), e la massa di metà concio di base non è sismicamente attiva (è ricondotta al nodo di fondazione). La massa sismica totale secondo PCM vale:

$$M = 290.742 \text{ k*kgm};$$

dal punto di vista teorico (togliendo la massa di metà del concio di base):

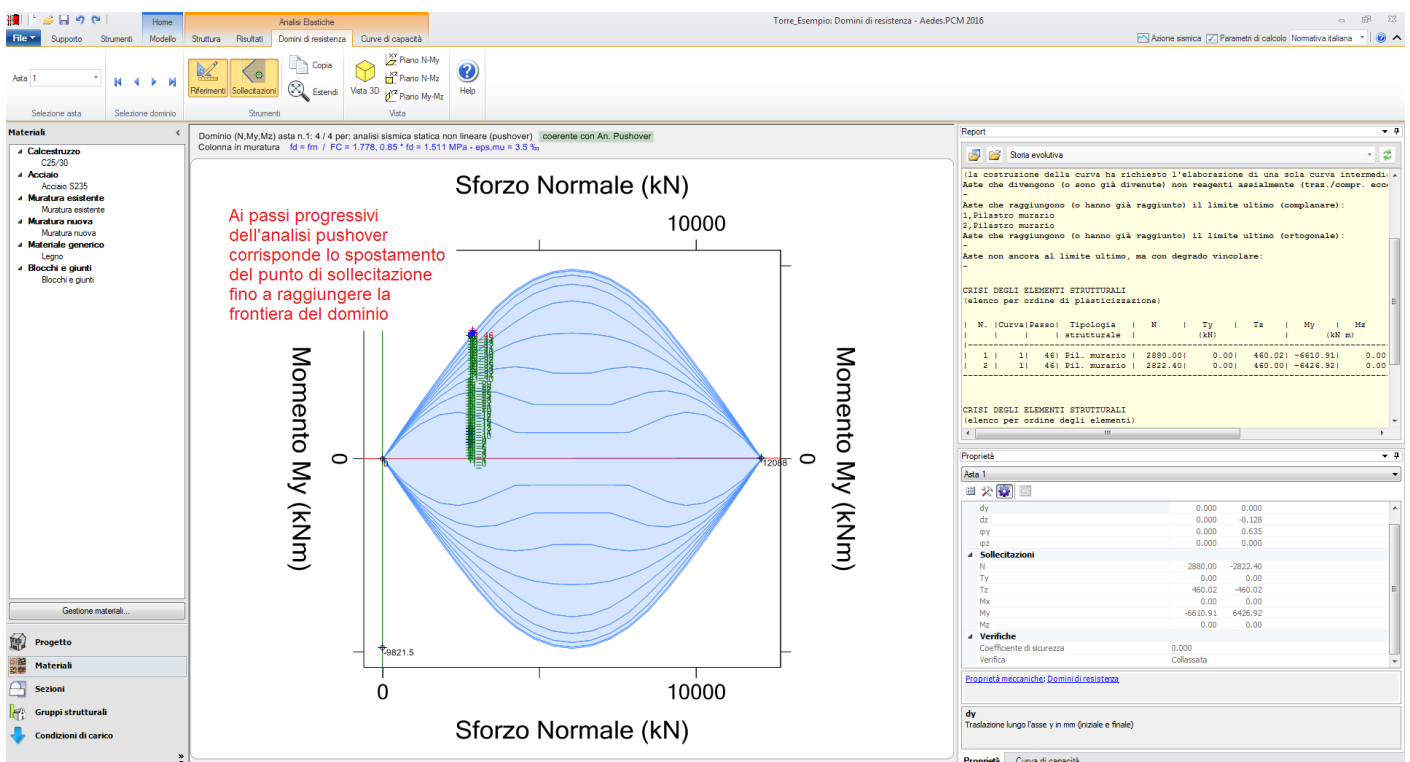
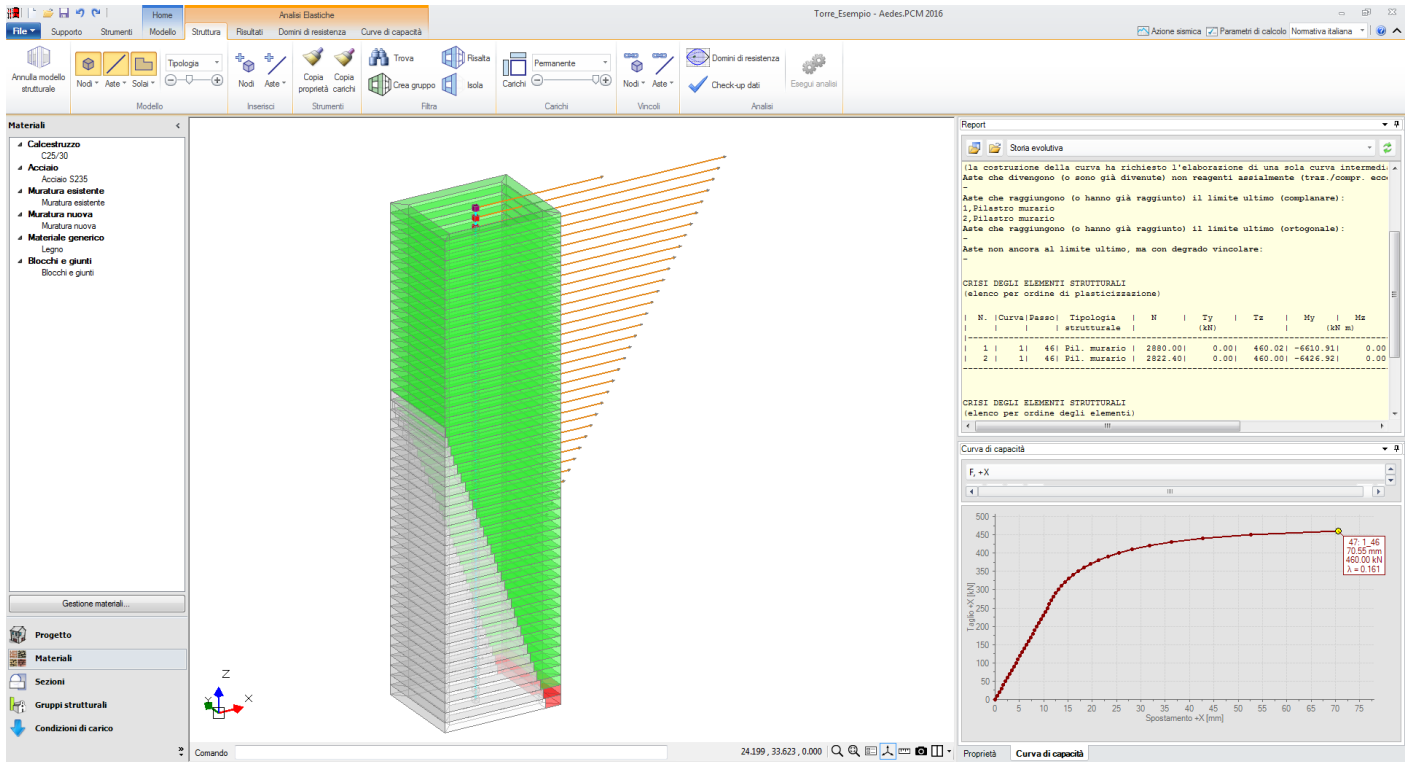
$$M = m H' = 0.014679 * (20000 - 200) \text{ N sec}^2 / \text{mm} = 290.64 \text{ N sec}^2 / \text{mm}$$

(unità di misura equivalente a:  $\text{kN} * \text{sec}^2 / \text{m} = \text{k*kgm}$ )

coincidente con il valore di calcolo a meno di arrotondamenti.

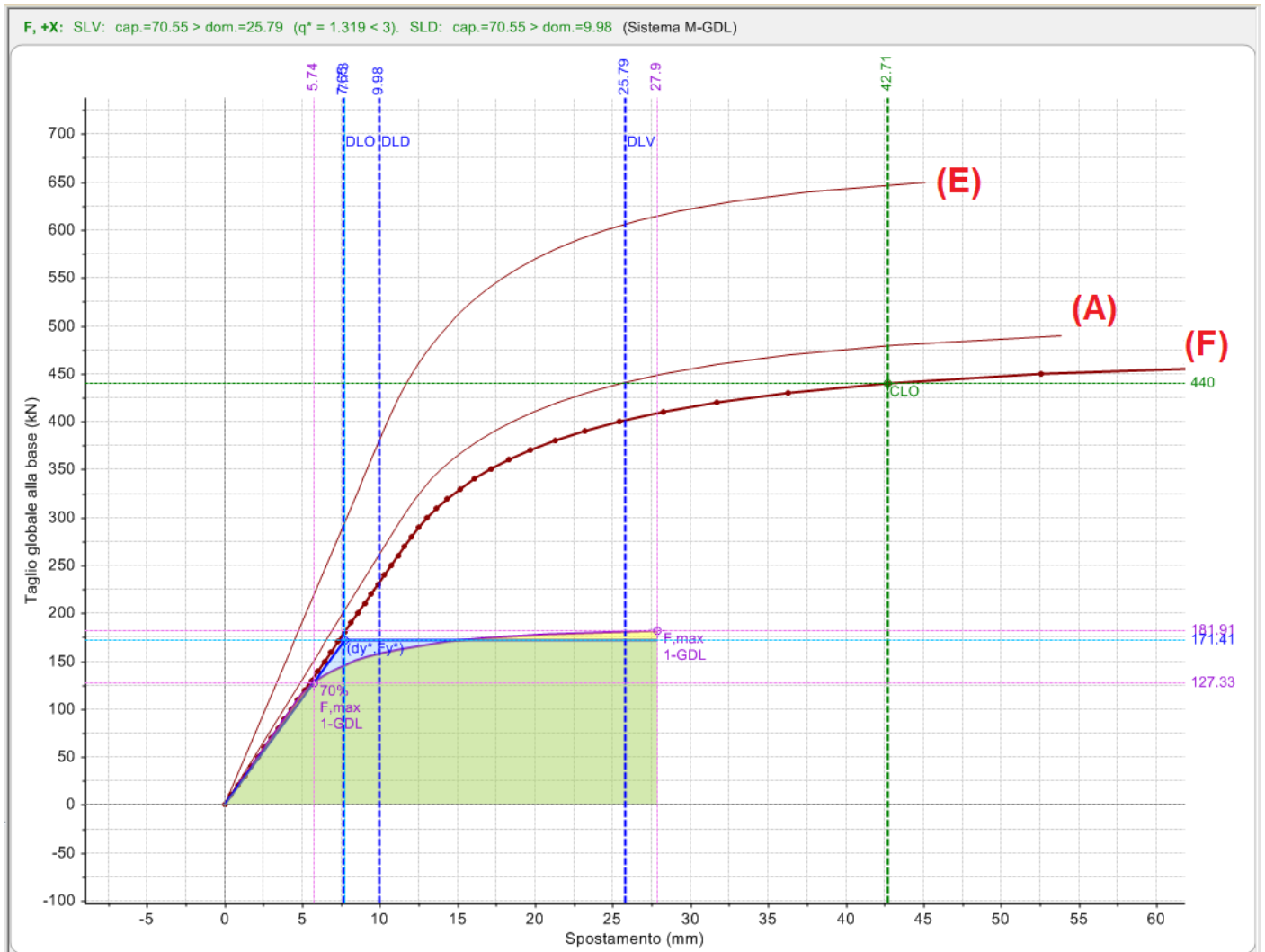
Per studiare il comportamento non lineare della mensola si fa riferimento alla curva adattiva (distribuzione (F)). Nelle figure seguenti, i risultati in direzione X. Data la simmetria della sezione rettangolare cava costante su tutta l'elevazione, la parzializzazione avviene con asse neutro sempre parallelo all'asse di

riferimento, e gli assi principali mantengono le direzioni yz originarie (pur traslando, quando la parte reagente si riduce). Le figure fanno riferimento all'ultimo passo della pushover, e nel modello della torre: in grigio sono rappresentate le parti in trazione; in verde i conci con verifica soddisfatta; in rosso, i conci dove la compressione è eccessiva, cioè dove il punto di sollecitazione esce dal dominio di resistenza e determina lo svincolamento dell'asta e la fine della costruzione della curva di capacità. Ripercorrendo i vari punti sulla curva pushover, si può vedere la parzializzazione progressiva che interessa la parte bassa della torre, salendo a partire dalla sezione di base.





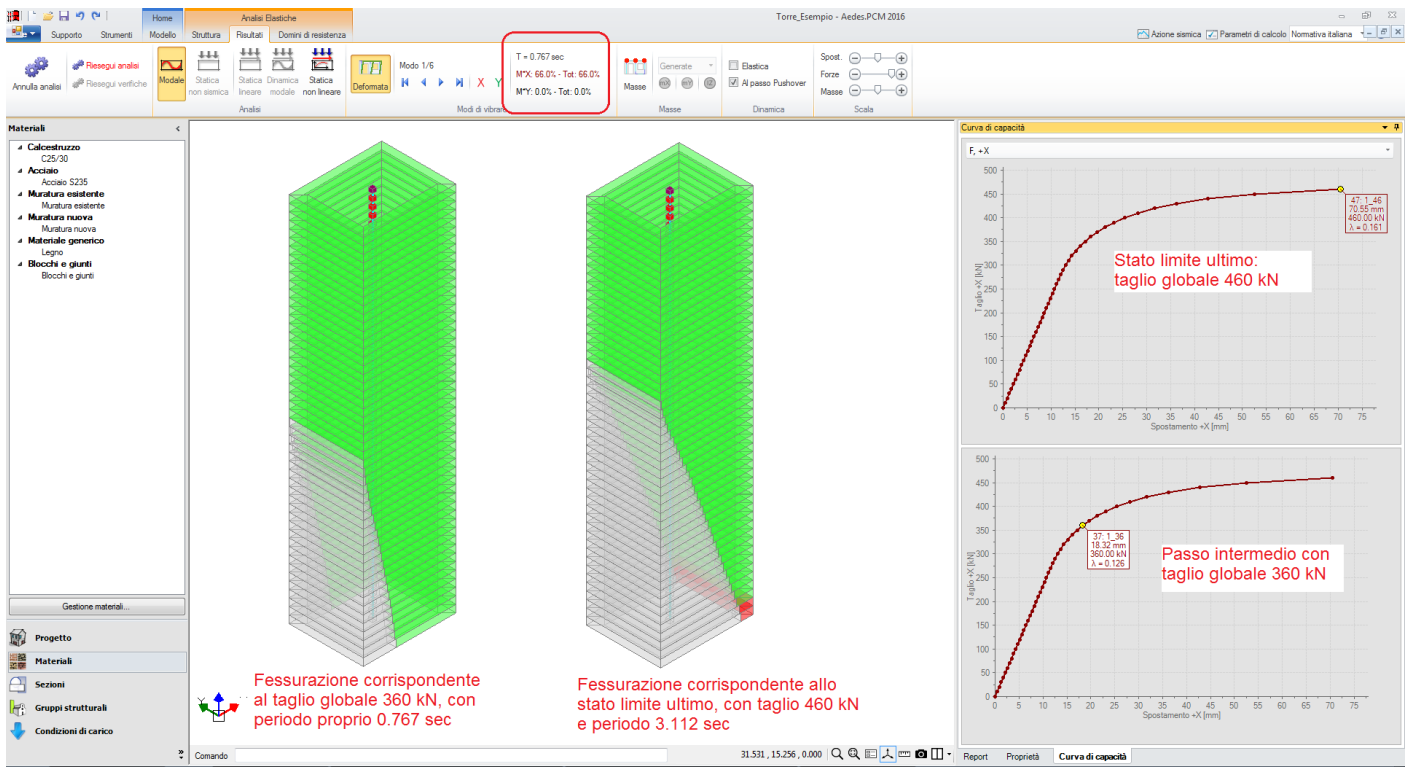
La figura seguente illustra il confronto tra le tre diverse distribuzioni. La modale adattiva (F) mostra lo spostamento maggiore e il taglio globale minore.



Un altro risultato interessante è l'allungamento del periodo mostrato dall'analisi modale al passo, riferita alla curva adattiva (F).

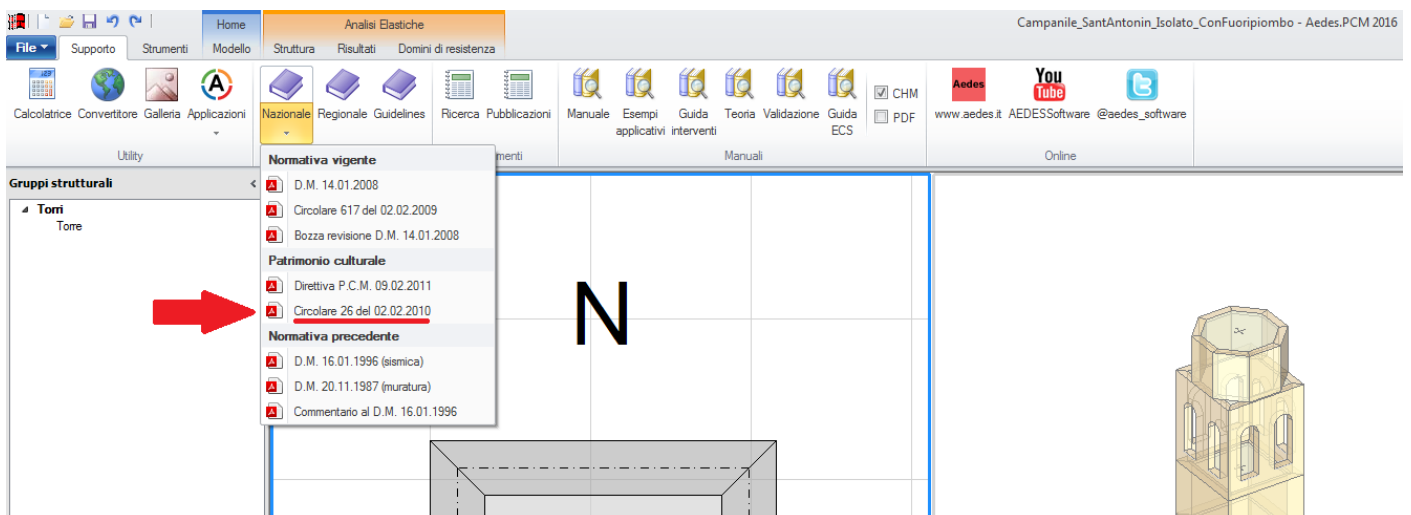
E' possibile rilevare che il periodo principale a partire dal valore elastico di 0.442 sec. arriva fino a 3.112 sec in corrispondenza dello stato limite ultimo.

Il massimo valore del coefficiente amplificativo (compreso fra 1.4 e 1.75), indicato nei testi normativi per ottenere il valore del periodo in fase fessurata, corrisponderebbe a:  $T = 0.442 \cdot 1.75 = 0.773$  sec, molto inferiore al periodo finale calcolato da PCM ma comunque effettivamente corrispondente ad una fase fessurata: il corrispondente passo nella curva pushover che più gli si avvicina è per taglio globale pari a 360 kN ed è rappresentato in figura seguente, insieme allo stato di fessurazione al raggiungimento del limite ultimo.



## 6.2.2. IL CAMPANILE DELLA CHIESA DI SANT'ANTONIN A VENEZIA

L'esempio illustrato in questo paragrafo si riferisce al campanile descritto nella Circolare 26/2010 [20], nell'ambito degli Esempi Applicativi: "Venezia, Campanile della Chiesa di Sant'Antonin". A tale contenuto si rimanda per approfondimenti; nel presente contesto, si evidenzieranno gli aspetti più significativi; la Circolare può essere consultata direttamente da PCM, menu Supporto (da pag. 292 a pag. 323):



Per la descrizione dell'opera si riporta un estratto dal testo di riferimento.

"(...) La torre campanaria ha forma affusolata a lesene, è caratterizzata dall'assenza del basamento, da una canna singola in muratura di lati 5,40m x 5,60m e 24,60m d'altezza, da una cella campanaria a bifore alta 6,30 m sormontata da un tiburio ottagonale con una cupola a cipolla ad otto spicchi.

L'altezza totale è di 43,05 m. Sono presenti al suo interno sei solai intermedi in legno, collegati fra loro da una scala anch'essa in legno posta in appoggio.

Il campanile è in aderenza su tutti e quattro i lati con edifici adiacenti, a nord con uno stacco di 10,80 m, a sud con uno stacco di 16 m, a ovest con uno stacco di 12,30 m e infine ad est con uno stacco di 15,40 m. La muratura della canna è in mattoni con giunti di calce, esternamente intonacata ed internamente a vista nella parte alta.

La tessitura nella parte a vista è irregolare con giunti dello spessore di circa 15 mm.

La cella campanaria presenta una complessa struttura in muratura ed un castello campanario molto articolato.

Le aperture sul lato nord e sul lato ovest sono tamponate per 1,26 m.

Il campanile presenta strapiombi nel lato nord, di valore 0,065m, e nel lato ovest, di valore 0,297 m, rilevati rispettivamente ad una quota di 23,23 m e 23,24 m. (...)"

Figura 1. Vista del Campanile della Chiesa di Sant'Antonin: prospetti nord-ovest



Figura 2. Campanile della Chiesa di Sant'Antonin: contesto urbano. (a) vista ovest (b) vista nord



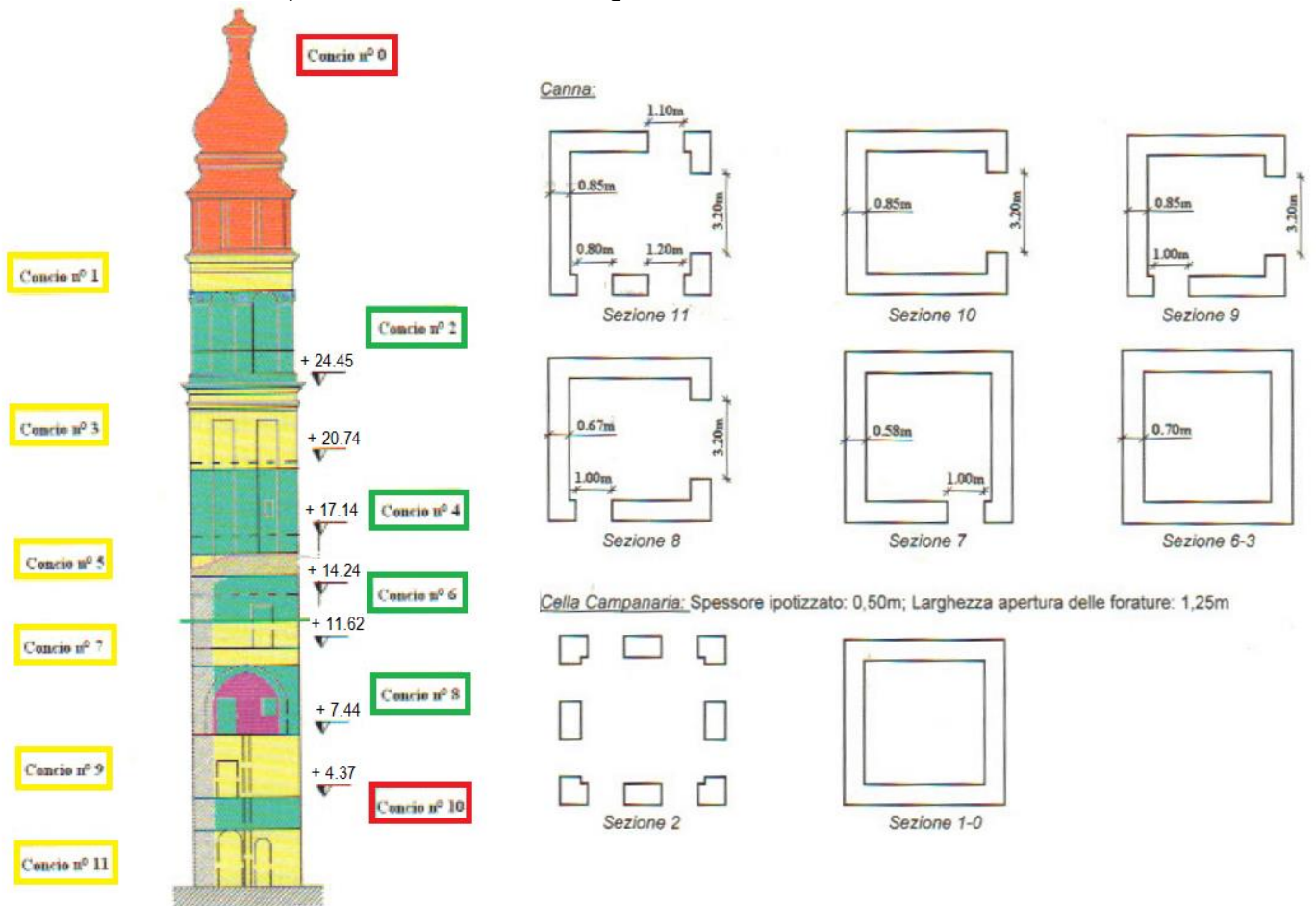
(a)



(b)

Lo sviluppo verticale con i vari livelli e le sezioni trasversali sono riportate nell'immagine seguente. Nella figura, il significato di 'concio' fa riferimento ad una zona omogenea in elevazione; in PCM, per 'concio' o

'blocco' (con 'asta' corrispondente) si intende il singolo elemento derivante dalla discretizzazione.



Fra i vari parametri strutturali, le caratteristiche meccaniche corrispondono a muratura in mattoni pieni e malta di calce, con valori minimi per le resistenze e medi per i moduli elastici; vengono inoltre applicati, come indicato nel testo di riferimento, i coefficienti correttivi relativi a buona connessione trasversale e a nucleo scadente. Non risultano effettuate riduzioni di rigidità per fenomeni di fessurazione.

Per un confronto con l'esempio di riferimento, viene eseguita in PCM l'analisi sismica statica lineare, corrispondente di fatto al metodo semplificato proposto in LV1 dalla Direttiva per i Beni Monumentali [8] [20]. Per poter applicare la formulazione proposta, è indispensabile la valutazione del periodo principale, che nell'esempio viene fatta con la formula semplificata di origine sperimentale:

$$T_1 = 0.0187 H \text{ (H in m)}$$

Tale periodo viene incrementato moltiplicandolo per 1.4 per tenere conto della fase fessurata.

Si osservi che la formulazione semplificata (§5.4.4 in [8]), equivalente ad un'analisi sismica statica lineare, utilizza anche il fattore di struttura  $q$ .

Ora: è noto che  $q$  viene utilizzato negli spettri di progetto per gli stati limite ultimi per ridurre le forze elastiche tenendo conto dei fenomeni dissipativi e anche dell'incremento del periodo proprio  $T_1$  a seguito delle plasticizzazioni (come affermato in §3.2.3.5 D.M. 14.1.2008).

L'incremento di  $T_1$  ai fini del calcolo delle forze spettrali potrebbe quindi risultare ridondante, in quanto l'effetto dovrebbe essere già incluso in  $q$ . Nell'ambito del modello meccanico semplificato la Norma tuttavia fa cenno a questo incremento (attraverso un fattore moltiplicativo compreso fra 1.4 e 1.75), e pertanto anche in PCM viene specificato il periodo amplificato ai fini dell'analisi sismica statica lineare.

### **L'analisi sismica statica non lineare è in grado di superare le problematiche relative all'amplificazione del periodo proprio e alla necessità di considerare il fattore $q$ .**

Applicando la distribuzione di forze modale adattiva, il periodo si allunga automaticamente ad ogni riduzione di rigidità, fino allo stato limite ultimo. Nella verifica di sicurezza in analisi pushover, peraltro, il periodo non svolge particolare ruolo se non evidenziando l'evoluzione delle caratteristiche dinamiche del sistema; come risultato dell'analisi modale ad ogni passo, è invece determinante la variazione della forma della distribuzione di forze tra le masse della struttura.

Inoltre, in un'analisi pushover non viene utilizzato il fattore di struttura  $q$ , la cui stima a priori è comunque difficoltosa: i contenuti normativi stessi fanno riferimento a un campo compreso fra il minimo di 2.8 e il massimo di 3.6, con equiparazione agli edifici e basandosi sulla regolarità strutturale, ma si tratta di una valutazione che appare incerta e non sempre appropriata (la struttura a torre ha un comportamento decisamente differente rispetto a un edificio).

Nell'esempio di PCM non viene eseguita l'analisi dinamica modale. Questo tipo di analisi presuppone il calcolo dei modi di vibrare e se le rigidità delle strutture sono elastiche, non può tenere conto di periodi amplificati nel calcolo delle forze spettrali (tiene invece normalmente conto di  $q$ ).

In generale, l'analisi dinamica modale di una torre con rigidità non fessurate può essere approvata solo se si ritiene che  $q$  contenga già in sé gli effetti dell'allungamento del periodo (come sopra descritto). Altrimenti l'analisi dinamica modale deve essere condotta con rigidità fessurate (in tal caso anche i periodi modali sono calcolati con le rigidità fessurate).

Date le funzionalità evolute proposte da PCM, **in generale la via preferibile per l'analisi delle torri con PCM è l'esecuzione dell'analisi pushover**, facendo riferimento a rigidità elastiche.

Si osservi tra l'altro che se si utilizzano modelli non lineari a plasticità distribuita, la fessurazione è in tutta la struttura un risultato dell'analisi e quindi non vi sono ragioni per introdurre rigidità ridotte ([21], §4.2.4) (a meno che queste non abbiano motivazioni puramente statiche dovute a fessurazioni generate dai carichi verticali). Il modello di PCM per le torri può essere considerato a plasticità distribuita in quanto la discretizzazione della struttura genera una fitta sequenza di conci ognuno dei quali è soggetto a verifica di sicurezza e può plasticizzarsi a seguito delle sollecitazioni applicate.

La crisi dell'elemento concio può avvenire per eccessiva compressione; ad essa corrisponde la fragilizzazione con sconnessione a momento e assiale che comporta di fatto il termine della costruzione della curva di capacità. Altra causa di plasticizzazione può essere la crisi per taglio (se attivata nelle proprietà dei conci murari).

La curva pushover può terminare anche per superamento dello spostamento limite (soglia di labilità definita nei Parametri di Calcolo): nelle torri l'incremento di taglio può comportare spostamenti in sommità elevati anche prima della crisi di resistenza. Attraverso la soglia di labilità, PCM può mantenere i risultati entro un limite di spostamento accettabile, considerando che il superamento di tale limite corrisponda a tutti gli effetti al raggiungimento dello stato limite ultimo. Normalmente le analisi delle torri vengono effettuate almeno inizialmente con una soglia di labilità elevata (es. 1000 mm), in modo da far manifestare la crisi per resistenza e quindi leggere in modo compiuto l'evoluzione della struttura fino al collasso.

#### **6.2.2.1. CAMPANILE ISOLATO**

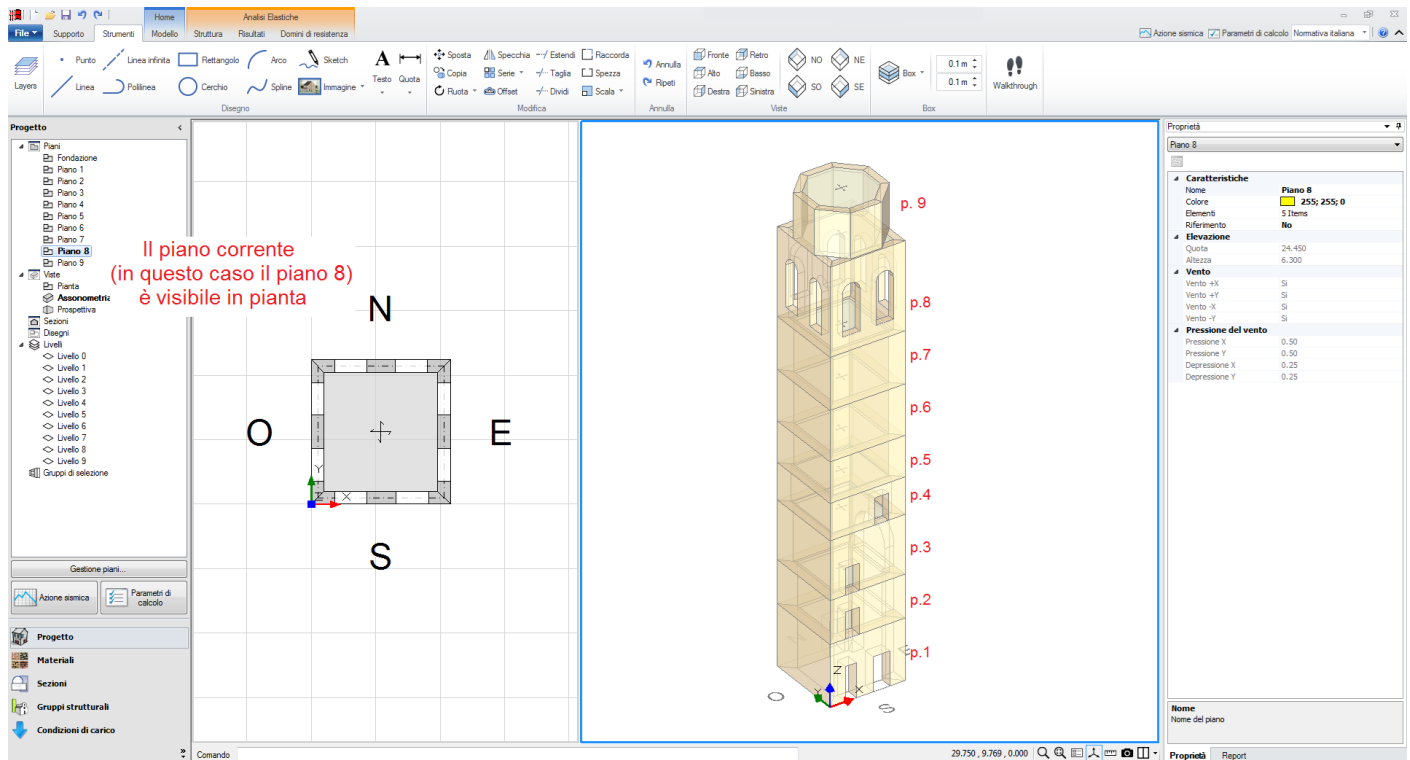
Analogamente al testo normativo, il campanile viene analizzato anzitutto come struttura isolata; successivamente si considera l'interazione con gli edifici adiacenti (campanile vincolato).

Il file del campanile isolato è fornito a corredo del software:

*Esempi\_ECS\Campanile\_SantAntonin\_Isolato.vdml*: analisi sismica lineare statica X, analisi pushover

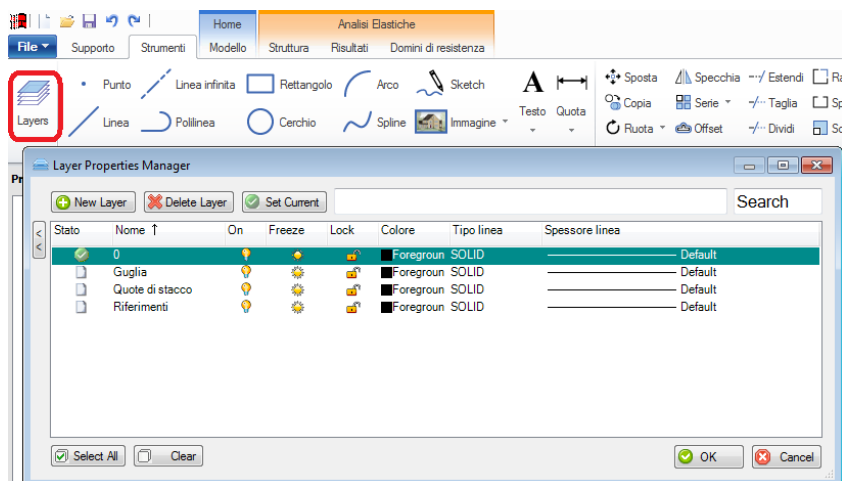
*Esempi\_ECS\Campanile\_SantAntonin\_Isolato\_Y.vdml*: analisi sismica lineare statica Y

Il modello architettonico viene costruito attraverso l'inserimento di muri con aperture su 9 piani, di diversa altezza, definiti dalla presenza di solai e dalla variazione della sezione trasversale.



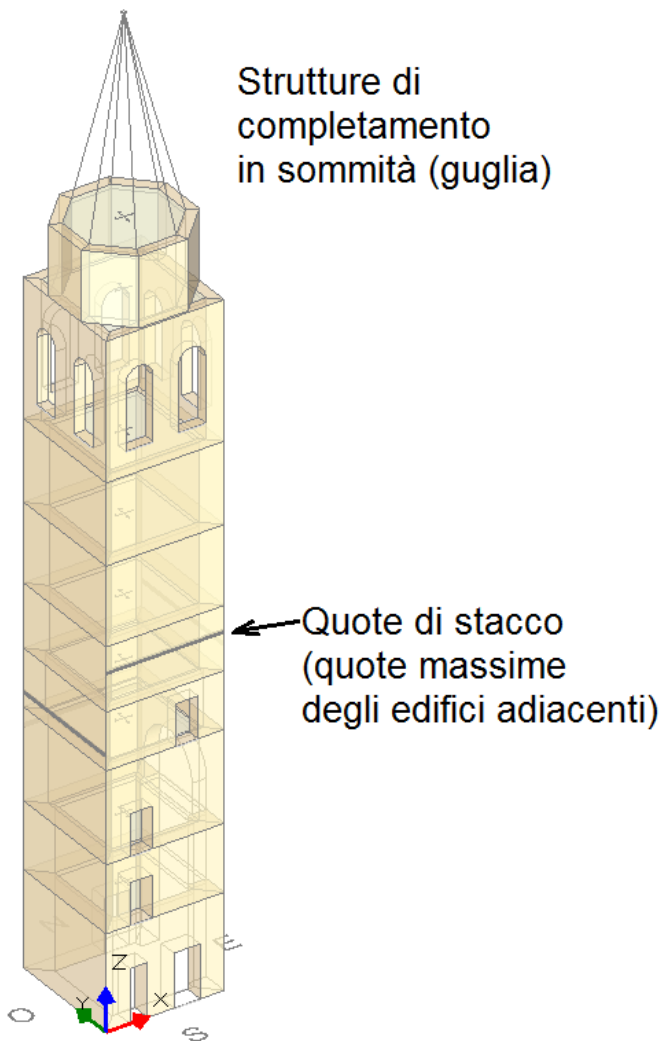
Secondo le procedure di modellazione di una torre (cfr. par. 4.3), durante la modellazione dei piani e dei muri con le aperture, dove presenti, non è richiesta la definizione delle sezioni trasversali complete del campanile, che si formeranno successivamente assegnando il gruppo strutturale 'Torre' a tutti i muri inseriti, e saranno infine evidenziate dai conci generati per il modello strutturale.

Le strutture di completamento in sommità sono state considerate come pesi portati; la loro modellazione può essere effettuata con i comandi CAD di PCM, allo scopo di una resa più realistica del modello; in questo caso si è creato un layer 'Guglia' dove alcune semplici linee indicano le strutture in sommità.





In un altro layer sono evidenziate le quote di stacco, ossia le zone di contatto con gli edifici adiacenti, che verranno prese in considerazione nell'analisi del campanile vincolato.



La definizione del fuoripiombo avviene attraverso la corrispondente proprietà dell'elemento Torre, come illustrato nell'immagine seguente.

Nelle immagini successive, è evidenziata la definizione del materiale murario, in questo caso unico per tutto il campanile. Al livello di conoscenza LC1 corrisponde il fattore di confidenza  $F_C$  specificato nei Parametri di Calcolo, che secondo quanto indicato nel testo di riferimento, è pari a 1.35.

Poiché per la torre il coefficiente parziale di sicurezza del materiale è determinato secondo quanto esposto nella Tab. 4.1 della Dir. 9.2.2011 [8], i coefficienti  $\gamma_M$  vengono ignorati e sono posti pari a 1.00; tutta la sicurezza sul materiale è descritta attraverso  $F_C$ .



**Definizione del fuoripiombo.**  
 In direzione X (+X: O→E) il valore è negativo (lato O), in direzione Y (+Y: S→N) il valore è positivo (lato N); l'altezza di riferimento è univoca (quota di rilievo) ed è assunta, per questo caso, pari a 23.24 m

| Proprietà              |              |
|------------------------|--------------|
| Torre                  |              |
| <b>Generale</b>        |              |
| Nome                   | Torre        |
| Colore                 | 154; 205; 50 |
| Lunghezza blocco       | 0.5          |
| <b>Fuoripiombo</b>     |              |
| Fuoripiombo X          | -0.297       |
| Fuoripiombo Y          | 0.065        |
| Altezza di riferimento | 23.240       |

**Fuoripiombo X**  
Fuoripiombo in direzione X in m

**Materiali**

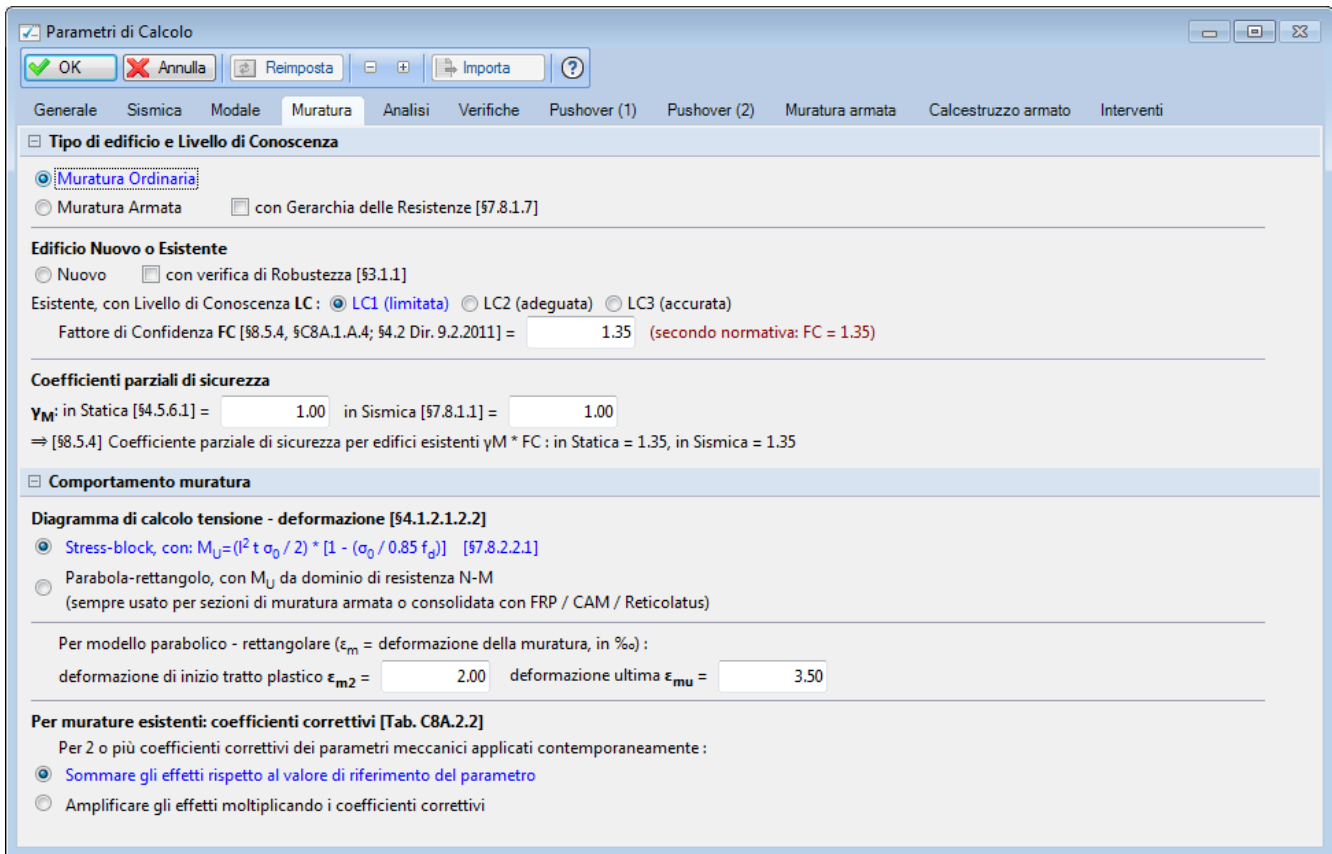
- Calcestruzzo
  - C25/30
- Acciaio
  - Acciaio S235
- Muratura esistente
  - Muratura esistente
- Muratura nuova
  - Muratura nuova
- Materiale generico
  - Legno
- Blocchi e giunti
  - Blocchi e giunti

| Generale                                  |                                |
|---|--------------------------------|
| Nome                                      | Muratura esistente             |
| Tipologia                                 | Mattori pieni e malta di calce |
| Livello di Conoscenza                     | LC1 [da Parametri di Calcolo]  |
| <b>Moduli elastici</b>                    |                                |
| Valori                                    | Medi                           |
| E   | 1500                           |
| G   | 500                            |
| <b>Resistenze</b>                         |                                |
| Valori                                    | Minimi                         |
| f,m                                       | 2.400                          |
| τ,0                                       | 0.060                          |
| f,tm                                      | 0.240                          |
| f,hm                                      | 1.200                          |
| <b>Altre proprietà meccaniche</b>         |                                |
| w   | 18.00                          |
| Coefficiente d'attrito                    | 0.40                           |
| α   | 0.000010                       |
| ▷ Coefficienti correttivi                 |                                |
| <b>Proprietà grafiche</b>                 |                                |
| Colore 2D                                 | ■ 169; 169; 169                |
| Colore 3D                                 | ■ 245; 222; 179                |
| Texture                                   | ■ Pietra_1                     |
| <b>Requisiti geometrici maschi murari</b> |                                |
| Spessore minimo                           | 0.240                          |
| Snellezza compolare limite                | 2.500                          |

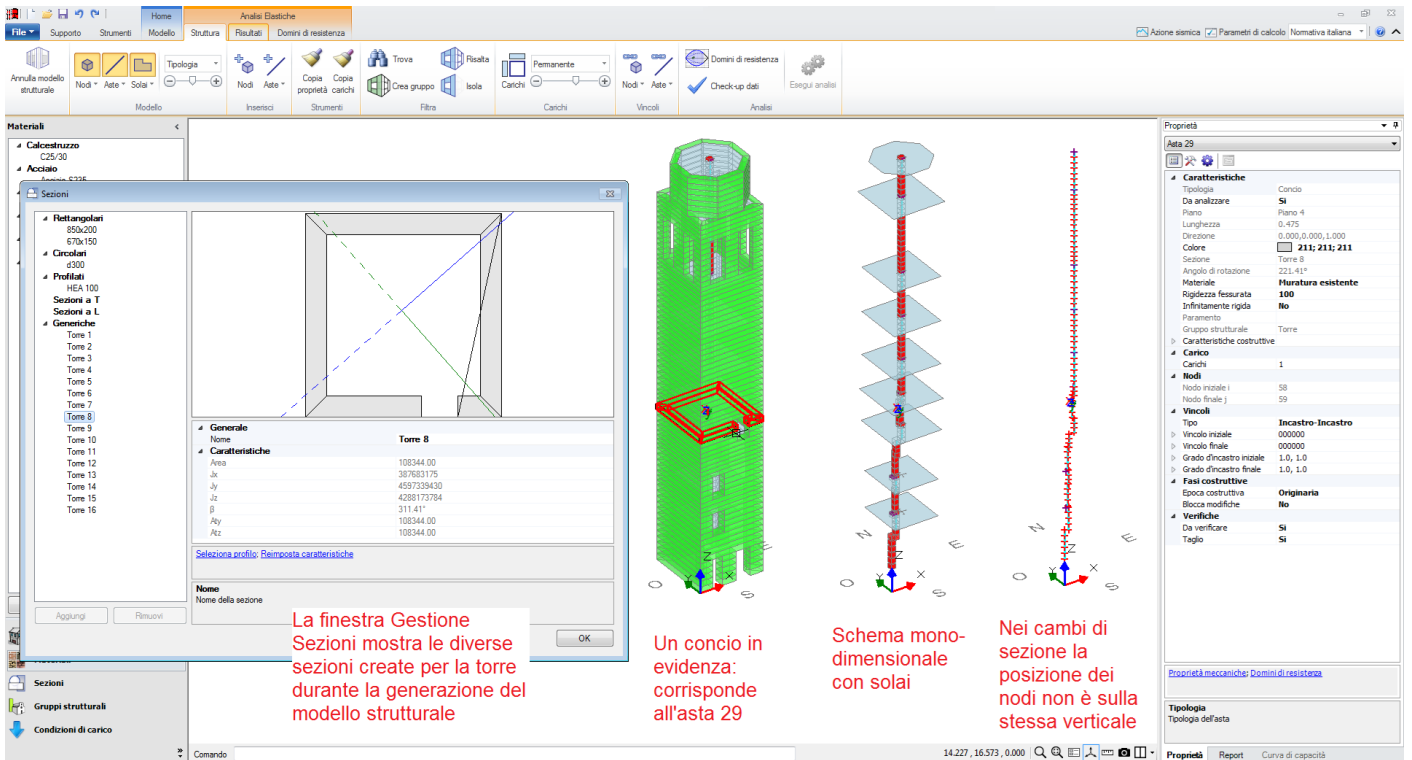
[Anteprima proprietà di calcolo](#)

Nome  
Nome del materiale

Aggiungi Rimuovi OK



Nella figura seguente è rappresentato il modello strutturale.

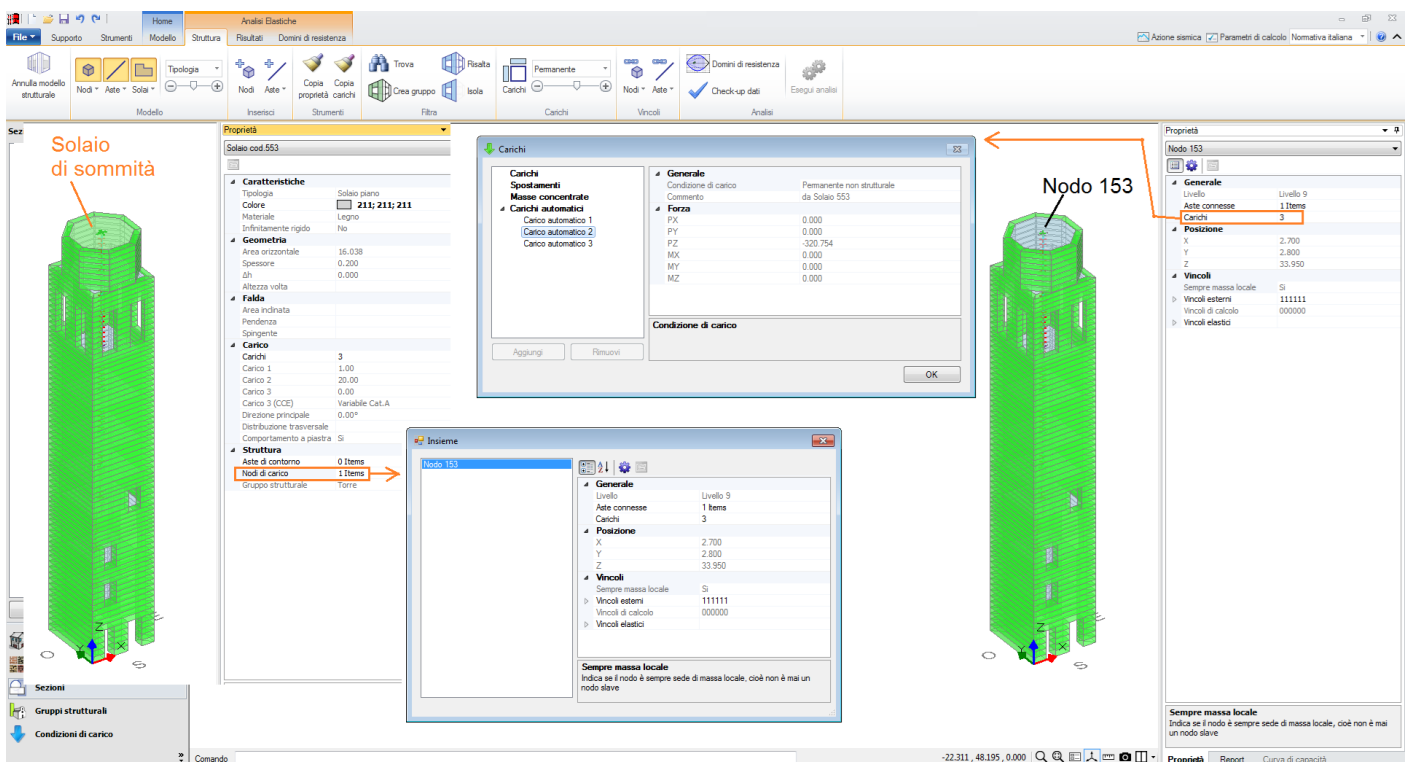


Per quanto riguarda il carico in sommità prodotto dalla guglia: i nodi superiori della torre sono il 153 (nodo finale del concio superiore) e il 154 (nodo di sommità esterno).

Sui motivi della distinzione dei due nodi si rinvia al par. 4.3: in sostanza, il nodo finale del concio, la cui

posizione può variare durante l'analisi pushover a causa della parzializzazione, è distinto dal nodo di sommità della torre (con cui inizialmente coincide), in quanto è lo spostamento di quest'ultimo che viene preso come riferimento per la costruzione della curva pushover.

Il carico della guglia sovrastante la struttura di sommità ottagonale, viene modellato come ripartito sul solaio di sommità, e il suo valore dipende dalla stima della risultante del carico portato. Questo carico, non specificato nel testo di riferimento, è stato assunto pari a circa 320 kN, da cui i 20 kN/m<sup>2</sup> inseriti come carico permanente non strutturale a tale solaio. Anche per gli altri carichi di solaio, in generale, non vi sono riferimenti nel testo normativo; per PCM sono stati assunti valori plausibili per solai lignei, con un carico permanente pari a 1 kN/m<sup>2</sup>, trascurando il carico variabile. Il principale componente dello sforzo normale nella torre è comunque offerto dal peso proprio della struttura, correttamente valutato a partire del peso specifico del materiale e coerente con il modello del testo di riferimento: la sostanziale coincidenza dei pesi permette quindi il confronto fra i calcoli di PCM e quelli di riferimento.



Si osservi che i solai definiti sui muri architettonici utilizzati per la modellazione della torre, diversamente dai solai degli edifici, non scaricano su aste perimetrali ma applicano la propria risultante al nodo della struttura posto alla stessa quota: in tal modo, la gestione dei carichi dei solai è compatibile con la schematizzazione monodimensionale della torre. Pertanto, il carico di solaio può essere letto come carico di nodo nella proprietà dei nodi stessi. Ogni solaio, nel gruppo Struttura delle sue proprietà, contiene il nodo di carico che assume la risultante del solaio stesso.

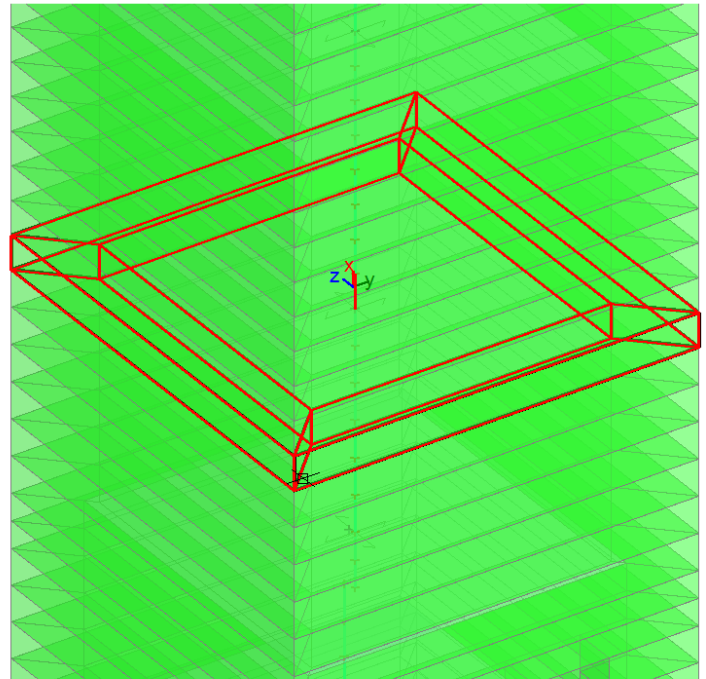
Un aspetto importante è la gestione del fuoripiombo, definito per la torre nel modello architettonico. A partire dal dato inserito in input, viene considerato un andamento lineare del fuoripiombo lungo l'elevazione, e durante la fase di creazione del modello strutturale ad ogni nodo vengono associati momenti aggiuntivi determinati dal peso proprio del concio per il braccio determinato dal fuoripiombo alla quota del concio stesso. Un esempio è in figura seguente.

Asta 39 definita fra i nodi 78 e 79.  
 La quota del nodo 78 è: 17.14 m  
 Il peso del concio è: 108.86 kN

| Proprietà           |           |
|---------------------|-----------|
| Nodo 78             |           |
| ▲ Generale          |           |
| Livello             | Livello 5 |
| Aste connesse       | 1 Items   |
| Carichi             | 1         |
| ▲ Posizione         |           |
| X                   | 2.700     |
| Y                   | 2.800     |
| Z                   | 17.140    |
| ▲ Vincoli           |           |
| Sempre massa locale | Si        |
| Vincoli esterni     | 111111    |
| Vincoli di calcolo  | 000000    |
| Vincoli elastici    |           |

| Carichi   |            |          |  |                      |            |          |  |         |  |    |       |    |       |    |       |    |        |    |         |    |       |
|---|------------|----------|--|----------------------|------------|----------|--|---------|--|----|-------|----|-------|----|-------|----|--------|----|---------|----|-------|
| Carichi   |            |          |  |                      |            |          |  |         |  |    |       |    |       |    |       |    |        |    |         |    |       |
| Spostamenti   |            |          |  |                      |            |          |  |         |  |    |       |    |       |    |       |    |        |    |         |    |       |
| Masse concentrate   |            |          |  |                      |            |          |  |         |  |    |       |    |       |    |       |    |        |    |         |    |       |
| ▲ Carichi automatici  |            |          |  |                      |            |          |  |         |  |    |       |    |       |    |       |    |        |    |         |    |       |
| Carico automatico 1   |            |          |  |                      |            |          |  |         |  |    |       |    |       |    |       |    |        |    |         |    |       |
| <table border="1"> <thead> <tr> <th colspan="2">Generale</th> </tr> <tr> <td>Condizione di carico</td> <td>Permanente</td> </tr> <tr> <td>Commento</td> <td></td> </tr> <tr> <td colspan="2">▲ Forza</td> </tr> <tr> <td>PX</td> <td>0.000</td> </tr> <tr> <td>PY</td> <td>0.000</td> </tr> <tr> <td>PZ</td> <td>0.000</td> </tr> <tr> <td>MX</td> <td>-5.219</td> </tr> <tr> <td>MY</td> <td>-23.846</td> </tr> <tr> <td>MZ</td> <td>0.000</td> </tr> </thead></table> |            | Generale |  | Condizione di carico | Permanente | Commento |  | ▲ Forza |  | PX | 0.000 | PY | 0.000 | PZ | 0.000 | MX | -5.219 | MY | -23.846 | MZ | 0.000 |
| Generale  |            |          |  |                      |            |          |  |         |  |    |       |    |       |    |       |    |        |    |         |    |       |
| Condizione di carico  | Permanente |          |  |                      |            |          |  |         |  |    |       |    |       |    |       |    |        |    |         |    |       |
| Commento  |            |          |  |                      |            |          |  |         |  |    |       |    |       |    |       |    |        |    |         |    |       |
| ▲ Forza   |            |          |  |                      |            |          |  |         |  |    |       |    |       |    |       |    |        |    |         |    |       |
| PX  | 0.000      |          |  |                      |            |          |  |         |  |    |       |    |       |    |       |    |        |    |         |    |       |
| PY  | 0.000      |          |  |                      |            |          |  |         |  |    |       |    |       |    |       |    |        |    |         |    |       |
| PZ  | 0.000      |          |  |                      |            |          |  |         |  |    |       |    |       |    |       |    |        |    |         |    |       |
| MX  | -5.219     |          |  |                      |            |          |  |         |  |    |       |    |       |    |       |    |        |    |         |    |       |
| MY  | -23.846    |          |  |                      |            |          |  |         |  |    |       |    |       |    |       |    |        |    |         |    |       |
| MZ  | 0.000      |          |  |                      |            |          |  |         |  |    |       |    |       |    |       |    |        |    |         |    |       |
| Condizione di carico  |            |          |  |                      |            |          |  |         |  |    |       |    |       |    |       |    |        |    |         |    |       |
| <input type="button" value="Aggiungi"/> <input type="button" value="Rimuovi"/> <input type="button" value="OK"/>  |            |          |  |                      |            |          |  |         |  |    |       |    |       |    |       |    |        |    |         |    |       |

Momenti concentrati nel nodo di base del concio dovuti al peso del concio e all'eccentricità per fuoripiombo



Ingrandimento della torre nella zona dell'asta 39 (concio evidenziato)

In corrispondenza della quota di 23.24 m. il fuoripiombo vale -0.297 m. in direzione X, e 0.065 m. in direzione Y. Avendo ipotizzato un andamento lineare, alla quota di 17.14 m. il fuoripiombo diventa: -0.219 in direzione X, e 0.048 in direzione Y. Il peso del concio è pari a 108.86 kN, e quindi risultano i due momenti:  $MX = -5.219$  kNm,  $MY = -23.846$  kNm.

Infatti: il fuoripiombo in direzione X (a lato -X) genera un momento MY che porta X su Z (e quindi negativo), pari a:  $108.86 * 0.219 = 23.84$  kNm; il fuoripiombo in direzione Y (lato +Y) genera un momento MX che porta Z su Y (e quindi negativo) pari a:  $108.86 * 0.048 = 5.22$  kNm.

Relativamente alla rappresentazione degli effetti del fuoripiombo, si osservi che il testo normativo (a pag. 310) propone una riduzione del momento resistente, senza intervenire sulla sollecitazione.

In PCM si opera in modo duale amplificando il momento sollecitante, attraverso l'introduzione di una distribuzione di momenti prodotta da ogni concio in base al proprio fuoripiombo, senza ridurre il momento resistente. L'effetto è analogo, in quanto la sicurezza è sempre valutata dal confronto fra sollecitazione e resistenza di progetto.

Nei Parametri di Calcolo, scheda Sismica, è stato inserito direttamente il valore del periodo proprio dichiarato nel testo di riferimento (0.889 sec), utilizzato dall'analisi sismica statica lineare. Si osservi inoltre che per l'analisi sismica lineare viene scelta l'opzione dei risultati solo in direzione X per evitare gli effetti composti secondo Normativa (combinazione dei risultati X e Y); poichè PCM fornisce direttamente la situazione più sfavorevole tra +X e -X, i risultati di PCM verranno confrontati con i risultati più sfavorevoli presentati nel testo di riferimento. E' importante osservare che la differenza di risultati tra +X e -X, cioè la sensibilità al verso dell'azione sismica, dipende dalla dissimetria delle sezioni trasversali della torre.

Parametri di Calcolo

OK Annulla Reimposta Importa ?

Generale Sismica Modale Muratura Analisi Verifiche Pushover (1) Pushover (2) Muratura armata Calcestruzzo armato Interventi

**Direzioni di analisi e Combinazione delle componenti**

Angolo  $\alpha$  con asse X ( $-90^\circ < \alpha < 90^\circ$ , + se antiorario) =  ( $\alpha=0^\circ \Rightarrow$  analisi nelle direzioni X e Y)

**Criterio di combinazione delle componenti orizzontali** (per le analisi lineari statica, dinamica)

Solo risultati in direzione  $\alpha$   
 (per  $\alpha=0^\circ$  ciò significa considerare gli effetti del solo sisma X)

Radice quadrata della somma dei quadrati

Solo risultati in direzione  $\alpha+90^\circ$   
 (per  $\alpha=0^\circ$  ciò significa considerare gli effetti del solo sisma Y)

► Sommare ai massimi ottenuti per l'azione applicata in una direzione il 30% dei massimi ottenuti per l'azione applicata nell'altra direzione [§7.3.5]

Ignorare gli effetti dei momenti torcenti dovuti all'eccentricità accidentale [§7.2.6]

**Opzioni di analisi**

Progettazione semplificata per zone a bassa sismicità [§7]:  $S_d(T_1) =$   0.07 g

**Per analisi sismiche lineari:**

Altezza H della costruzione (7.2.2) (m) misurata a partire dal piano di fondazione =  43.050 Quota di inizio degli effetti sismici (m) =  0.000

Amplificazione spostamenti con fattore  $\mu$  [§7.3.3.3 per SLV, §7.3.7 per SLO e SLD]:  
ignorare ai fini del calcolo delle tensioni sul terreno

SLE analizzati:  SLO  SLD

**Per Analisi Sismica Statica Lineare**

Periodo principale  $T_1$  (sec): - in dir.  $\alpha$ :  $T_{1X} =$   0.889 - in dir.  $\alpha+90^\circ$ :  $T_{1Y} =$   0.889

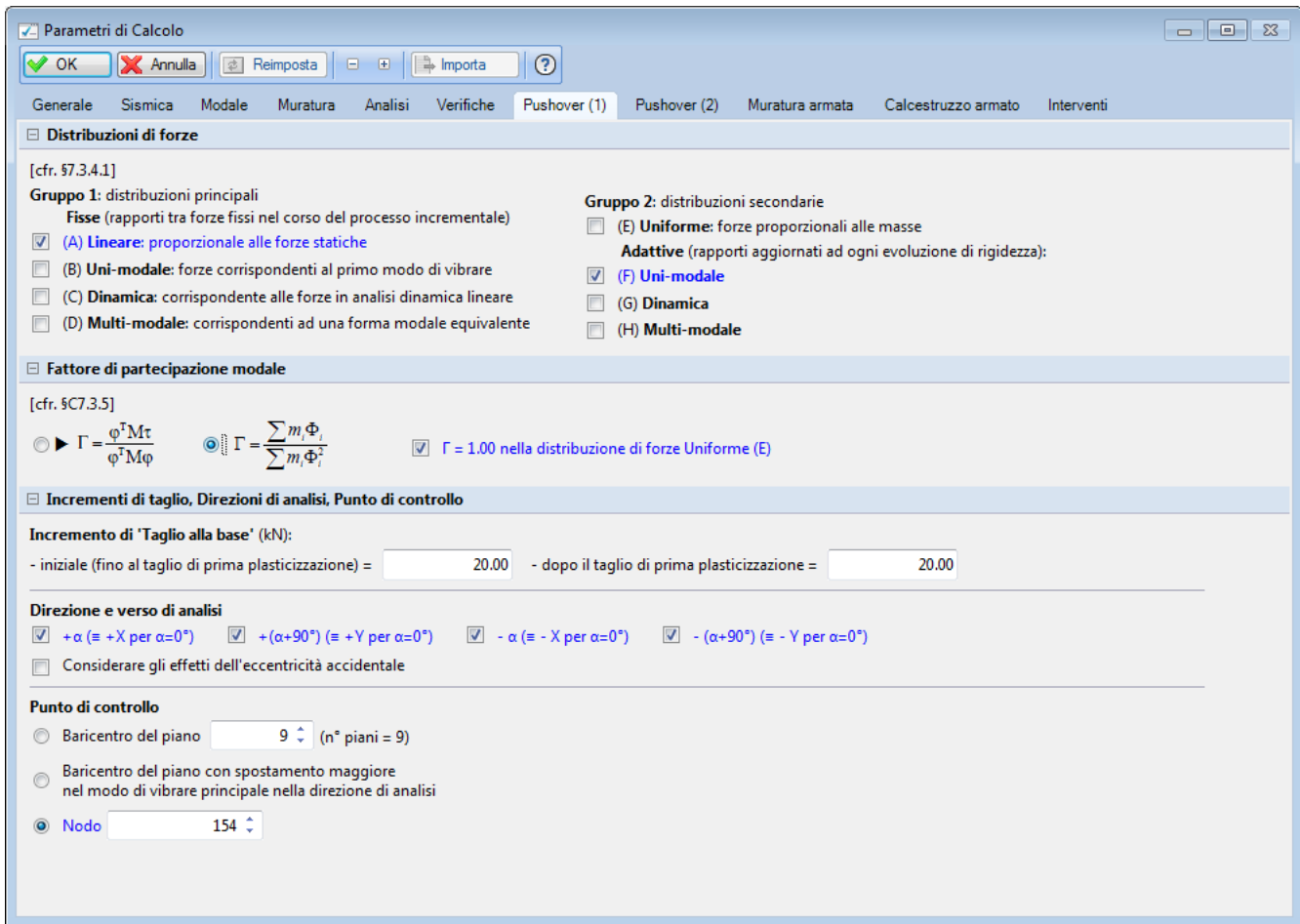
$T_1$  approssimato (7.3.5):  $T_1 = C_1 * H^{3/4}$ , dove:  $C_1 =$   0.050 ( $\Rightarrow T_1$  (sec) = 0.840)

$\lambda = 1.00$  nella definizione delle forze sismiche [§7.3.3.2]

Per confrontare i risultati con l'analisi pushover di PCM, si fa riferimento a due tipi di distribuzione di forze: la distribuzione (A) proporzionale alle forze statiche, direttamente comparabile con il metodo semplificato proposto dalla Normativa e quindi anche con l'analisi sismica statica lineare di PCM, e la distribuzione (F) modale adattiva, che costituisce il punto di sviluppo più avanzato proposto dalle funzionalità di PCM.

Le due distribuzioni vengono applicate nelle due direzioni (X e Y) e nei due versi (+ e -), pertanto i risultati pushover possono essere comparati con quelli del testo normativo anche distinguendo il verso dell'azione sismica.

Nella figura seguente, che riporta i parametri di calcolo usati in pushover, si osservi la definizione del punto di controllo (nodo 154), cui in precedenza è stato accennato.



Si esaminano ora i risultati dell'analisi sismica statica lineare. La verifica risulta soddisfatta, come mostrato dalle immagini seguenti.

I diagrammi appaiono con alcuni disassamenti nella rappresentazione grafica a causa del diverso orientamento degli assi principali delle sezioni trasversali della torre

**Analisi Sismica Statica Lineare: Sintesi risultati**

**Verifiche di sicurezza per Edifici in Muratura**

SLU di salvaguardia della Vita (SLV)  
 Verifiche di Resistenza  
 Costruzione esistente, solo SLU [88.3]: obbligatoria [57.3.6.1, 57.8.2.2]  
 PressoFlessione Complessiva [57.8.2.2.1] **>>> 1** 100%  
 Taglio per Scombero [57.8.2.2.2] **>>> 1**  
 Taglio per Fessuraz. Diagonale [57.8.2.2.3] **>>> 1**  
 PressoFlessione Ortogonale (da modello 3D) [57.2.3] **>>> 1**  
 SL di tipo geotecnico (SEI): Capacità portante del terreno e Scombero sul piano di posa [56.4.2.1, 57.2.5]

**Confronto fra Capacità e Domanda - Indicatori di rischio**

VN = 50 anni, PGA,DLV = 0.070 g - TR,DLV = 475 anni - P,VR,DLV = 10 %  
 Indicatori di rischio (alfa)V

| PGA,CLV (g) | TR,CLV (anni) | P,VR,CLV (%) | PGA,DLV (g) | TR,DLV (anni) | VN,CLV (anni) |
|-------------|---------------|--------------|-------------|---------------|---------------|
| 0.072       | 527           | 9.040        | 1.029       | 1.111         | 56            |

Resistenza e Deformazione nel piano:  
 Resistenza fuori piano:  
 Capacità limite del terreno:  
 Valori minimi degli indicatori di rischio (alfa)V = 1.029 1.111 56

SLU di Danni (SD)  
 Verifica degli Spostamenti  
 Costruzione esistente, solo SLU [88.3]: non obbligatoria [57.3.7.2, 57.3.7]  
 (d<sub>1</sub> / h<sub>1</sub>)<sub>max</sub> [per mille], dove essere < 3] = n.d.  
 Coefficiente di sicurezza ( = 3 / (d<sub>1</sub> / h<sub>1</sub>)<sub>max</sub>) =

**Indicatori di rischio (alfa)D**

| PGA,CLD (g) | TR,CLD (anni) | P,VR,CLD (%) | PGA,DLV (g) | TR,DLV (anni) | VN,CLD (anni) |
|-------------|---------------|--------------|-------------|---------------|---------------|
|             |               |              |             |               |               |

Deformazione di danno:  
 Definita da: [ ]

**Proprietà meccaniche: Domini di resistenza**

**Deformazioni**

|    | 0.000 | -0.221 |
|----|-------|--------|
| dy | 0.000 | -0.013 |
| dx | 0.000 | 0.022  |
| dy | 0.000 | 0.344  |

**Sollecitazioni**

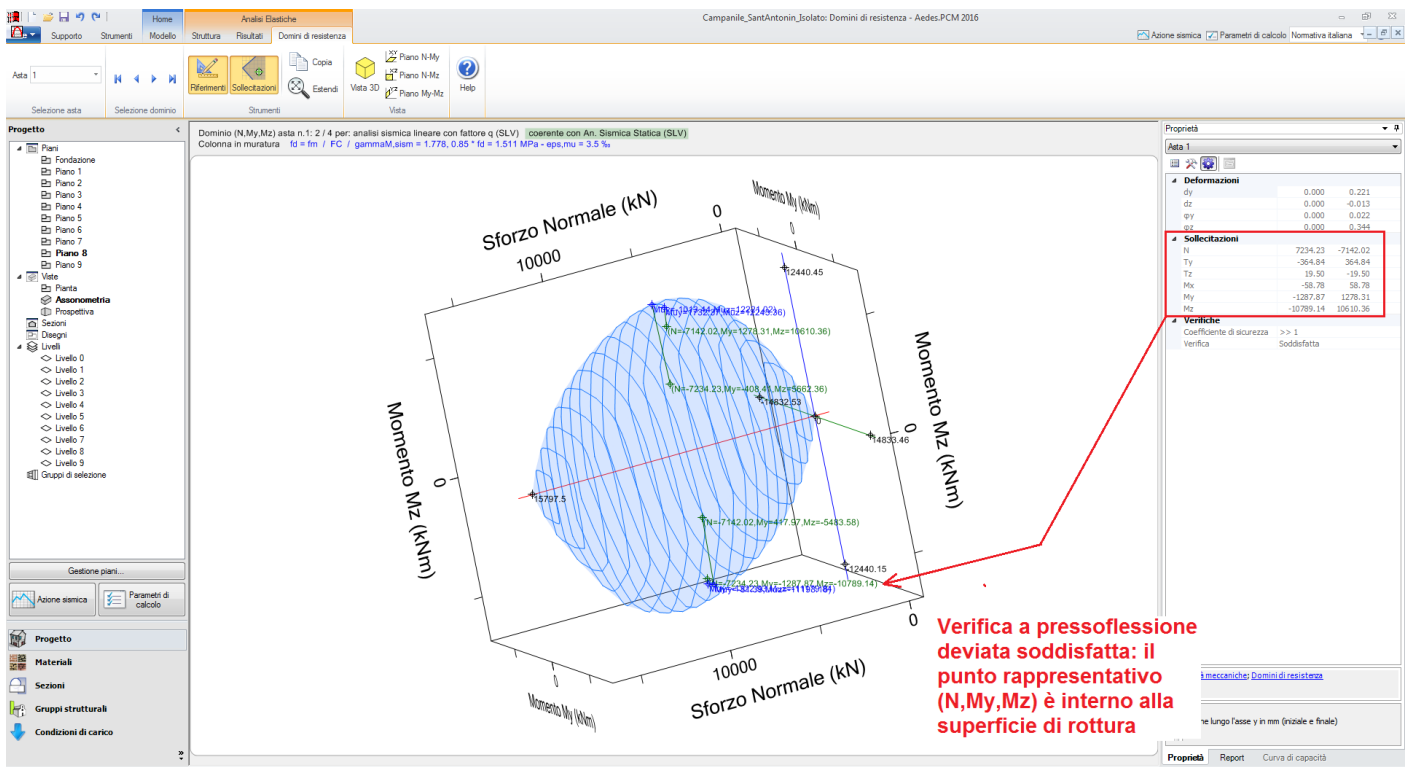
|    | 7234.23   | -7142.02 |
|----|-----------|----------|
| N  | -364.84   | 364.84   |
| Tz | 19.50     | -19.50   |
| Mx | -51.76    | 51.76    |
| My | -1287.87  | 1278.31  |
| Mz | -10789.14 | 10610.36 |

**Verifiche**

Coefficiente di sicurezza >> 1  
 Verifica Soddisfatta

**Effetti statici + sismici: le sollecitazioni alla base (asta 1) sono:**  
 N=7234 kN, My= -1287.87 kNm, Mz=-10789.14 kNm  
 Sotto questa sollecitazione, la verifica a pressoflessione deviata è soddisfatta, come mostra il dominio di resistenza





**Verifica a pressoflessione deviate soddisfatta: il punto rappresentativo (N,My,Mz) è interno alla superficie di rottura**

I minimi indicatori di rischio sismico per analisi sismica statica lineare secondo X risultano i seguenti:

$\alpha_V$ , PGA = 1.029,  $\alpha_V$ ,  $T_R$  = 1.111, Capacità in termini di vita nominale:  $V_{N,C}$  = 56 anni.

Elaborando il file di questa stessa struttura predisposto per l'analisi sismica statica lineare secondo Y, si ottengono i seguenti valori:

$\alpha_V$ , PGA = 1.343,  $\alpha_V$ ,  $T_R$  = 2.488, Capacità in termini di vita nominale:  $V_{N,C}$  = 125 anni.

Il testo di riferimento propone valori minori:

X:  $\alpha_V$ , PGA = 0.910,  $\alpha_V$ ,  $T_R$  = 0.746, Capacità in termini di vita nominale:  $V_{N,C}$  = 37 anni.

Y:  $\alpha_V$ , PGA = 1.074,  $\alpha_V$ ,  $T_R$  = 1.236, Capacità in termini di vita nominale:  $V_{N,C}$  = 62 anni.

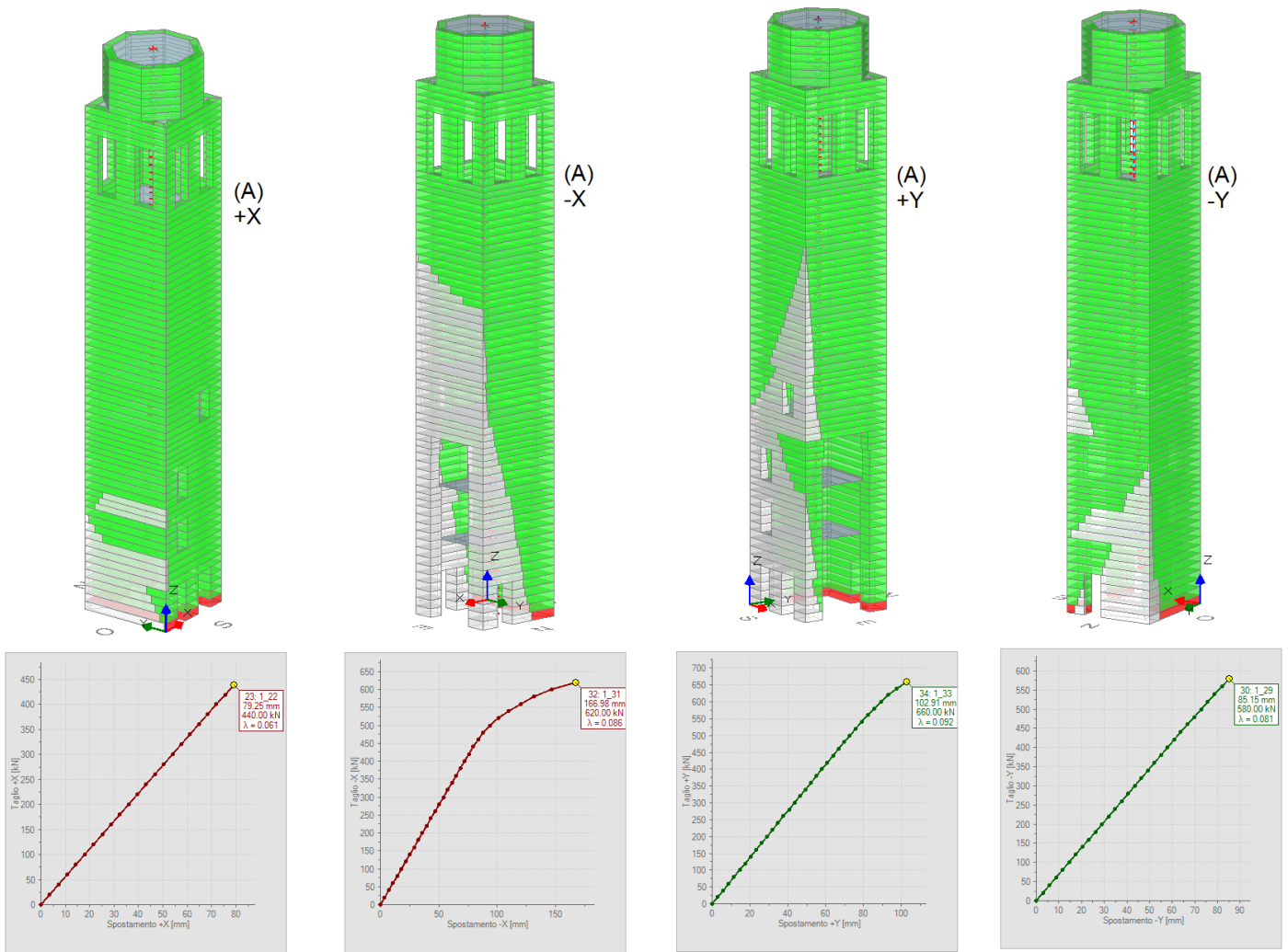
ma conferma il miglior comportamento in direzione Y rispetto a X, e di fatto confrontando i valori minimi, assunti come rappresentativi della verifica di sicurezza, PCM fornisce 1.029 contro 0.910, con una differenza del 13% circa.

Considerando le incertezze sui dati in input dovuti ai carichi relativi alla guglia e ai solai, e ad alcuni aspetti complementari (ad es., le grandi aperture ai piani più bassi sul lato Est), la corrispondenza può considerarsi buona.

Si mostrano ora i risultati ottenuti con analisi pushover, ritenuti molto più attendibili rispetto alla sismica statica lineare, date le considerazioni ampiamente illustrate in precedenza.

La figura seguente contiene lo stato di fessurazione relativo alle 4 curve prodotte secondo la distribuzione di forze (A), proporzionale alle forze statiche, in corrispondenza dello stato limite ultimo.

In grigio sono rappresentate le zone non reagenti (fessurazione); in rosso i conci con verifica non soddisfatta a pressoflessione deviate in corrispondenza dello stato limite ultimo.



Il comportamento è quasi lineare nelle analisi +X e -Y, dove infatti la torre mostra un grado di fessurazione contenuto; la curva mostra invece un degrado di rigidità maggiore per le analisi -X e +Y. Il quadro dei coefficienti di sicurezza, che include anche i risultati della distribuzione (F) adattiva modale, è il seguente:

| N° curva | Corrente | Vista | Distr. | Direz. | Mt | aV,PGA | aV,TR | VN,CLV |
|----------|----------|-------|--------|--------|----|--------|-------|--------|
| 1        | ○        | ☑     | A      | +X     |    | 0.971  | 0.894 | 45     |
| 2        | ○        | ☑     | A      | -X     |    | 1.700  | 5.211 | 261    |
| 3        | ○        | ☑     | A      | +Y     |    | 1.314  | 2.243 | 112    |
| 4        | ●        | ☑     | A      | -Y     |    | 1.114  | 1.386 | 69     |
| 5        | ○        | ☑     | F      | +X     |    | 0.929  | 0.814 | 41     |
| 6        | ○        | ☐     | F      | -X     |    | 1.700  | 5.211 | 261    |
| 7        | ○        | ☑     | F      | +Y     |    | 1.314  | 2.323 | 116    |
| 8        | ○        | ☐     | F      | -Y     |    | 1.086  | 1.305 | 65     |

Il confronto in termini di  $\alpha_V$ , PGA ( $\equiv f_{a,SLV}$ ) con l'esempio di riferimento del testo normativo (tra parentesi) è il seguente:



+X: 0.971 (0.91: +7%), -X: 1.700 (1.006: +69%), +Y: 1.314 (1.112: +18%), -Y: 1.114 (1.074: +4%)

Anche in questo caso, considerando la diversità delle analisi, la comparazione è buona (con una differenza però più marcata per l'analisi -X), e considerando il valore minimo: 0.971, questo si avvicina molto al valore minimo 0.91 calcolato nel testo di riferimento.

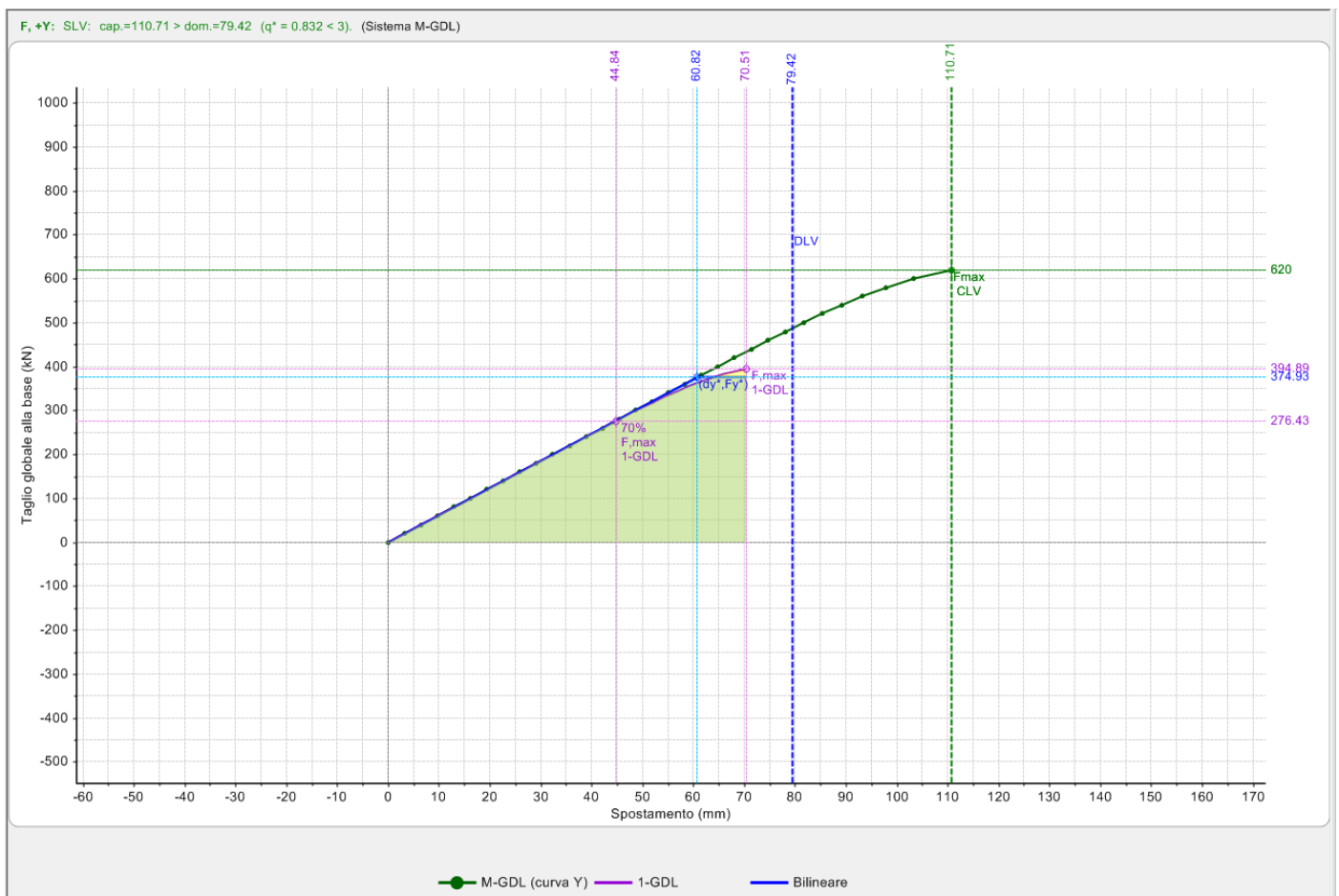
La validazione è quindi soddisfatta a livello di ordini di grandezza, date le differenze fra le due elaborazioni.

Si faccia ora riferimento alla distribuzione modale adattiva (F). Le variazioni rispetto alla (A) non sono elevate, ma il coefficiente di sicurezza minimo scende un po' (0.929). Questa è l'analisi che dal punto di vista operativo può ritenersi più attendibile.

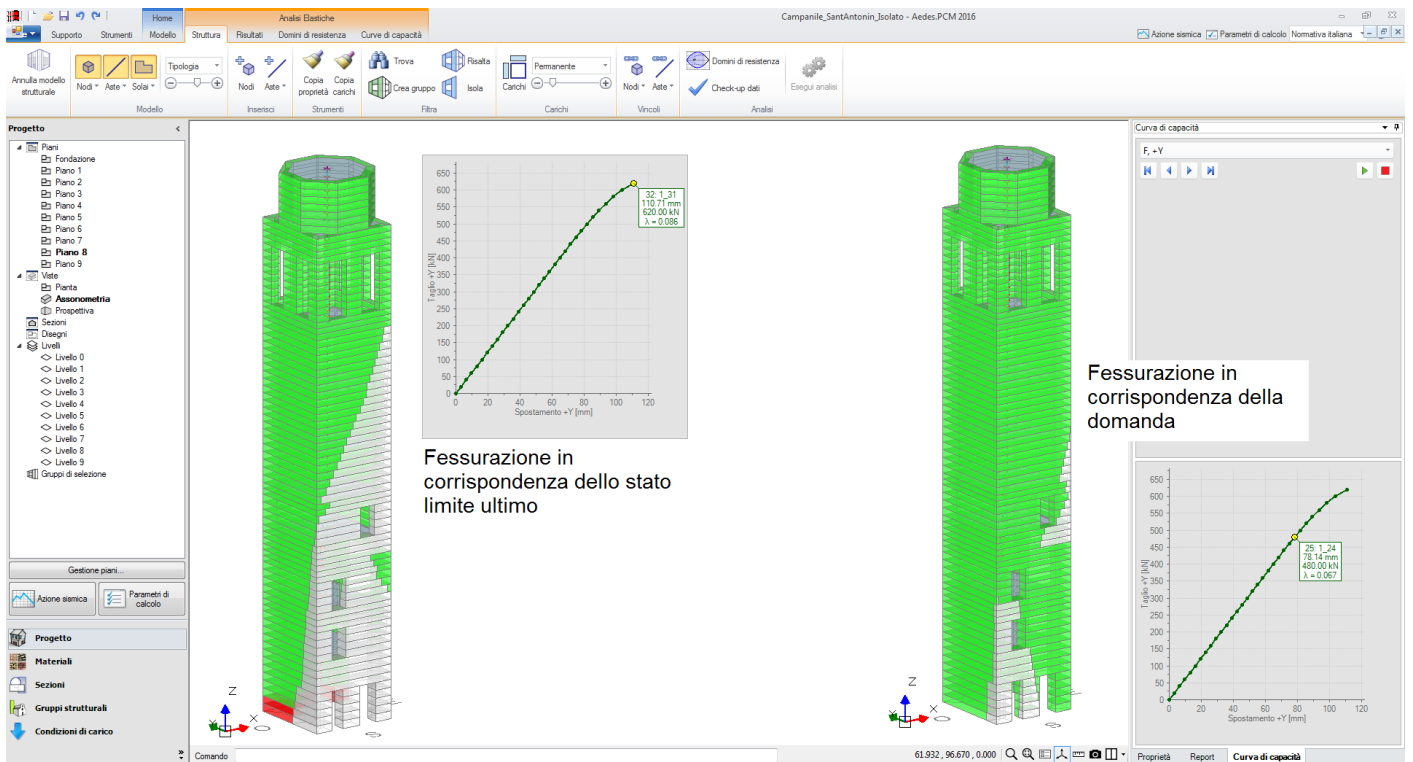
E' interessante osservare che l'analisi non lineare fornisce altre informazioni.

Dove il coefficiente di sicurezza è inferiore all'unità, significa che la domanda di spostamento è maggiore della capacità: allo stato limite ultimo il quadro fessurativo è dunque quello corrispondente all'ultimo punto della curva, ed è già stato illustrato in un'immagine precedente; ad esso corrisponde la crisi per compressione del giunto di base.

Se tuttavia la verifica fosse soddisfatta, è possibile intercettare la domanda nella curva di capacità, per ottenere il quadro fessurativo atteso dietro l'evento sismico caratteristico del sito e della struttura esaminata. Ad esempio, facendo riferimento alla distribuzione (F)+Y, si rappresenta il grafico esteso della curva:

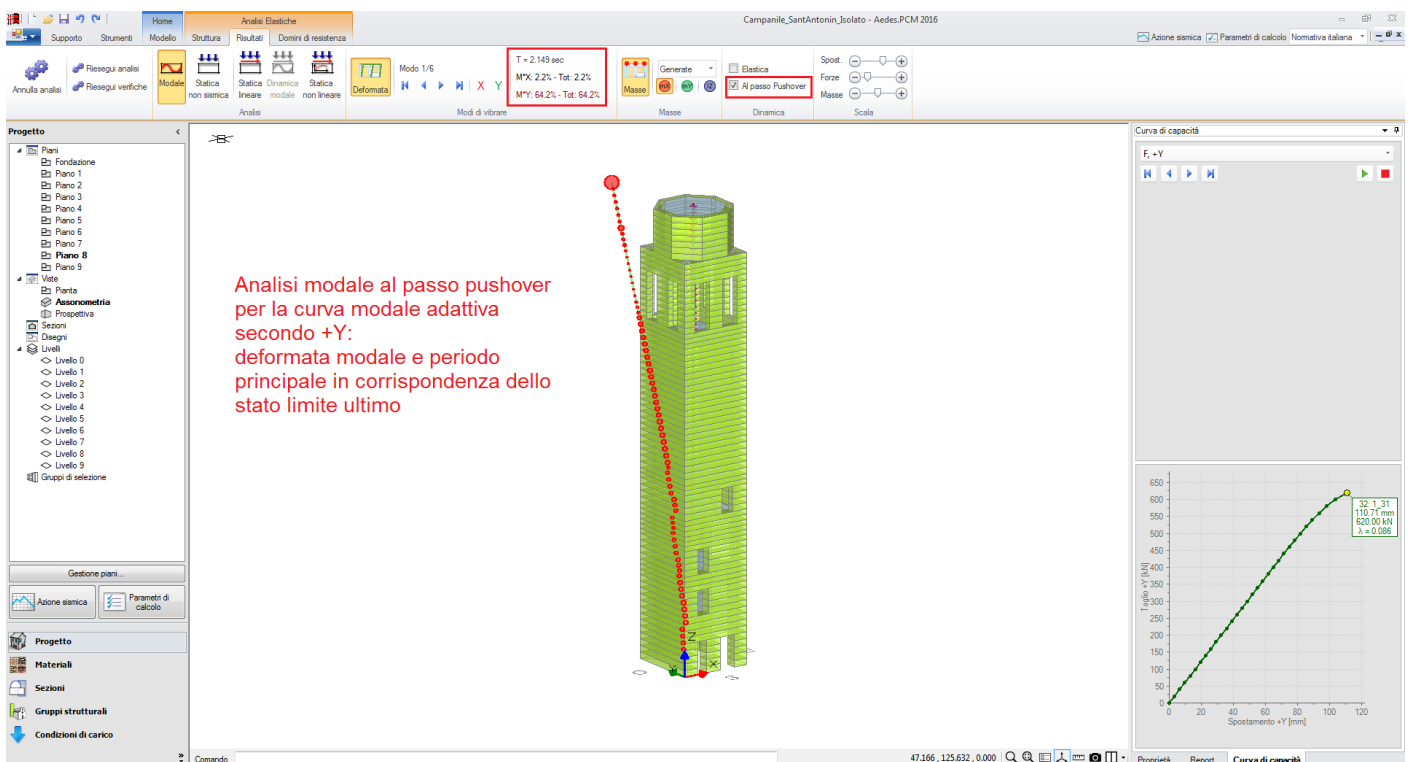


La domanda di spostamento è 79.42 mm a fronte di una capacità di 110.71 mm. Per descrivere lo stato di fessurazione previsto in corrispondenza della domanda, è sufficiente identificare sulla curva il punto rappresentativo:



Come è evidente, la fessurazione attesa in corrispondenza dell'evento sismico previsto è molto minore rispetto al quadro ultimo, ed eventuali interventi possono essere calibrati in modo efficace.

Un'ultima considerazione riguarda il periodo di vibrazione. Con riferimento alla distribuzione modale adattiva (F) +X, il periodo passa dal valore elastico iniziale di 1.367 sec (periodo principale in direzione Y), a 1.401 sec. in corrispondenza della domanda, e cresce poi rapidamente fino al valore ultimo di 2.149 sec. Il rapporto tra il valore ultimo e quello elastico iniziale è pari a 1.57, valore che conferma quanto indicato dal testo normativo, secondo cui l'amplificazione del periodo in fase fessurata è compresa fra 1.4 e 1.75.



### 6.2.2.2. CAMPANILE VINCOLATO

Come nel testo di riferimento, l'effetto degli edifici adiacenti alla torre viene schematizzato inserendo opportuni vincoli. Le quote di stacco degli edifici sono variabili sui quattro lati della torre; in particolare, nel modello proposto con PCM si fa riferimento alla quota più bassa (10.83 m.) con primo concio 'libero' corrispondente all'asta 25. La corrispondente analisi da considerare è la +Y, la direzione ed il verso che trovano contrasto fino a questa quota.

Il file del campanile vincolato è fornito a corredo del software:

*Esempi\_ECS\Campanile\_SantAntonin\_Vincolato.vdml*: analisi pushover +Y.

Vista solida delle aste

Fino al nodo 50 la traslazione Y è bloccata

50 Nodo Items

| Generale      |  |
|---------------|--|
| Livello       |  |
| Aste connesse |  |
| Carichi       |  |

| Posizione |  |
|-----------|--|
| X         |  |
| Y         |  |
| Z         |  |

| Vincoli             |    |
|---------------------|----|
| Sempre massa locale | Si |

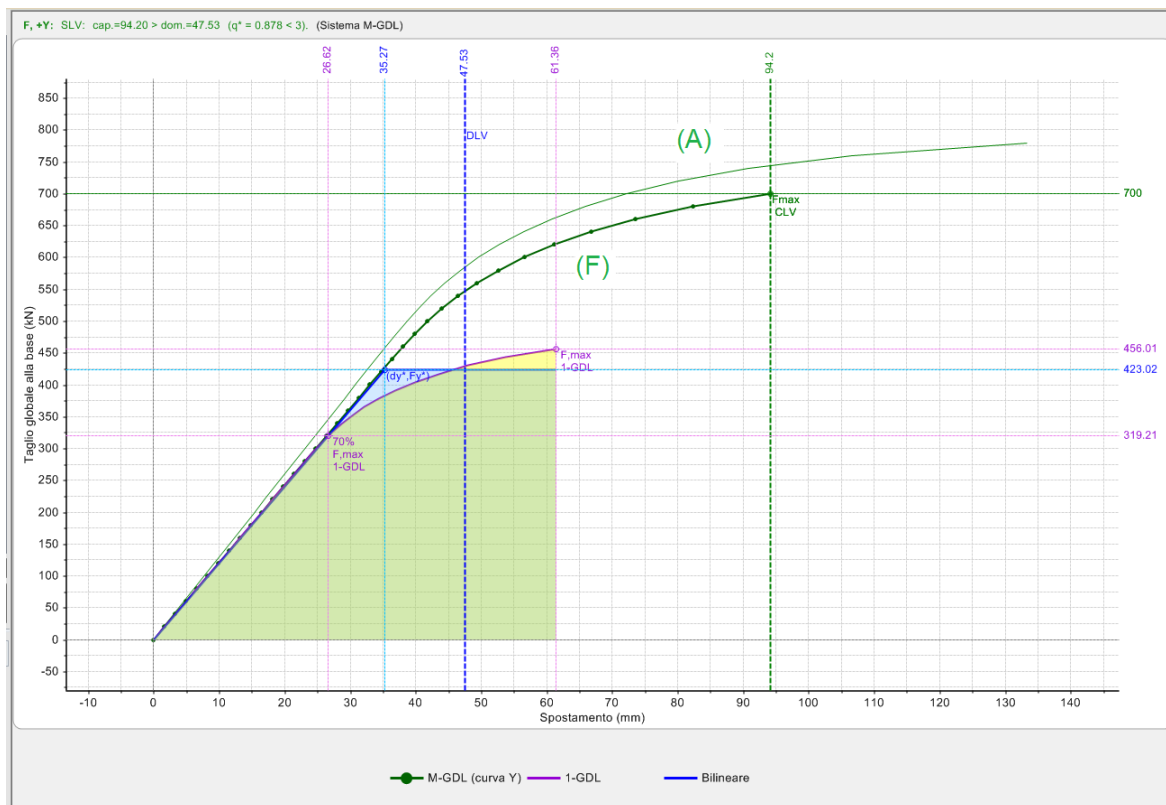
| Vincoli esterni    |          |
|--------------------|----------|
| Tipo               |          |
| Traslazione X      |          |
| Traslazione Y      | Bloccata |
| Traslazione Z      |          |
| Rotazione X        |          |
| Rotazione Y        |          |
| Rotazione Z        |          |
| Vincoli di calcolo |          |

Vincoli elastici

Secondo +Y, la torre trova contrasto fino alla quota di 10.83 m., cioè fino alla quota del nodo 50

Vincoli esterni

I risultati dell'analisi pushover, condotta secondo le due distribuzioni (A) proporzionale alle forze statiche e (F) modale adattiva, consistono nelle curve riportate in figura seguente:



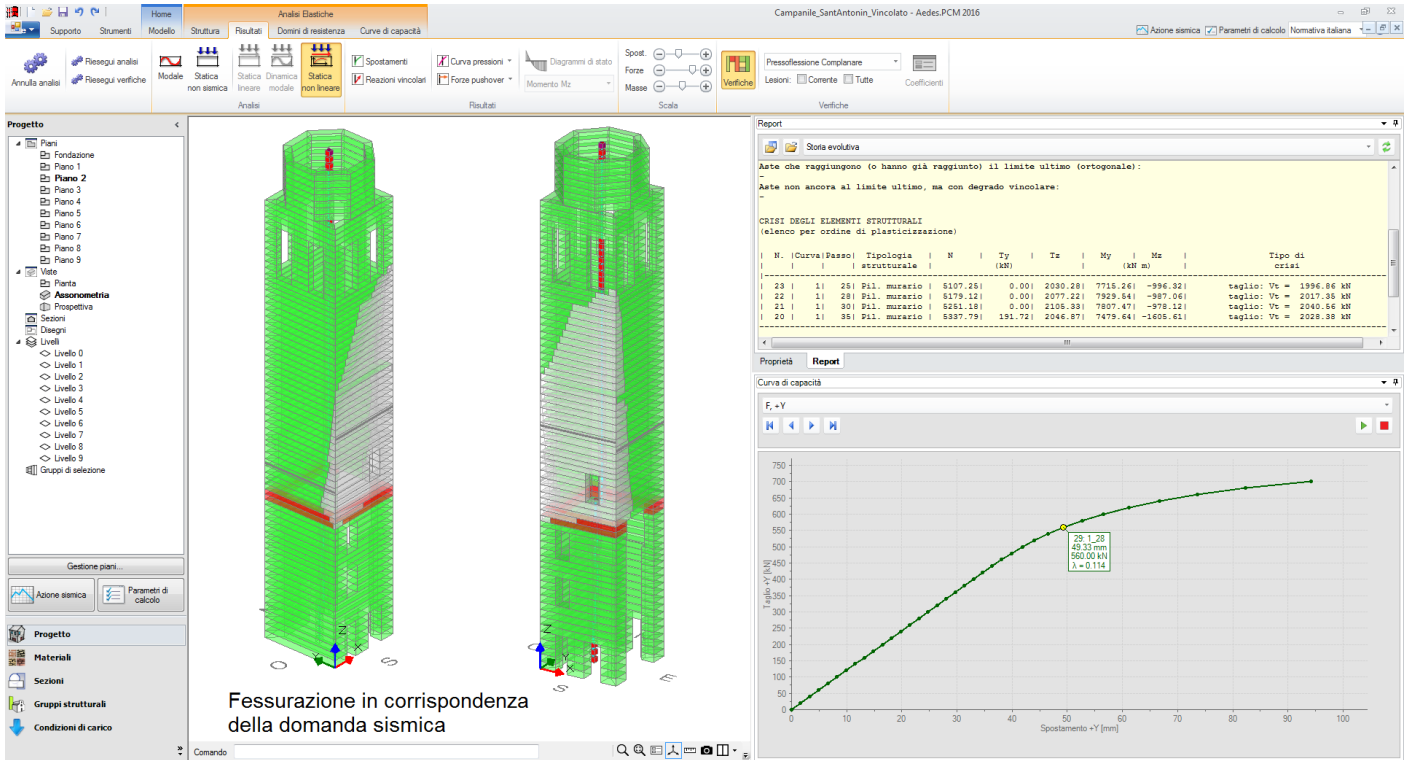
La curva (F) ha minore sviluppo della (A) sia per forza che per spostamento. I risultati sono mostrati nell'immagine seguente:

| N° curva | Corrente                         | Vista                               | Distr. | Direz. | Mt | F/W   | q*    | q     | PGA,CLV | TR,CLV | PVR,CLV | aV,PGA | aV,TR | VN,CLV |
|----------|----------------------------------|-------------------------------------|--------|--------|----|-------|-------|-------|---------|--------|---------|--------|-------|--------|
| 1        | <input type="radio"/>            | <input checked="" type="checkbox"/> | A      | +Y     |    | 0.159 | 0.803 | 2.600 | 0.119   | >=2475 | 2.000   | 1.700  | 5.211 | 261    |
| 2        | <input checked="" type="radio"/> | <input checked="" type="checkbox"/> | F      | +Y     |    | 0.143 | 0.878 | 2.520 | 0.119   | >=2475 | 2.000   | 1.700  | 5.211 | 261    |

Entrambe le curve conducono ai massimi valori possibili per gli indicatori di rischio sismico, in accordo con quanto riportato nel testo di riferimento. Data la verifica di sicurezza ampiamente soddisfatta, è interessante studiare il quadro fessurativo previsto da PCM in corrispondenza della domanda sismica.

Secondo la curva (F), la domanda è pari a 47.53 mm.

In corrispondenza della domanda sismica (individuata nel punto del diagramma ad essa più vicino, mostrato in figura seguente) il quadro fessurativo è già comunque abbastanza ampio ed indica alcune crisi per taglio già manifestate in corrispondenza delle aste 22 e 23.



La crisi per taglio è da relazionare con la minore altezza libera della torre, che tende a comportarsi come un solido più tozzo. Ciò è mostrato anche dal periodo proprio, che in fase elastica in direzione Y vale 0.833 sec, a differenza del valore 1.367 sec mostrato dal campanile non vincolato.

Come conferma dell'elaborazione, si rileva la crisi del concio 23 al passo 27 della curva:

| N. | Curva | Passo | Tipologia    | N       | Ty     | Tz      | My      | Mz      | Tipo di crisi           |
|----|-------|-------|--------------|---------|--------|---------|---------|---------|-------------------------|
|    |       |       | strutturale  |         | (kN m) |         |         |         |                         |
| 23 | 1     | 27    | Pil. murario | 5107.25 | 0.00   | 2074.58 | 7873.25 | -996.32 | taglio: Vt = 1995.13 kN |

Allo sforzo normale di 5107.25 kN corrisponde un taglio resistente pari alla somma della resistenza a taglio puro più la resistenza per attrito (l'asta 23 ha la sezione denominata Torre 6, di area 109088.27 cm<sup>2</sup>):

$$V_t = (\tau_0 * A + f * N) / F_c = (0.060 * 10908827 + 0.40 * 5107.25 * 10^3) / 1.35 = 1998096 \text{ N} = 1998 \text{ kN}$$

(coincidente col valore mostrato nel Report di PCM, a meno di errori di arrotondamento).

### 6.2.3. VALIDAZIONE: CONFRONTO PCM - ANSYS

Il presente esempio ha come scopo quello di validare i risultati ottenuti con il modulo di ECS Torri e Campanili con quelli derivanti da un programma FE generico come Ansys © (www.ansys.com).

Il modello semplificato proposto da Aedes schematizza la struttura come una mensola suddivisa in conci; il collegamento con la struttura adiacente viene effettuato attraverso una serie di link rigidi, e questo consente peraltro di poter schematizzare l'ammorsamento in differenti modi.

Il modello FE è costituito da 9808 elementi di tipo brick con dimensione variabile ma indicativamente di 50 cm. È stato scelto un legame costitutivo elastico lineare per quanto riguarda l'analisi modale, ed un materiale lineare non resistente a trazione per l'analisi pushover.

La studio ha diversi obiettivi: valutare la bontà della modellazione dal punto di vista dinamico, valutare l'influenza della connessione con il resto della struttura ed infine valutare l'efficacia dell'analisi pushover fatta su una mensola i cui conci non resistono a trazione.

Questo studio è stato sviluppato dall'Ing. Giacomo Sevieri, nell'ambito di progetti di Ricerca condotti presso l'Università di Pisa (Scuola di Ingegneria DESTEC); la versione di Ansys utilizzata è la R17.

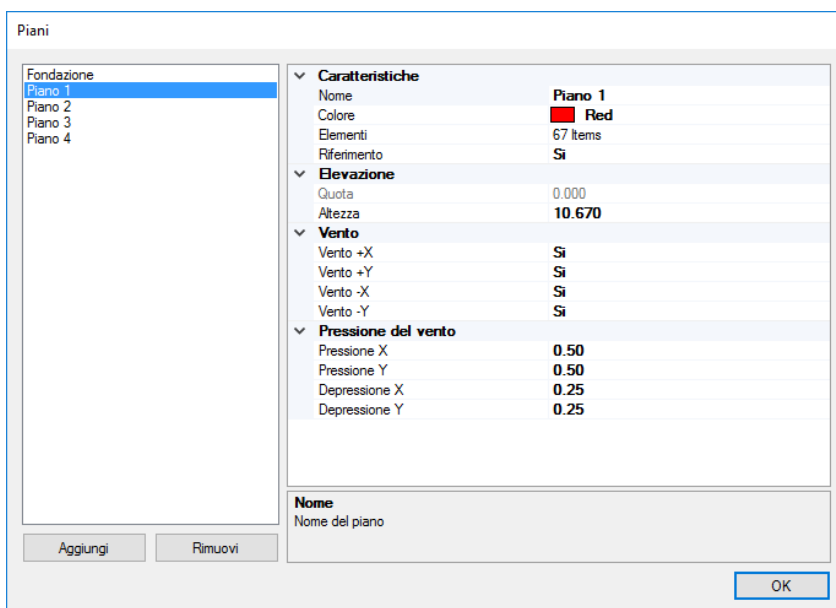
#### 6.2.3.1. MODELLAZIONE

Come già evidenziato nella guida all'utilizzo di ECS, la modellazione della torre in PCM viene svolta come per qualsiasi altro elemento, ad eccezione del fatto che dovrà essere creato un gruppo strutturale "torre", all'interno del quale dovranno essere inseriti gli elementi che costituiscono la struttura campanaria e che vogliamo siano schematizzati come mensola.

Nel caso in esame abbiamo scelto di modellare tutta la torre come una mensola equivalente, eccetto che per la cella campanaria, modellata a telaio. Questa scelta nasce dalla volontà di modellare la struttura nel modo più veritiero possibile in funzione dei meccanismi di collasso che possono scaturire.

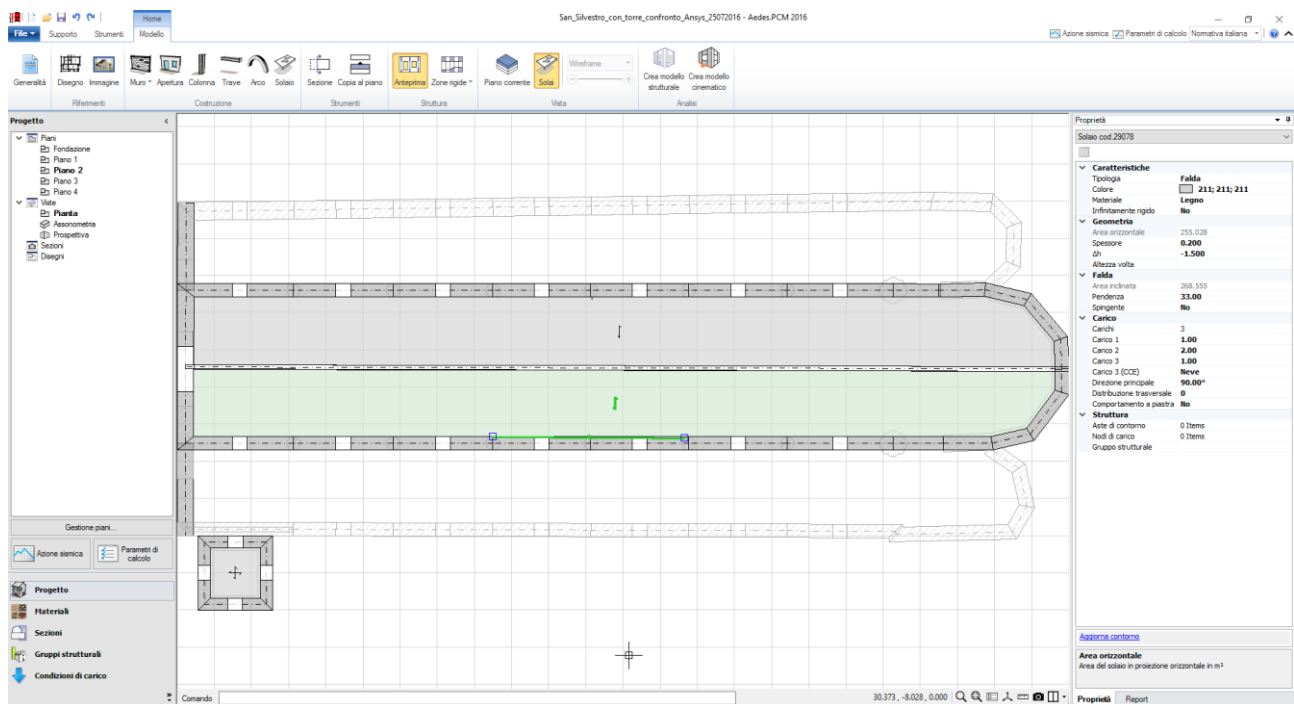
Analizziamo i passi principali necessari per arrivare alla modellazione della struttura.

Inizialmente sono stati definiti i livelli in funzione dell'altezza dei solai della torre e della chiesa,

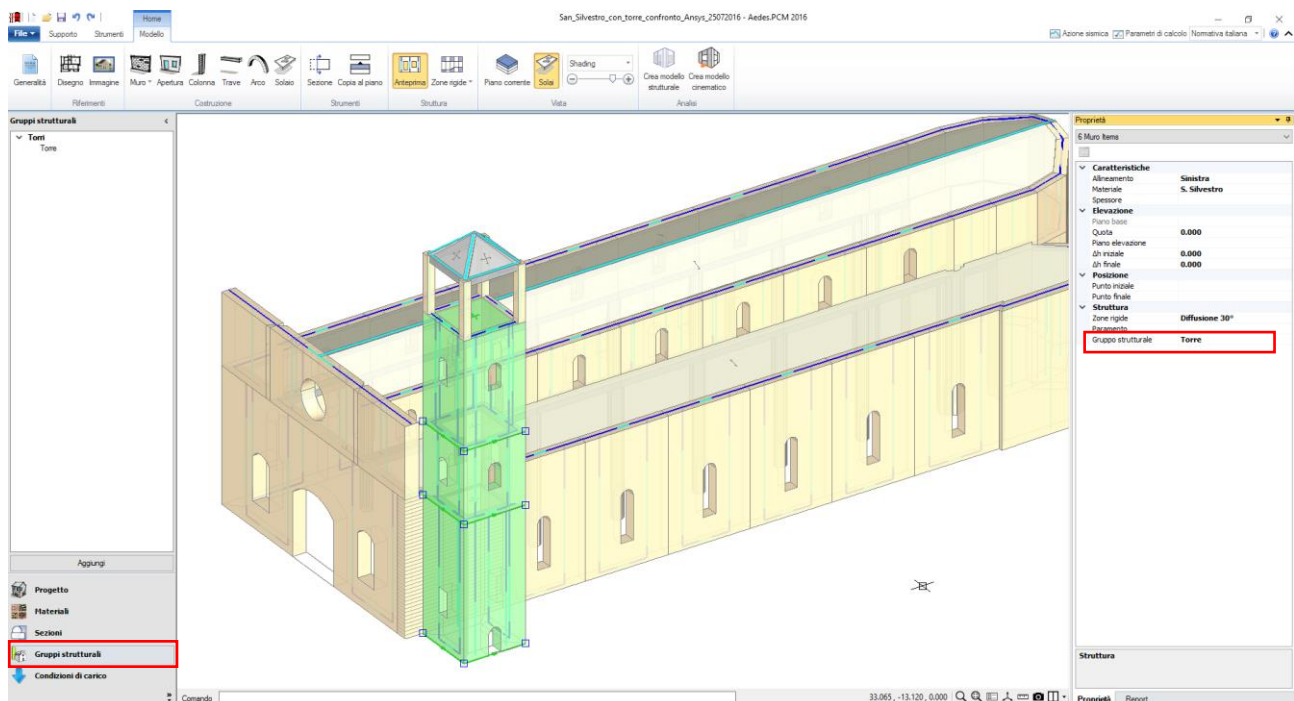




A questo punto inseriamo le aperture ed i solai con i rispettivi carichi.

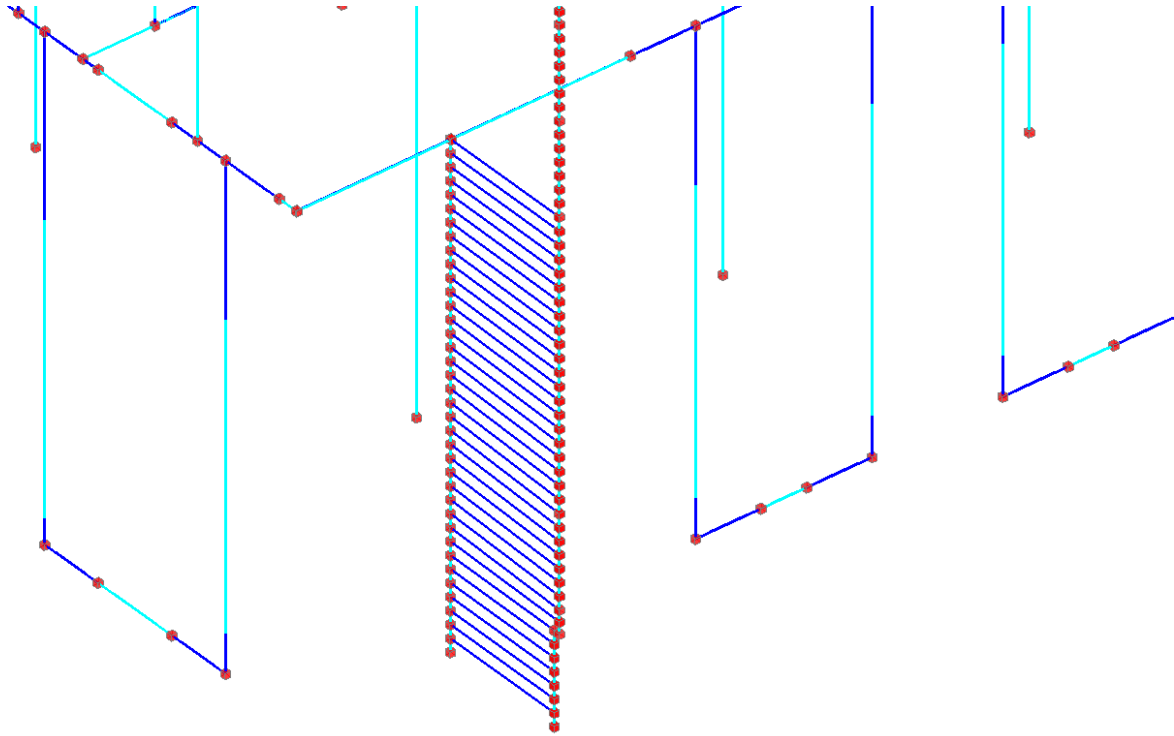


Successivamente è stato creato il gruppo strutturale Torre in modo da inserirvi gli elementi da schematizzare come mensola equivalente. All'interno del gruppo dovranno essere inseriti anche i solai relativi a tali elementi.

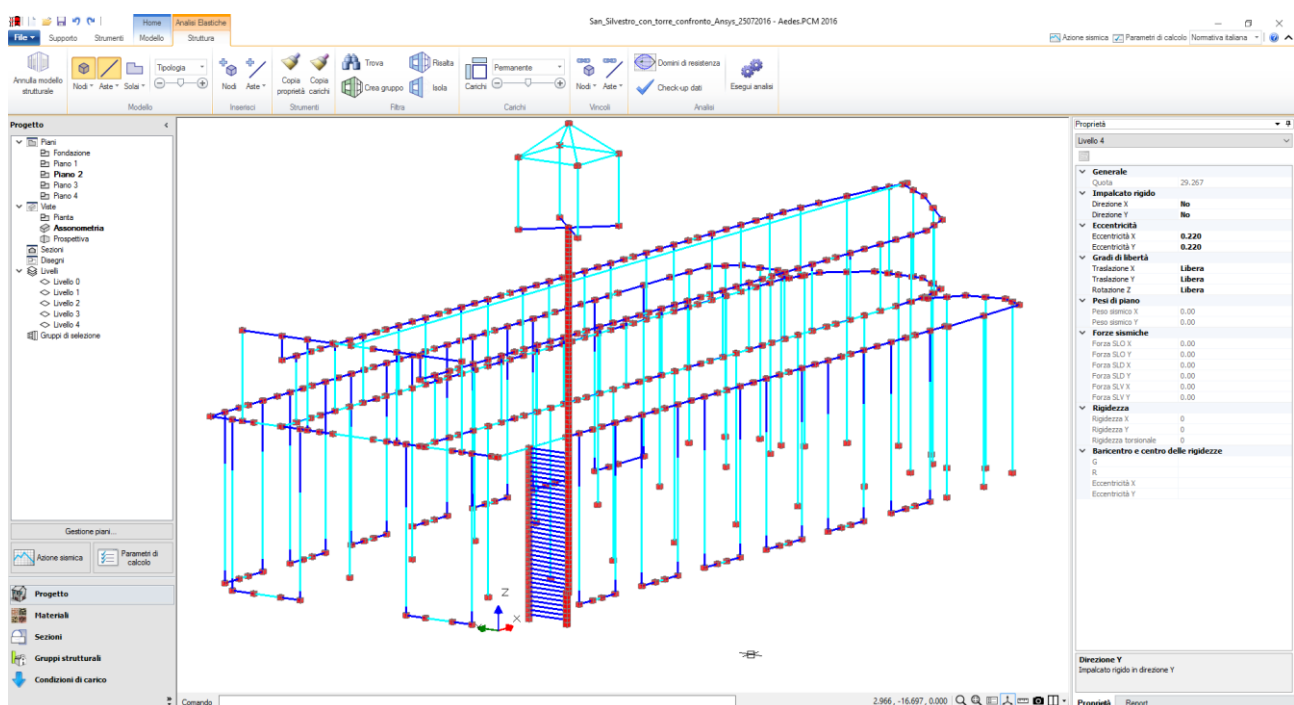


Analizzando la figura precedente possiamo osservare che la cella campanaria non è stata inserita nel gruppo Torre. Questa scelta è giustificata dalla natura della cella campanaria stessa, infatti essa è formata da elementi che necessitano di essere modellati come un telaio. In questo modo automaticamente essi verranno ricollegati alla mensola equivalente sottostante.

Prima di passare alla creazione del modello strutturale è necessario pensare a come verranno collegate le due strutture (la torre e la chiesa). Nel caso specifico abbiamo scelto un passo di discretizzazione della torre e della parete adiacente di 0.5 m. Successivamente i nodi così generati saranno ricollegati tra loro tramite link rigidi. In questo modo descriviamo una completa solidarietà tra i due elementi.



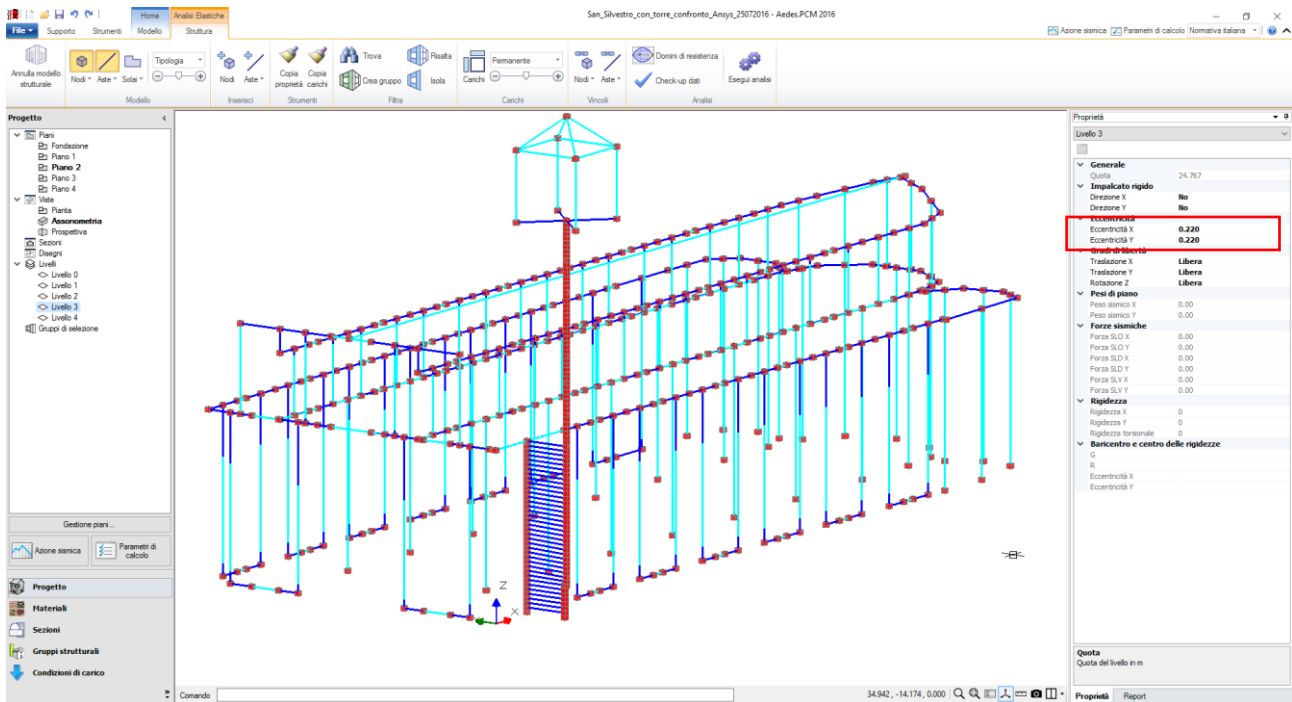
Nell'immagine seguente possiamo osservare il modello strutturale, in particolare come la cella campanaria si raccorda con la mensola equivalente.





Il modello ad elementi finiti è stato sviluppato con ANSYS v.17 utilizzando una mesh costituita da elementi prismatici (bricks) a 40 nodi. È stato inoltre supposto un ammorsamento perfetto tra le pareti della chiesa e quelle del campanile. Non sono stati modellati i solai ma inseriti direttamente i carichi sugli elementi, in quanto il solaio, per come modellato in PCM (condizione di solaio rigido), non apporta contributi di rigidità.

*Nota sul comportamento dei solai:* si tenga ben presente che qualora si affronti il caso della cella campanaria modellata a telaio sarà necessario considerare il livello di raccordo NON rigido.



### 6.2.3.2. ANALISI MODALE

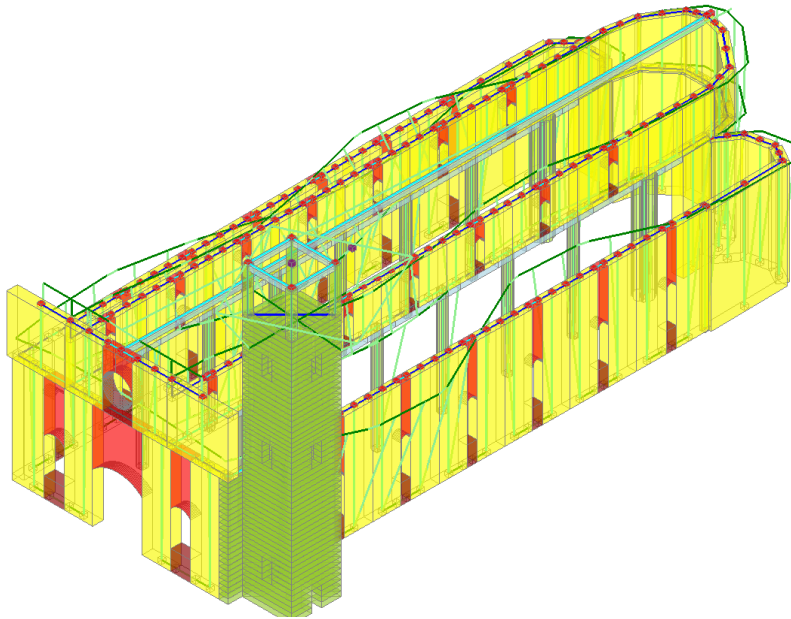
La prima analisi svolta è la modale, la quale ci consente di verificare se il modello approssimato è capace di rappresentare il comportamento dinamico della struttura con un adeguato grado di approssimazione. A tale scopo nelle pagine seguenti verranno mostrati i modi principali calcolati con i due metodi, confrontando masse partecipanti e periodi.

- Modo Principale in direzione X:

PCM:  $T=0.471$  s

$M_x=38.3\%$

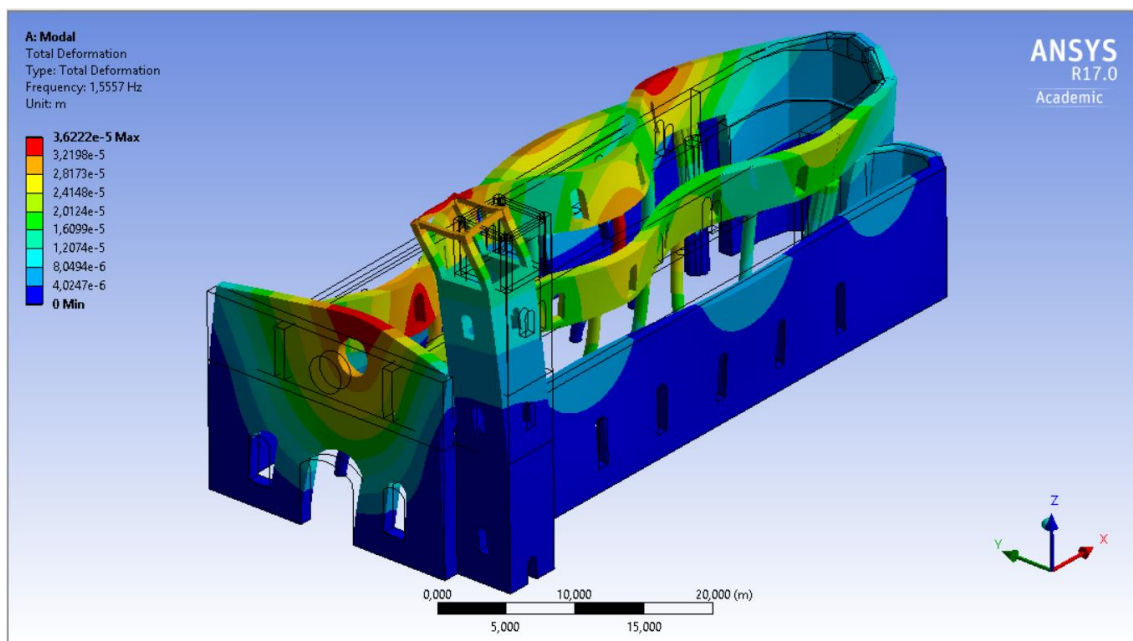
$M_y=0.5\%$



Ansys:  $T=0.6428$  s

$M_x=15.0\%$

$M_y=0.25\%$

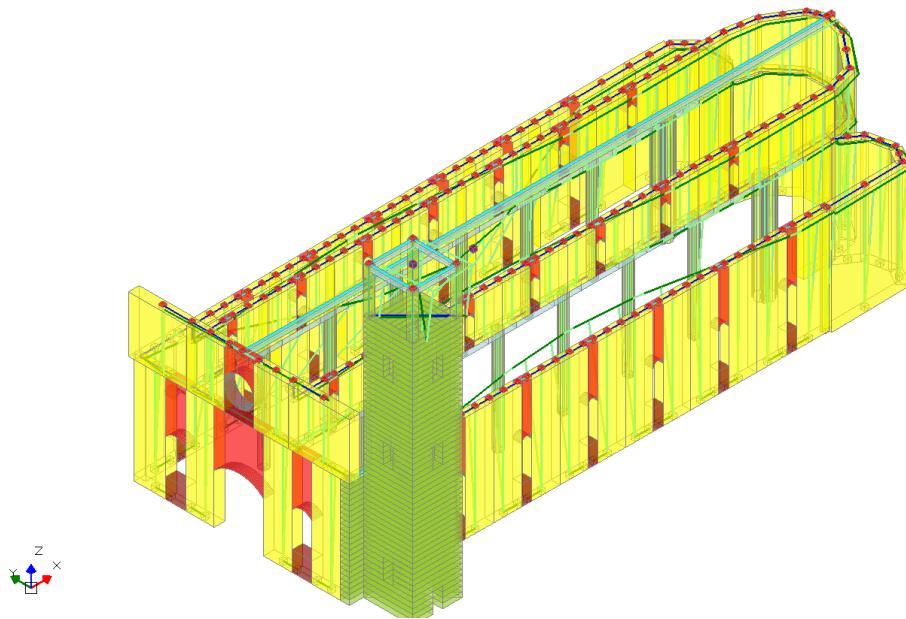


- Modo Principale in direzione Y

PCM:  $T=0.797\text{ s}$

$M_x=0.0\%$

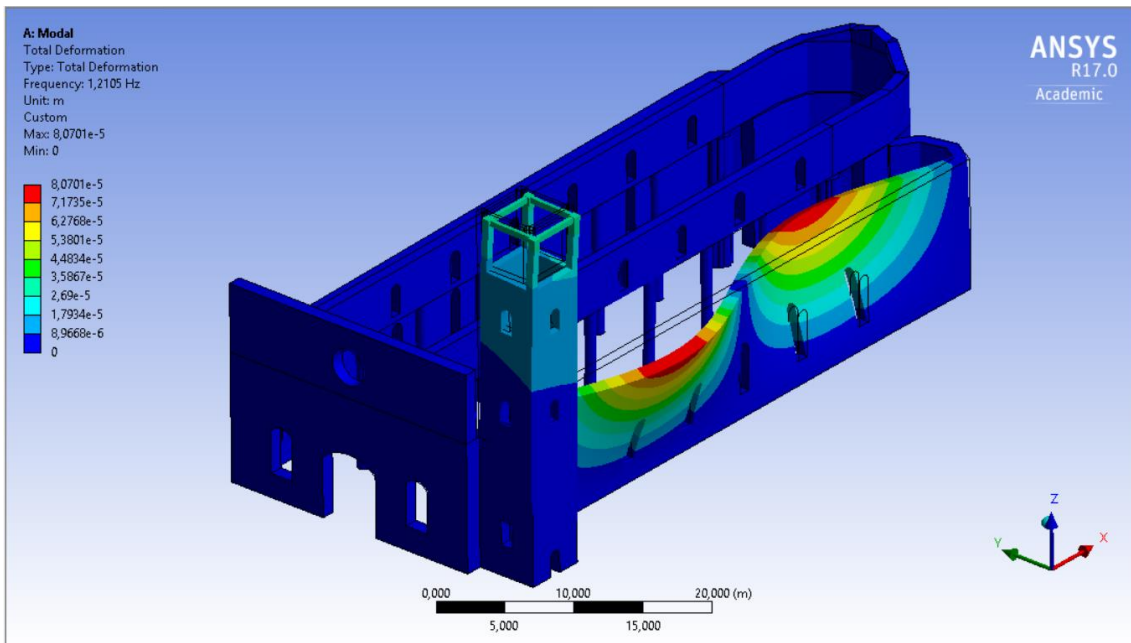
$M_y=18.1\%$



Ansys:  $T=0.893\text{ s}$

$M_x=0.00\%$

$M_y=11.52\%$



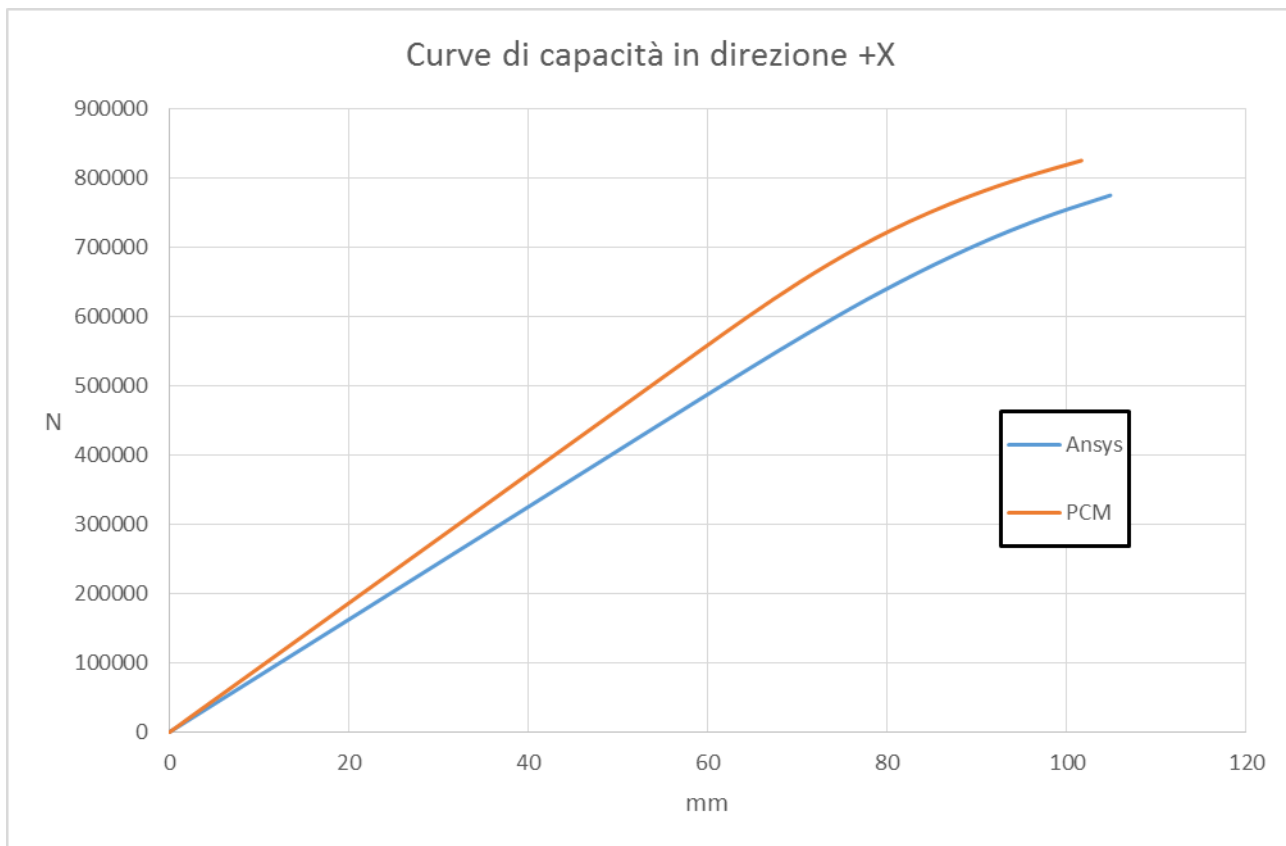
Analizzando i risultati precedenti osserviamo come una buona approssimazione del comportamento modale, adoperando il modello a telaio equivalente; i motivi delle differenze dei valori risiedono principalmente nella differente discretizzazione tra elementi monodimensionali e tridimensionali, portando ad una diversa distribuzione di massa e di rigidità del sistema. Questo fatto viene messo in luce qualora venga fatta variare la lunghezza di discretizzazione del modello a telaio equivalente o di quello FE. Inoltre osserviamo una buona approssimazione delle deformate modali.

### 6.2.3.3. ANALISI STATICA NON LINEARE

Nella presente sezione andremo a valutare la validità dell'analisi Push Over ottenuta con l'algoritmo di ECS, con quella eseguita in Ansys. In particolare l'algoritmo di calcolo di PCM è studiato in modo tale che qualora la sezione si parzializzi la parte in trazione non contribuisca più alla rigidezza e alla resistenza della struttura. Quindi il comportamento del materiale viene schematizzato come elastico lineare con limite a compressione e non resistente a trazione. Per effettuare il confronto con Ansys è stato implementato un legame costitutivo non lineare con limite a compressione e non resistente a trazione.

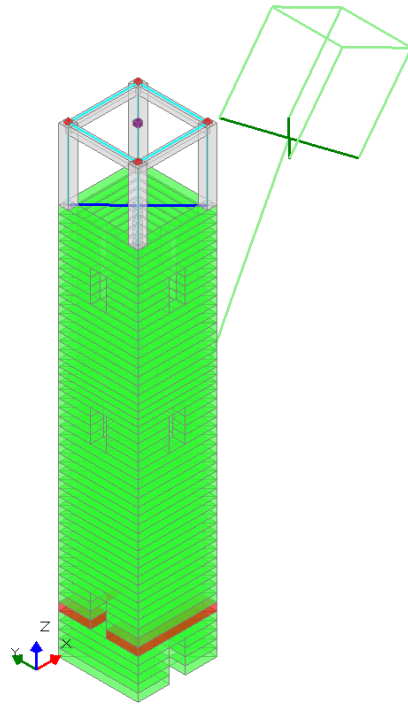
Per rendere i risultati confrontabili è stata scelta la stessa distribuzione di azioni e l'analisi si è concentrata soltanto sulla torre per la distribuzione di carico proporzionale alle forze statiche in direzione +X.

Il punto di controllo coincide con il baricentro dell'ultimo piano; nell'immagine successiva vengono mostrate le curve di capacità ottenute con i due diversi software.

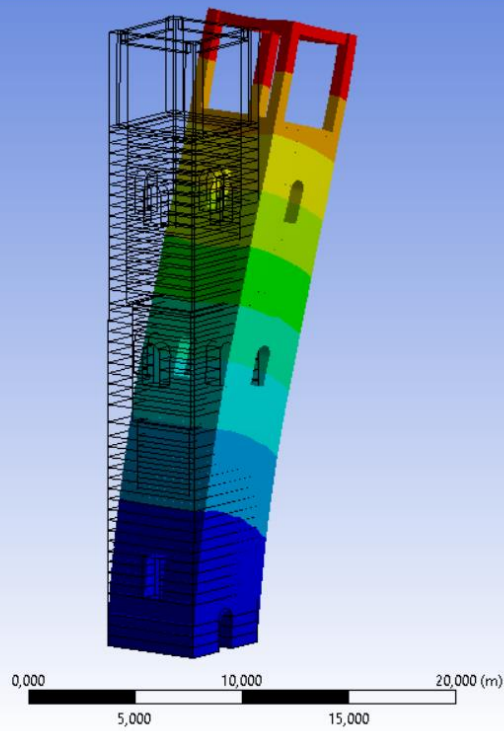
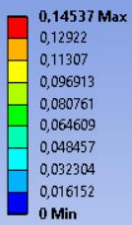


Confrontando le curve di capacità osserviamo che il modello di PCM risulta lievemente più rigido, ma alla luce delle notevoli differenze di modellazione si tratta di una differenza accettabile. I valori di spostamento ultimo sono molto prossimi, nello specifico 104.80 mm con Ansys e 101.65 mm con PCM, così come i valori di taglio massimo, 775 kN per Ansys e 825 kN per PCM.

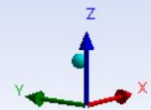
Inoltre analizzando le modalità di collasso osserviamo che sono le stesse, con parzializzazione delle sezioni prossime alla base. Nelle immagini seguenti è possibile osservare quanto appena descritto.

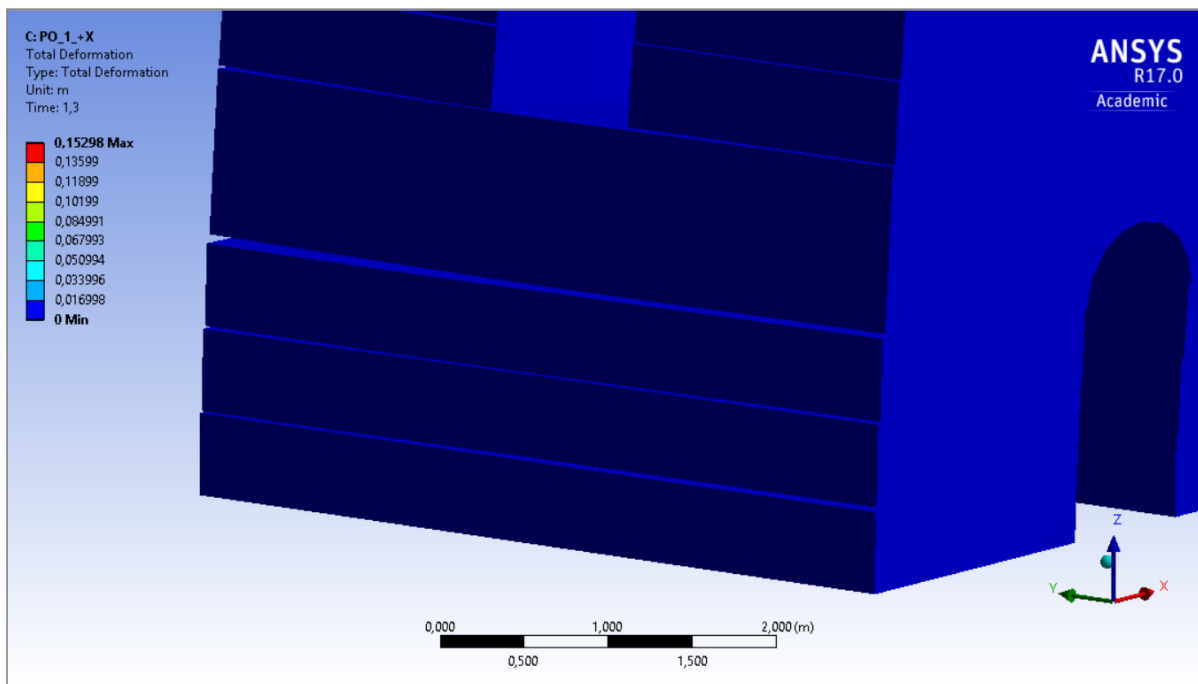


C: PO\_1\_+X  
 Total Deformation  
 Type: Total Deformation  
 Unit: m  
 Time: 1,29



ANSYS  
 R17.0  
 Academic





Alla luce di questi risultati riteniamo che il modello di calcolo proposto in ECS è adeguato nell'ambito di analisi globali semplificate.

## BIBLIOGRAFIA DI RIFERIMENTO

(gli indirizzi Internet possono essere soggetti a variazioni)

[1] F. Pugi: **Seismic Analysis of masonry arch structures through the finite element model "block-joint"**, 4<sup>th</sup> International Conference on Computational Methods in Structural Dynamics and Earthquake Engineering (COMPDYN), Kos Island, Greece, 2013.

Il documento viene fornito in formato pdf in allegato al Manuale d'uso di ECS; il file pdf è un estratto dall'e-book pubblicato sul sito CompDyn 2013: <http://www.compdyn2013.org>

[2] A. Francioso, F. Pugi: **Non-linear analysis and seismic strengthening of masonry arches: the "block-block" and "block-joint" FEM models**, Submitted to 5<sup>th</sup> International Conference on Computational Methods in Structural Dynamics and Earthquake Engineering (COMPDYN), Crete Island, Greece, 2015.

[3] M. Paradiso, G. Tempesta, S. Galassi, F. Pugi: **Sistemi voltati in muratura**, DEI Tipografia del Genio Civile, Roma, 2007.

[4] AEDES Software: **SAV: Stabilità di Archi e Volte in muratura**, 1<sup>a</sup> edizione: 2000, [www.aedes.it](http://www.aedes.it).

[5] S. Galassi, F. Pugi: **Seismic analysis of masonry voussoir arches according to the italian building code**, Ingegneria Sismica, 3/2013: 33-45.

[6] **D.M. 14.1.2008**: "Approvazione delle nuove Norme Tecniche per le Costruzioni".

[7] **Circolare 2.2.2009, n.617**: "Istruzioni per l'applicazione delle "Nuove norme tecniche per le costruzioni" di cui al D.M. 14.1.2008.

[8] **Direttiva P.C.M. 9.2.2011**: "Valutazione e riduzione del rischio sismico del patrimonio culturale con riferimento alle Norme tecniche per le costruzioni di cui al D.M. 14.1.2008."

[9] R. Palaninathan, P. S. Chandrasekharan: **Curved beam element stiffness matrix formulation**, Computers & Structures, Vol. 21, No. 4: 663-669, 1985.

[10] Warren C. Young, Richard C. Budynas: **Roark's Formulas for Stress and Strain**, McGraw -Hill, New York, 2002.

[11] S. Bracchi, F. da Porto, A. Galasco, F. Graziotti, D. Liberatore, L. Liberatore, G. Magenes, M. Mandirola, C.F. Manzini, R. Masiani, P. Morandi, M. Palmieri, A. Penna, A. Rosti, M. Rota, L. Sorrentino, M. Tondelli: **Comportamento degli edifici in muratura nella sequenza sismica del 2012 in Emilia**, Progettazione Sismica, No. 3: 141-161, 2012.

[12] J. Heyman, **Appunti dalle lezioni sul calcolo delle ossature murarie**, a cura di C. Alessandri, S. Briccoli Bati, G. Tempesta, U. Toniatti, Lezioni integrative dei corsi di statica e scienza delle costruzioni, giugno 1984, pubblicazione n. 30/1984 del Dipartimento di Costruzioni dell'Università degli Studi di Firenze, Facoltà di Architettura.

[13] F. Pugi: **Calcolo Sezioni**, Alinea, Firenze, 1997.

[14] L. Jurina: **Tecniche di cerchiatura di colonne in muratura**, L'Edilizia, De-Lettera, anno XVIII, n. 164: 38-49, 2010.

[15] **CNR-DT 200 R1/2012** (aggiornamento CNR DT 200/2004): " Istruzioni per la Progettazione, l'Esecuzione ed il Controllo di Interventi di Consolidamento Statico mediante l'utilizzo di Compositi Fibrorinforzati".

[16] **Linee guida per la Progettazione, l'Esecuzione ed il Collaudo di Interventi di Rinforzo di strutture di c.a., c.a.p. e murarie mediante FRP**. Consiglio Superiore di Lavori Pubblici, 2009.

[17] Clementi F., Lenci S.: **I compositi nell'ingegneria strutturale**, Società Editrice Esculapio, Bologna, 2009. In particolare: Cap. 13: Il confinamento di elementi in muratura ordinaria.

[18] **EdilCAM Sistemi: "Linee Guida – Cuciture attive per la muratura. Procedura generale per la progettazione, modellazione, calcolo e verifica di edifici in muratura rinforzati con il sistema di cucitura attiva CAM"**.

[19] M. Lucchesi, B. Pintucchi, N. Zani: **L'analisi pushover per la verifica sismica di torri in muratura**, WONDER Masonry, Firenze, 10-11 novembre 2011.

[20] **Circolare 2.12.2010, n. 26**: Ministero per i Beni e le Attività Culturali: "Linee guida per la valutazione e riduzione del rischio sismico del patrimonio culturale".

[21] L. Petrini, R. Pinho, G.M. Calvi: **Criteri di Progettazione Antisismica degli Edifici**, IUSS Press, Pavia, 2004.

[22] Anil K. Chopra: **Dynamic of Structures**, Pearson Prentice Hall, New York, 2007.