



## Aedes.SAV 2019

### STABILITA' DI ARCHI E VOLTE IN MURATURA

Analisi strutturale di archi e volte in muratura secondo la Normativa Tecnica vigente

## Guida all'aggiornamento 2019.01

Include analisi con:

- Cedimenti alle imposte
- Imposizione di cerniere
- Rinforzi a trazione localizzati

Ultima revisione di questo documento: 23.07.2019

Tutti i diritti sono riservati, anche di riproduzione parziale, a norma di legge e delle convenzioni internazionali. Nessuna parte di questo volume può essere riprodotta in qualsiasi forma o mezzo elettronico o meccanico, per alcun uso, senza il permesso scritto della AEDES Software per Ingegneria Civile.

© 1997-2019 AEDES Software per Ingegneria Civile

Via F. Aporti 32 - 56028 SAN MINIATO (PI)

Tel.: +39 0571 401073

E-mail: info@aedes.it - Internet: www.aedes.it

## AVVERTENZE E CONDIZIONI D'USO

La AEDES Software si riserva il diritto di apportare miglioramenti o modifiche al programma SAV, descritto nella documentazione ad esso associata, in qualsiasi momento e senza preavviso.

Il software e la documentazione allegata, anche se curati con scrupolosa attenzione, non possono comportare specifiche responsabilità di AEDES per involontari errori o inesattezze: pertanto, l'utilizzatore è tenuto a controllare l'esattezza e la completezza del materiale utilizzato. Le correzioni relative ad eventuali errori tipografici saranno incluse nelle versioni di aggiornamento.

SAV è di esclusiva proprietà della AEDES e viene concesso in uso non esclusivo secondo i termini e le condizioni riportati nel contratto di licenza d'uso. L'utente non avrà diritto ad utilizzare SAV fino a quando non avrà sottoscritto la suddetta licenza d'uso.

L'utente è responsabile della scelta di SAV al fine del raggiungimento dei risultati voluti, nonché dell'installazione, dell'uso dello stesso e dei relativi risultati.

Le sole garanzie fornite dalla AEDES in merito a SAV sono quelle riportate nella licenza d'uso. La AEDES non garantisce che le funzioni contenute in SAV soddisfino le esigenze dell'utente o funzionino in tutte le combinazioni che possono essere scelte per l'uso da parte dell'utente.

I nomi dei prodotti citati nella documentazione di SAV possono essere marchi di fabbrica o marchi registrati dalle rispettive Società.

# **INDICE**

## INTRODUZIONE

### 1. PRINCIPALI MODIFICHE E NUOVE FUNZIONALITA'

1.1. FINESTRA TABELLA MURATURE

1.2. FINESTRA STRUTTURA

1.2.1 RINFORZI

1.2.2. CEDIMENTI

1.3. PARAMETRI DI CALCOLO

1.4. CONSULTAZIONE DEI RISULTATI

### 2. ANALISI CON CEDIMENTI ALLE IMPOSTE

2.1. TEORIA DEI CEDIMENTI ALLE IMPOSTE PER ARCHI RIGIDI

2.2. ESEMPIO 1: CEDIMENTO VERTICALE AD UN IMPOSTA

2.2.1. EFFETTI SULLA STABILITA'

2.2.2. RICERCA DEL CEDIMENTO VERTICALE LIMITE

2.2.3. CEDIMENTO AMMISSIBILE IN RELAZIONE ALL'APERTURA DELLE FESSURE

2.2.4. CEDIMENTO LIMITE IN FUNZIONE DEL VALORE DI UN CARICO VARIABILE

2.3. ESEMPIO 2: SPOSTAMENTI ORIZZONTALI ASINCRONI DELLE IMPOSTE

2.3.1. EFFETTI SULLA STABILITA'

2.3.2. RICERCA DELLO SPOSTAMENTO ORIZZONTALE LIMITE

2.3.3. SPOSTAMENTO LIMITE IN PRESENZA DI UN CEDIMENTO VERTICALE

2.3.4. SPOSTAMENTO ORIZZONTALE E SPINTA ALLE IMPOSTE

## INTRODUZIONE

L'aggiornamento 2019.01 di Aedes.SAV, software dedicato all'analisi di archi e volte in muratura attraverso la modellazione piana, propone una revisione generale in accordo con la nuova Normativa tecnica e nuove funzionalità che estendono il campo applicativo.

- Fra le principali innovazioni, un ruolo primario viene assunto dall'**analisi con cedimenti alle imposte**. I cedimenti possono essere di tipo traslazionale, orizzontali e/o verticali, e/o di tipo rotazionale, in entrambi i versi; fra i casi più interessanti: il cedimento orizzontale verso l'esterno (per 'cedimento' si intende quindi in tal caso lo spostamento orizzontale) che può essere contemporaneo e asincrono per le due imposte (ad es. entrambi gli spostamenti orizzontali verso l'esterno), ed il verticale verso il basso (in tal caso il cedimento consiste nella traslazione verticale delle imposte).

L'analisi dei cedimenti, preventiva all'elaborazione di calcolo della struttura e condotta per la combinazione di carico statica, esamina la formazione delle tre cerniere che, a seguito del cedimento in input, rendono isostatico l'arco. Sulla configurazione isostatica dell'arco verrà poi eseguita l'elaborazione di calcolo statica e sismica.

L'**analisi del cedimento limite** consiste nel calcolo del moltiplicatore di collasso comune per uno o più cedimenti selezionati. Ad esempio, è possibile valutare il massimo spostamento orizzontale asincrono delle imposte (es.: entrambe verso l'esterno). E' inoltre possibile differenziare i vari cedimenti: è sufficiente in tal caso applicare il moltiplicatore ai soli cedimenti da incrementare, definendo in input anche altri cedimenti fissi.

L'elaborazione di calcolo prevede l'aggiornamento della curva delle pressioni nella configurazione deformata e ad ogni passo, cioè per ogni valore del moltiplicatore crescente, viene effettuato il controllo delle trazioni. Dato che all'inizio del processo di deformazione si formano immediatamente tre cerniere che rendono l'arco isostatico, nel corso del processo di aumento progressivo del moltiplicatore l'insorgenza di una condizione non accettabile di tipo cinematico (compenetrazione del materiale) o statico (trazione in una interfaccia distinta da quelle dove sono presenti le cerniere) comporta la conclusione dell'elaborazione, e resta così determinato il moltiplicatore di collasso ossia il massimo cedimento sostenibile per l'arco. Ad ogni passo dell'analisi del cedimento limite vengono graficizzati l'angolo di apertura di ogni cerniera e la dimensione lineare della fessura corrispondente. Specifiche funzionalità grafiche consentono il riesame di tutto il processo incrementale, in modo tale che, qualora si voglia fissare un limite alla fessurazione o all'angolo di apertura delle cerniere, si possa agevolmente identificare il moltiplicatore della corrispondente configurazione, individuando il valore del massimo cedimento ammissibile.

- Un'altra nuova funzionalità riguarda l'**analisi con imposizione di cerniere**: è possibile assegnare in input una o più cerniere (fino a un totale di 3) in altrettante interfacce, ognuna indipendentemente in estradosso o in intradosso. In tal caso, le elaborazioni statica e sismica vengono svolte normalmente, ipotizzando fin dall'inizio della procedura di calcolo che le bielle poste dal lato opposto rispetto alla cerniera introdotta siano disattivate. Inserendo 3 cerniere alterne l'arco viene ricondotto ad una configurazione isostatica. Imponendo una o più cerniere è anche possibile eseguire l'analisi dei cedimenti, per studiare se esiste compatibilità fra la fessurazione rilevata o ipotizzata e un movimento delle imposte.

L'**analisi dei cedimenti con cerniere predefinite** ha inoltre un'importante applicazione per lo studio di **archi che sotto i carichi statici sono stabili ma presentano una o più cerniere**: dopo aver esaminato l'assetto statico dell'arco con imposte incastrate, l'insorgenza di una o più cerniere indica che l'analisi della deformazione generata da cedimenti delle imposte dovrà essere condotta con cerniere predefinite coincidenti con le cerniere statiche.

- Per lo studio del consolidamento è possibile applicare **rinforzi a trazione localizzati** su una o più interfacce tra i conci, in estradosso o in intradosso. Dal punto di vista dell'analisi strutturale, nel

procedimento di calcolo sarà possibile accettare una sollecitazione di trazione nel lato rinforzato, fino alla resistenza di progetto specificata in input, in modo analogo ad altre tipologie di rinforzo a trazione già disponibili in SAV (rete e.s. nel caso della cappa in calcestruzzo, o compositi fibrorinforzati).

Alla data di rilascio di questo documento, è in preparazione una revisione manualistica completa di SAV riguardante Teoria, Manuale d'uso ed Esempi Applicativi. La presente Guida all'aggiornamento 2019 si affianca ai documenti attualmente disponibili per completare ed integrare la descrizione delle funzionalità del software.

## 1. PRINCIPALI MODIFICHE E NUOVE FUNZIONALITA'

Nei paragrafi seguenti vengono presentate le principali modifiche e nuove funzionalità introdotte in SAV 2019.

I dati in input riguardanti i materiali murari, in particolare relativamente alla resistenza a compressione, sono stati modificati seguendo i valori proposti dalla Circolare 7 del 21.1.2019, caratterizzati da alcune variazioni rispetto al corrispondente precedente documento (Circ. 617 del 2.2.2009).

Nella finestra Struttura:

- la scheda Rinforzi prevede ora la possibilità di definire rinforzi a trazione localizzati in specifiche interfacce: è così possibile rappresentare uno spettro più ampio di tipologie di consolidamento, ad esempio il posizionamento di profili metallici in estradosso;

- la nuova scheda Cedimenti introduce la possibilità di analizzare lo stato di degrado dell'arco a seguito di cedimenti delle imposte, con riduzione a struttura isostatica attraverso la manifestazione di 3 cerniere, necessarie per garantire l'equilibrio contemporaneamente allo spostamento delle imposte.

Oltre allo studio degli effetti dei cedimenti definiti in input, è possibile eseguire l'analisi del cedimento limite, assegnando un moltiplicatore a uno o più cedimenti e calcolando il valore limite che essi possono assumere compatibilmente con l'equilibrio dell'arco.

E' inoltre possibile definire sconessioni (cerniere) in input, che riducono di uno o più gradi l'iperstaticità originaria dell'arco e influiscono in tal modo sui risultati delle analisi statica e sismica, ed anche sull'eventuale contemporanea analisi dei cedimenti.

I Parametri di Calcolo sono stati revisionati conformemente alle disposizioni normative: è ora possibile specificare in input il valore obiettivo (target) per l'indicatore di rischio sismico  $\zeta_E$ , dipendente dalle caratteristiche della costruzione e dal tipo di valutazione e di intervento.

La finestra dei Risultati, che riporta in modo sintetico i risultati delle analisi statica e sismica, è stata riprogettata per evidenziare, fra l'altro, il rispetto o meno del livello di capacità richiesto (con confronto diretto con  $\zeta_E$ ).

La Guida rapida, accessibile dalla barra degli strumenti principale, permette un accesso immediato alle voci di menu che aprono descrizioni relative ai dati e ai risultati.

### 1.1. FINESTRA TABELLA MURATURE

La Circ. 7 del 21.1.2019 in §C8.5.3.1 introduce nuovi valori di riferimento per i parametri meccanici della muratura esistente e specifica le modalità con cui è possibile tener conto di opportuni coefficienti migliorativi per descrivere correttamente lo stato di fatto o applicare determinati interventi di rinforzo. Le indicazioni della Circolare sono state recepite da SAV mediante opportune modifiche della finestra Materiali per la tipologia Muratura esistente, riguardanti i parametri sulla resistenza a compressione  $f_m$  ed il peso specifico.

N°	Col.	Descrizione	f.m (N/mm <sup>2</sup> )	Peso sp. (kN/m <sup>3</sup> )
11		(NTC 18) 3-LC 1) con malta di buone caratteristiche	3.380	21.00
12	▶	(NTC 18) 3-LC 2) con malta di buone caratteristiche	4.160	21.00
13		(NTC 18) 4-LC 1) Muratura irregolare di pietra tenera (tufo, calcarenite, ecc.)	1.400	13.00
14		(NTC 18) 4-LC 2) Muratura irregolare di pietra tenera (tufo, calcarenite, ecc.)	1.800	13.00
15		(NTC 18) 4-LC 1) con malta di buone caratteristiche	2.100	16.00
16		(NTC 18) 4-LC 2) con malta di buone caratteristiche	2.700	16.00
17		(NTC 18) 5-LC 1) Muratura a conci regolari di pietra tenera (tufo, calcarenite, ecc.)	2.000	13.00
18		(NTC 18) 5-LC 2) Muratura a conci regolari di pietra tenera (tufo, calcarenite, ecc.)	2.600	13.00
19		(NTC 18) 5-LC 1) con malta di buone caratteristiche	3.200	16.00
20		(NTC 18) 5-LC 2) con malta di buone caratteristiche	4.160	16.00
21		(NTC 18) 6-LC 1) Muratura a blocchi lapidei squadri	5.800	22.00
22		(NTC 18) 6-LC 2) Muratura a blocchi lapidei squadri	7.000	22.00
23		(NTC 18) 6-LC 1) con malta di buone caratteristiche	6.960	22.00
24		(NTC 18) 6-LC 2) con malta di buone caratteristiche	8.400	22.00
25		<b>(NTC 18) 7-LC 1) Muratura in mattoni pieni e malta di calce</b>	<b>2.600</b>	<b>18.00</b>
26		(NTC 18) 7-LC 2) Muratura in mattoni pieni e malta di calce	3.450	18.00
27		(NTC 18) 7-LC 1) con malta di buone caratteristiche	3.380	18.00
28		(NTC 18) 7-LC 2) con malta di buone caratteristiche	4.485	18.00
29		(NTC 18) 8-LC 1) Muratura in mattoni semipieni con malta cementizia (es: doppio UNI)	5.000	15.00
30		(NTC 18) 8-LC 2) Muratura in mattoni semipieni con malta cementizia (es: doppio UNI)	6.500	15.00
31		(NTC 18) 8_LC 1) con malta di buone caratteristiche	6.000	15.00
32		(NTC 18) 8-LC 2) con malta di buone caratteristiche	7.800	15.00

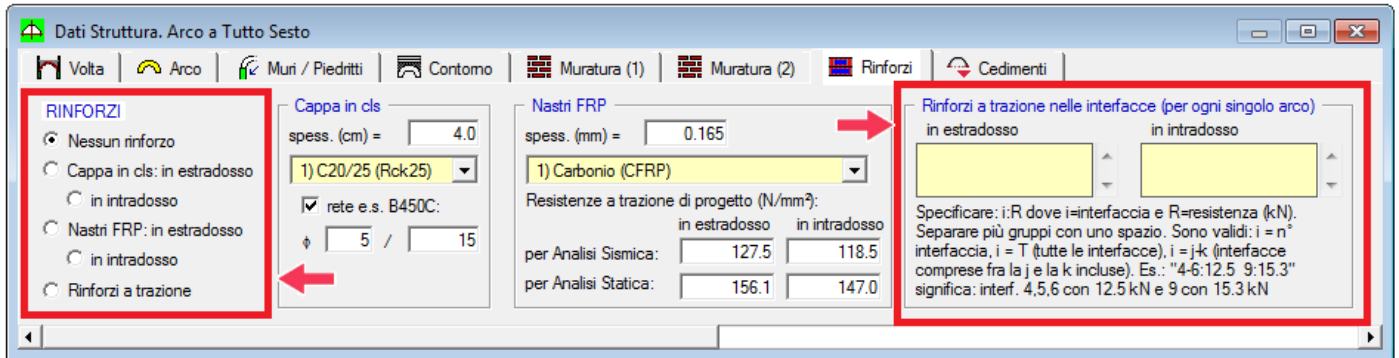
Si ricorda che la resistenza a compressione influisce sui risultati dell'analisi condotta con SAV soltanto se nei Parametri di Calcolo è selezionata l'opzione relativa all'esecuzione di verifiche a compressione, che, come noto dalla teoria di Heyman, vengono spesso trascurate identificando la capacità dell'arco solo con la stabilità dell'equilibrio. Tuttavia, le verifiche di resistenza (compressione e attrito per taglio) possono integrare la valutazione della sicurezza.

## 1.2. FINESTRA STRUTTURA

Nella finestra Struttura l'aggiornamento 2019 di SAV propone una nuova modalità di Rinforzi (a trazione, localizzati in singole interfacce, con possibilità di estendersi a più conci fino al completo sviluppo dell'arco, sia intradosso che in estradosso), e la nuova scheda Cedimenti dedicata a dati eventualmente inseriti in input: Cedimenti alle imposte e Cerniere in input (ossia rilevate sullo stato attuale della struttura, distinte quindi dalle cerniere che si generano per effetto dei carichi applicati e vengono determinate dalla procedura di calcolo nel corso dell'analisi strutturale).

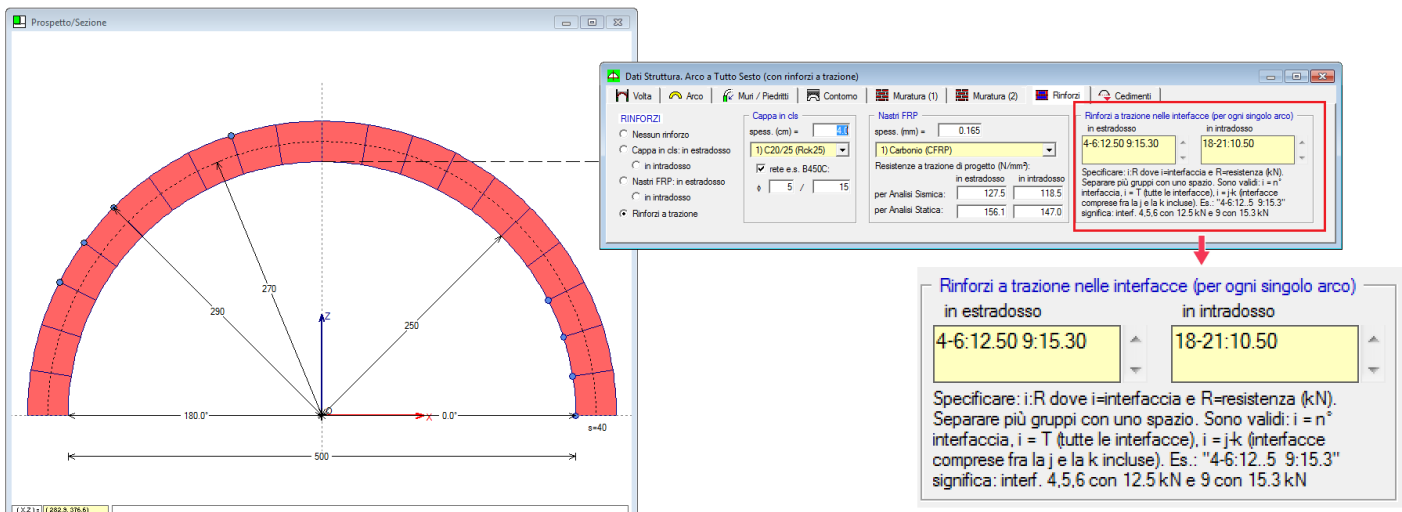
## 1.2.1 RINFORZI

Oltre alla cappa in cls e ai nastri in FRP, SAV propone la possibilità di inserire rinforzi localizzati in una o più interfacce. Come illustrato in figura seguente, è sufficiente selezionare l'opzione 'Rinforzi a trazione' e inserire nelle specifiche caselle di input del gruppo 'Rinforzi a trazione nelle interfacce (per ogni singolo arco)' le corrispondenti resistenze di progetto.



Come indicato nell'interfaccia del software, i dati alfanumerici in input nelle caselle di testo dedicate all'estradosso e all'intradosso sono del tipo

- i:R**  
dove:  
**i**=interfaccia  
**R**=resistenza (kN).  
Possono aversi più gruppi separati ciascuno con uno spazio.  
Sono valide le seguenti specifiche:  
**i = j** (interfaccia n°j), ad esempio: 4:10.5, che significa: rinforzo sull'interfaccia 4, con resistenza 10.5 kN;  
**i = T** (tutte le interfacce), ad esempio: T:8, che significa: rinforzo su tutta la superficie dell'arco con resistenza a trazione 8 kN;  
**i = j-k** (interfacce comprese fra la j e la k incluse), ad esempio: 4-6:10.2, che significa: rinforzi a trazione nelle interfacce da 4 a 6 (cioè: 4,5,6) con resistenza a trazione pari a 10.2 kN.  
Un caso di più gruppi di rinforzi può essere ad esempio il seguente:  
4-6:12.5 9:15.3  
che significa: interf. 4,5,6 con 12.5 kN e 9 con 15.3 kN.



Per quanto riguarda l'arco rinforzato, è opportuno ricordare la distinzione dei casi di rinforzi di superficie (cappa in cls armato o nastri in FRP) da quelli di rinforzi localizzati (catene, o rinforzi a trazione in specifiche interfacce).

Alcuni richiami. Nel caso di catene, la metodologia illustrata è invariata: oltre alle bielle che schematizzano le interfacce dei conci, viene considerata la biella aggiuntiva che rappresenta la catena, biella unilatera a trazione, cioè non reagente a compressione.

Nel caso dei rinforzi di superficie, SAV introduce una variante nella metodologia di base, consistente nella bilateralità della biella posta dalla parte del rinforzo (intradosso o estradosso), per la quale quindi diviene accettabile lo sforzo di trazione; il rinforzo a trazione impedisce teoricamente la formazione delle cerniere di apertura su un lato della struttura e di conseguenza l'evoluzione verso il meccanismo a 4 cerniere alterne. Per futuri aggiornamenti di SAV sono previsti approfondimenti su ulteriori verifiche di sicurezza consigliate per le soluzioni di rinforzo, in particolare il taglio nei connettori (che legano il rinforzo all'arco murario originario nel caso della cappa in cls e dei rinforzi a trazione generici).

## 1.2.2. CEDIMENTI

L'applicazione di cedimenti richiede le seguenti condizioni:

- la volta deve essere costituita da un singolo arco;
- non deve essere presente una catena attiva;
- non devono essere specificati interventi di rinforzo;
- deve essere definita una sola combinazione di condizioni carico statica.

Per eseguire l'**analisi con cedimenti** si deve selezionare nel riquadro 'CEDIMENTI ALLE IMPOSTE' il check 'Analisi con i seguenti cedimenti'.

I cedimenti sono da intendersi come spostamenti in senso generalizzato, e consistono in traslazioni orizzontali o verticali (in mm) oppure in rotazioni (in gradi °).

L'esempio nell'immagine indica la specifica di uno spostamento orizzontale di 50 mm. verso l'esterno all'imposta sinistra e all'imposta destra. Le convenzioni sui segni sono le seguenti:

traslazione orizzontale: positiva se verso l'esterno (in input il segno + non è necessario), negativa se verso l'interno;

traslazione verticale: positiva se verso il basso, negativa se verso l'alto;

rotazione: positiva se verso l'esterno (antioraria all'imposta sinistra e oraria a destra).

La deformazione dell'arco conseguente alla generazione delle 3 cerniere dovute ai cedimenti specificati verrà mostrata come risultato dell'analisi statica (come illustrato negli esempi riportati nei paragrafi seguenti).

Dati Struttura. Arco a Sesto Ribassato

Volta | Arco | Muri / Piedritti | Contorno | Muratura (1) | Muratura (2) | Rinforzi | Cedimenti

**CEDIMENTI ALLE IMPOSTE**

Analisi con i seguenti cedimenti:  
(orizz. e rotaz.: + verso l'esterno, vert.: + verso il basso)

L'analisi dei cedimenti richiede: singolo arco, assenza di catena, nessun rinforzo, unica CCC statica

Imposta sinistra:		Imposta destra:	
orizzontale (mm)	verticale (mm)	orizzontale (mm)	verticale (mm)
50	0	50	0
<input checked="" type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
rotazionale (°) = 0.0	rotazionale (°) = 0.0	rotazionale (°) = 0.0	rotazionale (°) = 0.0

**CEDIMENTO LIMITE** Multiplicatore: incr. = 1.0 max = 100

Analisi del cedimento limite: calcolo del moltiplicatore di collasso comune per i cedimenti selezionati

Archiviazione risultati

**CERNIERE IN INPUT**

Analisi con i seguenti cerniere predefinite:  
interfaccia: (1 <= i <= N\*conci+1)  
(0 = cerniera non presente) posizione:

cerniera	posizione
cerniera 1: 4	<input type="radio"/> in intradosso <input checked="" type="radio"/> in estradosso
cerniera 2: 13	<input type="radio"/> in intradosso <input checked="" type="radio"/> in estradosso
cerniera 3: 22	<input checked="" type="radio"/> in intradosso <input type="radio"/> in estradosso



CEDIMENTI ALLE IMPOSTE				L'analisi dei cedimenti richiede: singolo arco, assenza di catena, nessun rinforzo, unica CCC statica			
<input checked="" type="checkbox"/> Analisi con i seguenti cedimenti: (orizz. e rotaz.: + verso l'esterno, vert.: + verso il basso)							
Imposta sinistra:		molt.		Imposta destra:		molt.	
orizzontale (mm) =	<input type="text" value="50"/>	<input checked="" type="checkbox"/>		orizzontale (mm) =	<input type="text" value="50"/>	<input checked="" type="checkbox"/>	
verticale (mm) =	<input type="text" value="0"/>	<input type="checkbox"/>		verticale (mm) =	<input type="text" value="0"/>	<input type="checkbox"/>	
rotazionale (°) =	<input type="text" value="0.0"/>	<input type="checkbox"/>		rotazionale (°) =	<input type="text" value="0.0"/>	<input type="checkbox"/>	

**Attenzione.** L'esecuzione dell'analisi con cedimenti implica una prima fase in Analisi Statica nella quale viene cercata la tripletta di cerniere compatibile con le condizioni al contorno cinematiche e statiche. Poiché la ricerca si fonda su un algoritmo ottimizzato derivato dal calcolo combinatorio, è possibile che richieda un certo tempo per l'elaborazione; per tale motivo il software richiede una conferma prima dell'esecuzione.

Per quanto riguarda l'**analisi del cedimento limite**, essa consiste nei seguenti passi:

- selezionare i cedimenti non nulli in input ai quali sarà applicato un valore comune del moltiplicatore;
- contemporaneamente, i cedimenti non nulli per i quali la casella 'molt.' non è selezionata, saranno considerati presenti senza variazioni durante tutti i passi dell'analisi di ricerca del moltiplicatore di collasso;
- in base ai valori incrementale e massimo del moltiplicatore dei cedimenti, l'elaborazione viene avviata attraverso il pulsante di comando (in sfondo giallo, vd. immagine): 'Analisi del cedimento limite: calcolo del moltiplicatore di collasso comune per i cedimenti selezionati' contenuto nel riquadro 'CEDIMENTO LIMITE'.

L'elaborazione procede incrementando progressivamente il moltiplicatore a partire dai cedimenti iniziali in input, con il limite del valore massimo, terminando a un passo intermedio laddove viene raggiunta l'instabilità dell'arco a causa degli spostamenti eccessivi per motivi cinematici (compenetrazione del materiale) o statici (fuoriuscita della curva delle pressioni).

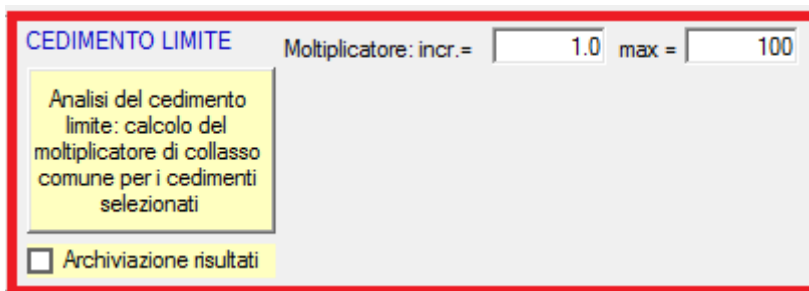
Le immagini nelle finestre grafiche si aggiornano automaticamente, mostrando la progressione dell'assetto statico dell'arco (curva delle pressioni, cerniere con angolo di apertura e dimensione lineare della fessura corrispondente).

Se il check '**Archiviazione risultati**' è attivo, al termine dell'elaborazione verrà eseguito il salvataggio di un progetto con cedimento limite contenente la configurazione al collasso, e durante l'elaborazione verranno salvate le immagini della finestra grafica (la finestra 'Grafica 1' normalmente posta in alto a sinistra, in genere dedicata al disegno del prospetto dell'arco, vista particolarmente efficace ai fini della rappresentazione del cedimento progressivo). Sarà poi possibile riesaminare la sequenza, sia in animazione sia consultando singole immagini, ognuna corrispondente ad un passo dell'analisi, attraverso la finestra Galleria

Il file, con estensione .sav, archiviato nella stessa cartella del progetto corrente, viene denominato:

*NomeProgetto*\_analisi\_cedimenti\_12072019\_091418

dove: *NomeProgetto* indica il nome del file del progetto corrente; i campi in rosso indicano rispettivamente la data (ggmmaaaa) e l'ora (hhmmss).

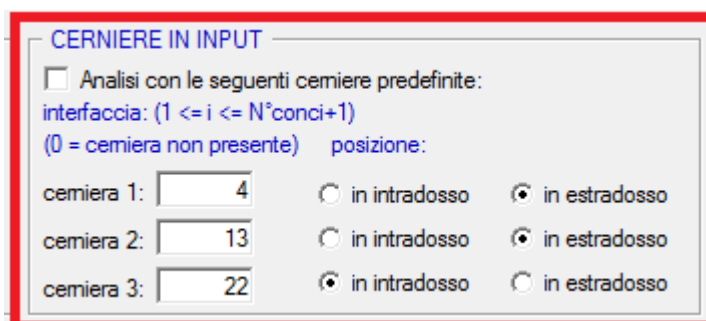
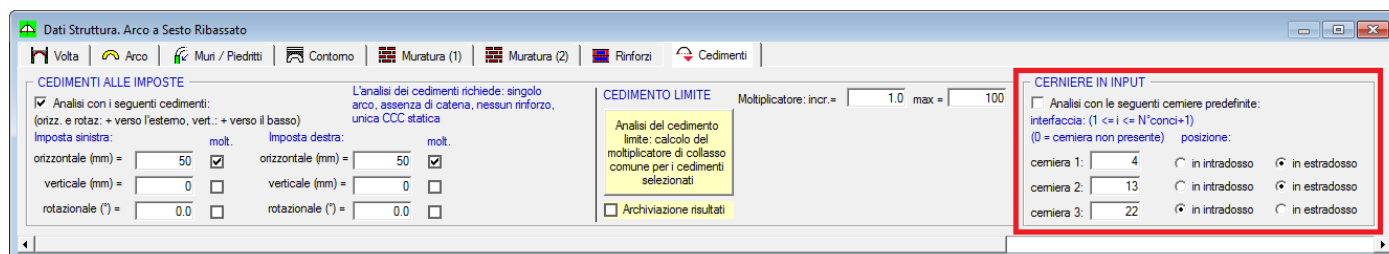


L'opzione di archiviazione dei risultati è utile sia per la visualizzazione successiva dei singoli passi dell'elaborazione sia per conservare risultati che altrimenti, a seguito di modifiche successive, verrebbero resettati. Poiché l'elaborazione del cedimento limite può richiedere un tempo significativo in dipendenza dalla discretizzazione dell'arco (numero di conci), risulta utile poter conservare i risultati; data e ora, inserite nel nome del file, ne identificano il momento dell'elaborazione.

Al termine dell'elaborazione, i valori in input dei cedimenti vengono aggiornati ai valori limite.

Oltre all'analisi con cedimenti e all'analisi del cedimento limite, è inoltre possibile assegnare sconnessioni (cerniere) in input, che riducono di uno o più gradi l'iperstaticità originaria dell'arco. Questa funzione trova una naturale collocazione nella scheda dei Cedimenti perché corrisponde comunque ad una perdita di iperstaticità della struttura. Imponendo una o più cerniere è possibile eseguire non solo le analisi statica e sismica, ma anche l'analisi dei cedimenti, per studiare se esiste compatibilità fra la fessurazione rilevata o ipotizzata e un movimento delle imposte.

Per tentativi è quindi possibile ricercare particolari configurazioni desiderate. Ad esempio, se in situ si rileva in intradosso una fessura di  $x$  mm., questa può essere interpretata come cerniera all'estradosso e attraverso lo studio dei cedimenti limite si possono condurre ipotesi sui movimenti delle imposte per ricercarne la possibile causa.



Per eseguire l'**analisi con cerniere predefinite**, nel riquadro 'CERNIERE IN INPUT' si deve selezionare il check 'Analisi con le seguenti cerniere predefinite'. Il valore 0 indica un campo da non considerare.

Si ricorda che la cerniera in un lato dell'interfaccia (intradosso o estradosso) indica l'apertura di una lesione nel lato opposto (rispettivamente, estradosso o intradosso). La cerniera corrisponde ad una biella compressa

mentre la biella dal lato opposto ha sforzo normale annullato.

La cerniera impone il passaggio della curva delle pressioni nel punto corrispondente; e la curva diventa tangente in tal punto al bordo dell'arco. Nel caso dell'analisi con cedimenti di un arco staticamente stabile ma con una o più cerniere che garantiscono l'equilibrio, è opportuno considerare tali cerniere come predefinite in modo tale che la ricerca della configurazione isostatica prodotta dal cedimento rispetti le cerniere 'statiche'.

Le elaborazioni di calcolo mostreranno, in relazione ai carichi agenti, la compatibilità o meno delle cerniere definite in input con configurazioni stabili ed equilibrate. E' possibile che le cerniere specificate, costituendo punti obbligatori per il passaggio della curva delle pressioni, non corrispondano ad alcuna soluzione stabile ed in equilibrio con i carichi agenti: i risultati dell'analisi evidenzieranno questi aspetti attraverso opportuni messaggi.

**Nota.** L'imposizione di cerniere predefinite in input può comportare modifiche rilevanti nei risultati delle analisi statica e sismica. In analisi sismica, ad esempio, può non manifestarsi un meccanismo di collasso tipico con 4 cerniere, che nell'arco originario si formerebbero in interfacce tutte diverse rispetto a quelle imposte in input: lo stato limite ultimo dell'arco viene raggiunto in tal caso da una impossibilità di equilibrio, cioè dal fatto che agendo sulla curva delle pressioni imponendo l'annullamento delle trazioni nelle interfacce che le manifestano non si riesce più a rispettare l'equilibrio. Anche in assenza di meccanismo di collasso, la struttura non può essere considerata stabile: ciò significa che il collasso avviene senza manifestazione di un chiaro meccanismo.

Peraltro, è opportuno osservare che archi con sconnessioni predefinite corrispondono a situazioni deformate dove le geometrie difficilmente sono ancora coincidenti con le curvature di progetto originarie: se possibile, è preferibile eseguire un rilievo dettagliato (ad esempio, con laser-scanner) della geometria reale inserendo in SAV tale arco come 'arco per punti'. La verifica di sicurezza richiederà successive considerazioni riguardanti l'assetto statico dell'arco e le sue capacità residue, eventualmente calcolate inserendo in input fessurazioni (e cioè posizioni di cerniere) che nel rilievo dello stato di fatto siano state considerate significative. ■

### 1.3. PARAMETRI DI CALCOLO

Nei Parametri di Calcolo, scheda Generali, il gruppo 'Analisi Sismica' è stato riorganizzato come illustrato nell'immagine seguente.

L'Analisi Statica viene sempre eseguita; il check 'Calcolo del moltiplicatore di collasso in direzione verticale' indica se è richiesta l'elaborazione del moltiplicatore di collasso in direzione verticale. Tale elaborazione condurrà a risultati effettivi solo in caso di presenza di carichi affetti da moltiplicatore, come specificato nelle Condizioni di Carico Elementari (CCE), altrimenti verrà indicata nei risultati la sigla 'n.d.' che significa: risultato non disponibile.

Nel caso di richiesta di Analisi con cedimenti (finestra Dati Struttura, scheda Cedimenti), l'Analisi Statica viene preceduta da una fase iniziale di determinazione delle tre cerniere prodotte dai cedimenti che rendono l'arco isostatico, configurazione sulla quale verranno condotte le successive elaborazioni.

Parametri di Calcolo

Generali | Sismica | Verifiche | Impostazioni

**Schematizzazione geometrica**

**Arco: generazione Elementi finiti (Conci):**

(A) Conci di uguale lunghezza, pari a (cm) =

Con controllo di conci tutti uguali

(B) Numero di conci pari a:

L'opzione (B) è consigliabile in particolare per le configurazioni simmetriche, in modo che la suddivisione dei conci in chiave rispetti l'asse di simmetria

---

**Piedritti:**

Conci ideali di uguale lunghezza, pari a (cm):

Piedritto Sx:  Piedritto Dx:

---

**Tipo di Analisi**

**ANALISI STATICA** (sempre eseguita)

Calcolo del moltiplicatore di collasso in direzione verticale

**ANALISI SISMICA**

L'analisi viene eseguita applicando forze orizzontali corrispondenti ad un moltiplicatore dei carichi verticali associati a masse sismiche.

Considerare anche la componente sismica verticale

con il 100% degli effetti (se deselezionato: 30%)

con forze:  verso l'alto  verso il basso

dipendenti dal cinematismo

L'analisi calcola il moltiplicatore di collasso nella direzione orizzontale X (XZ=piano dell'arco), nei due versi +X e -X, con i risultati completi corrispondenti a tale configurazione.

E' inoltre possibile eseguire un'analisi con sole forze orizzontali corrispondenti ad un valore prefissato del moltiplicatore dei carichi:

Eseguire l'analisi sismica con moltiplicatore orizzontale dei carichi verticali prefissato pari a:

---

**Dati Edificio**

Numero di piani dell'edificio N =

Per il coefficiente di partecipazione modale 'gamma' [§C7.2.10] può essere adottato il valore semplificato in base al numero di piani N (cfr. scheda Verifiche):  $\gamma = 3N / (2N+1)$

Gamma predef. =  $3N / (2N+1) = 1.000$

---

Altezza complessiva della struttura rispetto alla fondazione (§C7.3.3.2) H (m) =

H viene utilizzata per il calcolo della funzione  $\psi(Z)=(Z/H)$  che descrive in modo approssimato il primo modo di vibrazione, cfr. (§C7.2.3)

---

Per il periodo proprio T1 dell'intera struttura può essere adottato il valore semplificato secondo §C7.3.3.2 (cfr. scheda Verifiche):

T1 predef. =  $0.050 * H^{0.75} = 0.114 \text{ sec}$

---

Imposta Sinistra della struttura voltata: quota rispetto alla fondazioni (m) =

nei Dati Struttura: (H piedritto,sx + H fondazione,sx) (m) = 3.50

In analisi sismica al collasso, la quota di imposta viene utilizzata per la determinazione dell'altezza Z, rispetto alla fondazione dell'edificio, del baricentro delle linee di vincolo tra i blocchi interessati dal cinematismo ed il resto della struttura

---

**Vita Nominale, Classi d'Uso, Periodo di riferimento [§2.4]**

Vita Nominale V.N (anni) =  Classe d'uso:

Coefficiente d'uso C,U = 1.0

Periodo di riferimento per l'azione sismica (anni): V,R = V.N \* C,U = 50

---

Analisi con componente sismica verticale: disponibile a partire dall'aggiornamento 2019.02

OK Annulla

L'Analisi Sismica, consistente nell'applicazione ai conci di forze orizzontali corrispondenti ad un moltiplicatore dei carichi verticali associati a masse sismiche, può essere eseguita o meno.

Essa consiste nelle seguenti fasi:

(1) determinazione del moltiplicatore di collasso nella direzione orizzontale X (XZ=piano dell'arco), nei due versi +X e -X;

(2) analisi dell'arco sotto forze orizzontali corrispondenti ad un valore prefissato del moltiplicatore dei carichi verticali. Se si ha interesse solo allo studio del moltiplicatore di collasso, possono essere ignorati i risultati relativi alla fase (2), comunque utilizzabili per lo studio di una specifica configurazione sismica. Ad esempio, si può constatare come con un valore minore del moltiplicatore di collasso l'arco è stabile, mentre con un valore superiore non lo è più.

A partire dall'aggiornamento 2019.02 è prevista l'applicazione della componente sismica verticale (nella versione 2019.01 già predisposta nei Parametri di Calcolo ma disabilitata).

Nell'immagine seguente è riportata la scheda Verifiche dei Parametri di Calcolo: nel gruppo 'Per Analisi Sismica', viene specificato il valore target dell'indicatore di rischio sismico zeta,E ( $\zeta_E$ ), conformemente alla Normativa vigente (§8.4).

Il valore target è il valore da raggiungere ai fini della sicurezza, dipendente dal tipo di valutazione o di intervento. L'indicatore di rischio sismico è espresso in termini di accelerazione al suolo, ed è dato dal rapporto fra capacità e domanda. Nei risultati verrà evidenziato il raggiungimento o meno dell'obiettivo specificato.

Parametri di Calcolo

Generali | Sismica | **Verifiche** | Impostazioni

**Verifiche di Sicurezza (§C8.7.1.2)**  
Oltre alla Verifica di Stabilità (sempre eseguita), condurre anche le seguenti verifiche:

**Verifica ad Attrito (scorimento tra i conci)**  
Eeguire la verifica ad Attrito. La verifica è soddisfatta se:  $T \leq f_d \cdot N$ , con:  $T$  = taglio nel giunto (interfaccia tra conci);  $N$  = risultante dello sforzo normale ( $N_{es} + N_{in}$ );  $f_d$  = valore di progetto del coefficiente d'attrito  
 Applicare Gamma, M e FC per il calcolo del coefficiente d'attrito di progetto

**Verifica a Compressione della muratura**  
Eeguire la verifica a Compressione. La verifica è soddisfatta se:  $\sigma_m \leq f_{md}$ . Non eseguire la verifica significa ipotizzare resistenza a compressione infinita, con obbligatorietà di  $FC=1.35$  indipendentemente da LC [§C8.7.1.2.1.3]  
 Nei conci totalmente compressi, la tensione di compressione limite viene calcolata con diagramma rettangolare su 1/3 dello spessore. Questa distribuzione di tensioni è sempre ipotizzata nelle interfacce con sforzo di trazione, con cerniera (per archi non rinforzati) o in presenza di rinforzi

Coeff. parziale di sicurezza sulla resistenza della muratura: gamma, M  
 Statica (§4.5.6.1) =  Sismica (§C8.7.1) =

Fattore di Confidenza FC:  
 FC viene definito nei dati della muratura (finestra Struttura, schede Muratura (1) e (2): il valore è distinto fra Volta e Piedritti). gamma, M e FC vengono applicati per il calcolo dei valori di progetto della resistenza a compressione, e (se richiesto) del coefficiente d'attrito

**Per Analisi Sismica**  
**Indicatore di Rischio Sismico zeta, E (§8.4)**  
 Valore da raggiungere ai fini della sicurezza (target) =   
 (dipendente dal tipo di valutazione o di intervento)


Gamma (coeff. part. modale) [§C7.2.10]  
 Gamma predef. =  $3N / (2N+1) = 1.000$   
 Gamma: valore di calcolo =

Primo periodo di vibrazione T1 (sec) [§C7.2.10]  
 T1 predef. =  $0.050 \cdot H^{0.75} = 0.114$  sec  
 T1: valore di calcolo (sec) =

**Parametri Vari**  
 Non eseguire analisi e verifica dei piedritti. Selezionando questa opzione, l'elaborazione di calcolo si limiterà alla sola struttura voltata

**Per Rinforzi in FRP**  
 Ottimizzare la larghezza dei nastri in base alla trazione  
 richiesta, mantenendo comunque una larghezza minima di cm =   
 (non selezionando questa opzione, la larghezza dei nastri viene automaticamente posta pari alla profondità dell'Arco Ideale)

Progettare la disposizione dei nastri imponendo al moltiplicatore di collasso (corrispondente alla resistenza a trazione dei rinforzi) le seguenti condizioni:  
 - per le combinazioni di carico verticali (Analisi Statica): progettazione per i carichi in input (moltiplicatore di collasso in direzione verticale  $\leq 1.000$ )  
 - per le combinazioni sismiche (Analisi Sismica): progettazione per il moltiplicatore orizzontale specificato in input, pari a: 0.280



## 1.4. CONSULTAZIONE DEI RISULTATI

In SAV 2019 La finestra di dialogo Rapporto di Elaborazione (finestra Progetto, menu Esegui: Mostra Rapporto di Elaborazione) è stata riprogettata nella parte dell'Analisi Sismica, al fine di rendere i risultati delle analisi più agevolmente consultabili.

Nella parte dei risultati relativa all'Analisi Sismica, i moltiplicatori di collasso si riferiscono ai meccanismi resistenti esaminati (stabilità, ed eventualmente: attrito, compressione, rinforzi a trazione) e al minimo di essi corrisponde la capacità in termini di PGA allo stato limite SLV, la cui elaborazione è condotta secondo le indicazioni normative riportate nella Circolare 7 al D.M. 17.1.2018 (§C8.7.1.2.1).

Dal rapporto, in termini di PGA, fra capacità e domanda deriva il valore dell'Indicatore di Rischio Sismico  $\zeta_E$ , per il quale viene evidenziato il raggiungimento (verifica soddisfatta) o meno (verifica non soddisfatta) del valore obiettivo (target) specificato nei Parametri di Calcolo e dipendente dal tipo di valutazione sismica effettuata (miglioramento o adeguamento; in caso di semplice valutazione della vulnerabilità dello Stato di fatto, il valore target di  $\zeta_E$  rappresenta la soglia di risultato desiderata).

Rapporto di Elaborazione

**Arco Ideale: 1 (1)**

**ANALISI STATICA**

**CCC 2 (2)**  
**Verifica Soddisfatta**

**Info** Moltiplicatore di collasso in direzione verticale:  
 - per la CCC 2: **1.674**  
 - min. fra tutte le CCC: **1.674**

Tipo di Verifica	Arco	Pied.Sx	Pied.Dx
Stabilità (Equilibrio della struttura)	<b>25.236</b>		
Attrito (Taglio nei giunti)	<b>1.674</b>		
Compressione della muratura			
Trazione dei rinforzi			

---

**ANALISI SISMICA**

**Info** Moltiplicatore di collasso in direzione orizzontale:  
**+X= 0.050, -X= 0.050**  
 Volta: +X= 0.050, -X= 0.050

Moltiplicatori di collasso	Arco		Pied.Sx		Pied.Dx	
Tipo di Verifica	+ X	- X	+ X	- X	+ X	- X
Stabilità (Equilibrio della struttura)	0.128	0.128				
Attrito (Taglio nei giunti)	<b>0.050</b>	<b>0.050</b>				
Compressione della muratura						
Trazione dei rinforzi						

---

**Verifica per SLV :** domanda: **PGA,DLV = 0.157 g** TR,DLV = 475 anni

**Verifica NON Soddisfatta**

Indicatori di Rischio Sismico

	PGA,CLV (g)	TR,CLV (anni)	$\zeta, E$ : PGA,CLV / PGA,DLV	TR,CLV / TR,DLV
+ X	0.071	57	0.452	0.120
- X	0.071	57	0.452	0.120
<b>Minimo</b>	<b>0.071</b>	<b>57</b>	<b>0.452</b>	0.120

target = 0.800

OK

Fra i Risultati dell'Analisi Sismica non vengono riportati quelli relativi all'analisi con moltiplicatore orizzontale prefissato (opzione eventualmente attivata nei Parametri di Calcolo): tali risultati infatti non concorrono alla definizione della verifica soddisfatta o meno. Essi possono essere normalmente consultati attraverso i comandi di SAV, ed in generale assumono il valore di un particolare approfondimento relativo allo studio di una specifica configurazione sismica.

## 2. ANALISI CON CEDIMENTI ALLE IMPOSTE

### Bibliografia di riferimento

- [1] S. Briccoli Bati, M. Paradiso, G. Tempesta: "Sul calcolo degli archi in muratura", Dipartimento di Costruzioni, Facoltà di Architettura, Università degli Studi di Firenze (<http://www.cias-italia.it/PDF/129.pdf>)
- [2] S. Briccoli Bati, M. Paradiso, G. Tempesta: "Analisi statica e cinematica ed equilibrio limite di strutture ad arco a vincoli unilateri", Atti del IX Convegno Nazionale dell'Associazione Italiana di Meccanica Teorica e Applicata (AIMETA)
- [3] M. Paradiso, G. Tempesta, S. Galassi, F. Pugi: "Sistemi Voltati in Muratura", DEI Tipografia del Genio Civile,

Roma, 2007.

[4] F. Pugi, S. Galassi: "Seismic analysis of masonry voussoir arches according to the Italian building code", Int. J. Earthquake Eng. 2013;30(3):33-55.

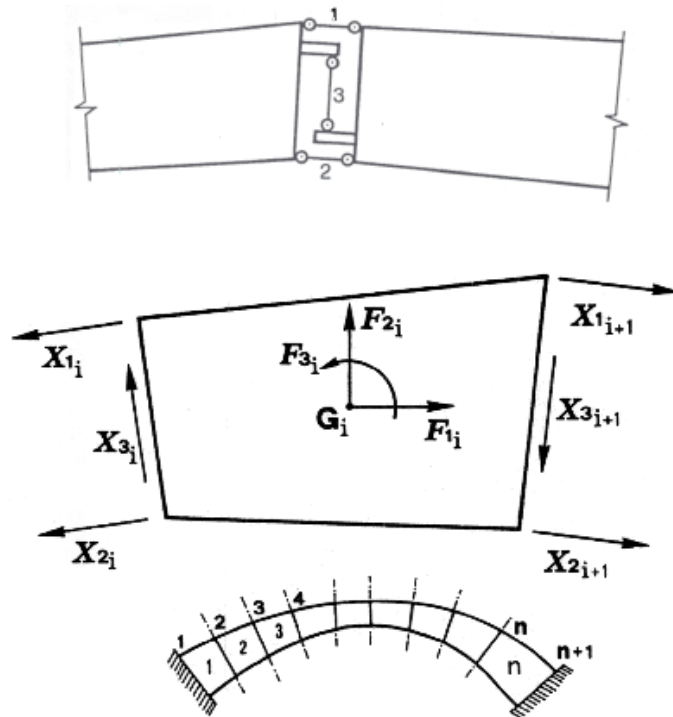
[5] S. Galassi, G. Misseri, L. Rovero, G. Tempesta: "Failure modes prediction of masonry voussoir arches in moving supports", Engineering Structures 173 (2018), 706-717.

In Aedes.SAV l'implementazione dell'analisi dei cedimenti è stata curata da Francesco Pugi, attraverso l'ingegnerizzazione degli algoritmi contenuti nei testi di riferimento, con particolare riguardo alla procedura di ottimizzazione di ricerca della tripletta di cerniere soluzione del problema statico e cinematico e all'analisi del cedimento limite attraverso un moltiplicatore comune applicabile a singoli cedimenti.

## 2.1. TEORIA DEI CEDIMENTI ALLE IMPOSTE PER ARCHI RIGIDI

Si faccia riferimento alla procedura risolutiva applicato all'arco nel rispetto della teoria di Heyman, ampiamente illustrato nella documentazione di SAV (vd. Vol. 1, La Teoria) [1] [2] [3].

In sintesi, come mostrato nell'immagine seguente, l'arco viene modellato con una sequenza di conci connessi fra loro da due bielle ortogonali all'interfaccia, una in intradosso e una in estradosso, capaci di reagire solo a compressione e non a trazione, ed una biella tangente che sostiene l'azione di taglio.



Viene impostato il sistema lineare che definisce l'equilibrio dell'arco, e che contiene 3 incognite sovrabbondanti. Invece che ricorrere alla congruenza, come accade nei problemi elastici di Scienza delle Costruzioni, essendo la struttura costituita da conci rigidi, la soluzione statica si individua applicando le condizioni al contorno specifiche del problema: l'impossibilità di trazione in intradosso e in estradosso si traduce nella condizione che la curva delle pressioni sia sempre interna alla sagoma della struttura, il che significa che in ogni biella ortogonale d'interfaccia è ammesso soltanto uno sforzo di compressione mentre la trazione deve essere annullata. Nelle interfacce dove una biella ha sforzo normale nullo, derivante dall'annullamento imposto, si è formata (al lato opposto) una cerniera.

Il metodo risolutivo dell'arco consiste nel controllare la curva delle pressioni e, applicando iterazioni successive, annullare lo sforzo normale nelle bielle che mostrano trazione, agendo ad ogni passo sulla biella maggiormente tesa. L'annullamento dello sforzo normale in una biella comporta la formazione della cerniera nella biella sul lato opposto.

Quando esiste una soluzione equilibrata compatibile con la condizione di curva delle pressioni non esterna, con formazione di non più di 3 cerniere alternate, l'arco si trova in equilibrio statico e risulta così definito un campo di sollecitazioni che può essere assunto, da un punto di vista ingegneristico, come riferimento per le verifiche di sicurezza (considerando opzionalmente anche verifiche a compressione e ad attrito). Nelle verifiche statiche e sismiche con moltiplicatore dei carichi, il valore massimo di tale moltiplicatore viene fissato dalla soglia di formazione della quarta cerniera alternata che origina il meccanismo: l'arco perde l'equilibrio, e si scompone in parti rigide che ruotano tra loro, costituendo un vero e proprio sistema articolato, cioè un cinematismo.

La procedura fin qui esaminata non considera la possibilità di un **cedimento alle imposte**.

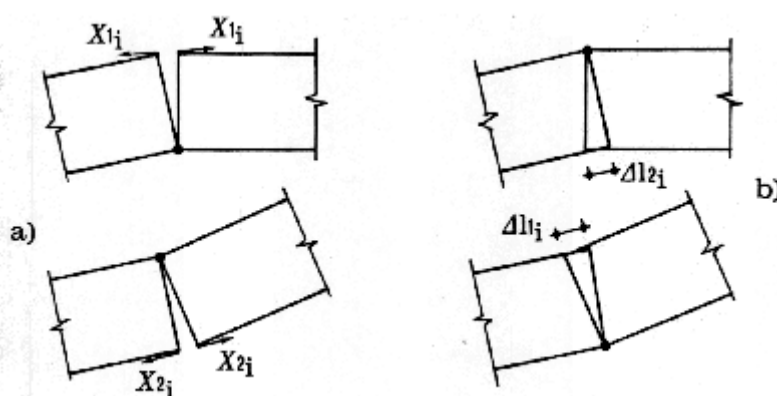
Quando oltre al campo di carichi esterni agenti sull'arco vengono anche applicati cedimenti alle imposte, la procedura richiede alcune specifiche integrazioni.

Come è stato illustrato, per soli carichi esterni le incognite cinematiche, in condizioni di equilibrio, risultano ovunque nulle e quindi l'analisi della stabilità si limita al controllo della compatibilità tra la sagoma iniziale dell'arco e la curva delle pressioni. Nel caso di compresenza di cedimenti vincolari, tale controllo di compatibilità deve essere effettuato tra la curva delle pressioni e la configurazione variata dell'arco, funzione di incognite cinematiche (le rotazioni nelle cerniere) che dipendono sia dai cedimenti stessi sia dai carichi applicati.

Si consideri dunque un arco sottoposto ad una condizione di carico verticale, per la quale la struttura risulti "stabile", e ad una configurazione di cedimenti anelastici dei vincoli, che per semplicità si possono pensare concentrati nelle imposte.

Per effetto del cedimento (consistente in uno o più movimenti fra traslazione orizzontale, traslazione verticale e rotazione, ad una o ad entrambe le imposte) la struttura si trasforma da una configurazione tre volte iperstatica ad una isostatica: di conseguenza la curva delle pressioni diventa tangente in tre punti alla sagoma dell'arco. Si formano 3 cerniere delle quali si deve individuare la posizione.

La figura seguente illustra le condizioni statiche e cinematiche che vengono controllate per la soluzione strutturale dell'arco: la configurazione che rispetta l'equilibrio deve assicurare sia l'assenza di trazioni con annullamento delle forze nelle bielle ortogonali all'interfaccia che risultano tese (fig. a; le forze  $X_{1i}$  e  $X_{2i}$  si riferiscono alle bielle d'interfaccia), sia l'assenza di ogni compenetrazione di materiale nella direzione delle bielle ortogonali all'interfaccia interessate dalla forza di compressione (fig. b) [1][2].



L'algoritmo risolutivo diviene il seguente:

**Fase 1.** Dati in input: arco, carichi statici esterni, cedimenti alle imposte.

**Fase 2.** Si individuano tutte le triplette di cerniere in grado di rispettare le condizioni richieste dal punto di vista cinematico (assenza di compenetrazione di materiale murario in corrispondenza delle bielle compresse). Se non esiste alcuna tripletta che rispetta la condizione cinematica, i cedimenti definiti in input non sono ammissibili e determinano un'impossibilità di equilibrio.



**Fase 3.** Fra tutte le triplette di cerniere individuate nella fase 2 si ricerca la tripletta in grado di soddisfare l'equilibrio con curva delle pressioni interna alla sagoma (e passante per le cerniere determinate dai cedimenti), facendo riferimento all'arco deformato. Se non esiste alcuna tripletta con tale proprietà, i carichi definiti in input non sono ammissibili e determinano un'impossibilità di equilibrio.

Se invece la tripletta che soddisfa le condizioni cinematiche e statiche viene individuata, si assegnano all'arco le 3 cerniere che lo degradano da iperstatico a isostatico.

**Fase 4.** Sulla configurazione originaria dell'arco, modificata dall'inserimento delle 3 cerniere, è possibile condurre una normale analisi per il calcolo di un moltiplicatore statico (relativo a carichi verticali variabili) o sismico (relativo all'intensità delle forze sismiche); tale procedura è da considerarsi significativa nel caso di cedimenti di piccola entità rispetto alle dimensioni geometriche dell'arco. Come per ogni altra analisi condotta con l'algoritmo implementato in SAV, il moltiplicatore viene fissato dalla formazione della quarta cerniera oppure da una condizione non ammissibile (ad esempio, sforzo normale risultante di trazione in una interfaccia non soggetta a rinforzo); ad ogni passo dell'analisi viene in ogni caso effettuata una verifica sul residuo non equilibrato: quando questo risulta non nullo, l'equilibrio non è più assicurato.

**Analisi del cedimento limite.** Nel caso che il cedimento applicato non sia di piccola entità, è necessario esaminare l'equilibrio dell'arco nella configurazione geometrica variata. Questa procedura viene seguita nel corso dell'analisi del cedimento limite, quando, sottoponendo il cedimento ad un moltiplicatore crescente, viene ricercato il valore massimo del moltiplicatore (moltiplicatore di collasso) per il quale l'arco deformato non è più in equilibrio rispettando la curva delle pressioni interna alla geometria deformata dell'arco stesso.

L'analisi del cedimento limite è di fatto indipendente da successive analisi sismiche con moltiplicatore orizzontale delle forze gravitazionali: l'analisi sismica in SAV viene infatti condotta non nella configurazione deformata dell'arco, ma in quella originaria. Si tenga presente che l'analisi sismica può comunque essere condotta sull'arco affetto da una o più cerniere predefinite (in caso di 3 cerniere, queste potrebbero essere del tutto equivalenti alle cerniere prodotte da cedimenti delle imposte); in ogni caso, le forze orizzontali sismiche incrementali agiscono su conci posti nella configurazione geometrica originaria.

Si osservi peraltro che in caso di cedimenti di entità rilevante (dell'ordine della decina di cm.), le analisi statica e sismica condotte sulla geometria originaria affetta dalle 3 cerniere dovute ai cedimenti acquistano un certo grado di convenzionalità. In casi di questo tipo gli effetti sismici sull'arco dovrebbero essere correlati non tanto all'effetto inerziale rappresentato da forze orizzontali agenti sull'arco stesso, ma alle sollecitazioni e deformazioni sismiche delle strutture su cui l'arco si imposta. Ad esempio, cedimenti che rappresentano una **traslazione orizzontale delle imposte asincrona** (allontanamento o avvicinamento reciproco contemporaneo) possono essere considerati **rappresentativi di effetti sismici** trasmessi all'arco dalle deformazioni delle strutture sulle quali l'arco si imposta.

Infatti, le pareti murarie dell'organismo edilizio da cui l'arco spicca possono vibrare in modo asincrono: si pensi ad esempio ad un arco impostato da una parte su una parete perimetrale e dall'altra su una parete interna. Le pareti interne sono maggiormente connesse all'organismo murario dell'edificio, e la vibrazione delle imposte dell'arco può avvenire in modo asincrono. L'allontanamento reciproco delle imposte può determinare una deformazione della volta tale da provocarne il crollo, specialmente in caso di volte sottili (meccanismi riscontrati ad esempio nei recenti eventi sismici dell'Italia Centrale).

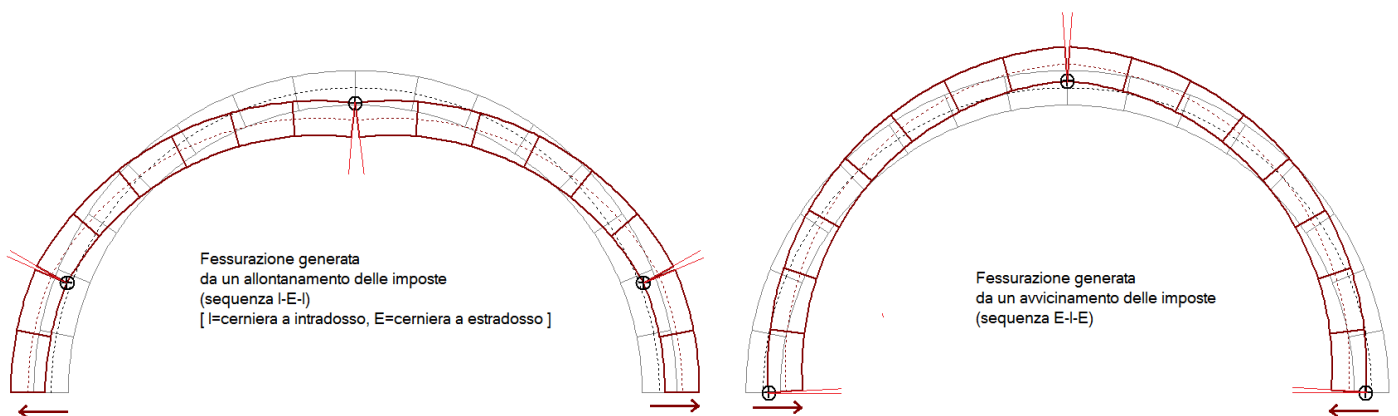
In tali casi l'analisi sismica dell'arco può svolgersi analizzando gli effetti inerziali non tanto sulle masse dell'arco stesso (studio dell'arco indeformato sottoposto a forze orizzontali crescenti), ma piuttosto sulle strutture che lo sostengono con conseguenti possibili movimenti asincroni delle imposte, valutandone le conseguenze sulla stabilità dell'arco.

Peraltro, si deve osservare che la relazione fra il valore limite di spostamento delle imposte e l'accelerazione sismica in input, aspetto da considerare per poter attribuire all'arco un indicatore di rischio sismico, è di difficile valutazione. L'arco e le pareti murarie su cui esso si imposta sono nella realtà un organismo unitario;

disaccoppiando il comportamento, occorrerà una comparazione fra spostamenti e sollecitazioni delle due strutture per accertare che la capacità calcolata studiando la struttura muraria dell'edificio sia compatibile con la capacità dell'arco.

Ad esempio, condotta un'analisi pushover si possono estrarre informazioni sullo stato di deformazione e di sollecitazione delle pareti su cui l'arco si imposta in corrispondenza del punto di funzionamento per SLV: la deformazione dovrà essere compatibile con il cedimento che l'arco può sostenere, mentre la sollecitazione (es. momento fuori piano) dovrà mostrare un margine di sicurezza tale da sostenere gli effetti ribaltanti prodotti dalla spinta dell'arco nella configurazione deformata.

E' ragionevole attendersi che i cedimenti sismici dovuti al comportamento elastoplastico dell'organismo murario, intesi come spostamenti delle imposte generati dal moto delle pareti su cui l'arco è costruito, siano di dimensioni contenute e quindi generalmente lontani dai valori limite, di ordine di grandezza inferiore rispetto a spostamenti di dimensioni più importanti che possono avere cause di altra natura (quali i cedimenti del terreno). Evidentemente, ogni caso deve essere analizzato in modo specifico.



La **Fase 2.** dell'algorithm presenta alcuni aspetti operativi particolarmente interessanti.

La ricerca delle triplette di cerniere cinematicamente ammissibili (in grado di assicurare l'assenza di compenetrazione di materiale compresso) può essere condotta con metodi di calcolo combinatorio [5], studiando tutte le possibili combinazioni di 3 cerniere su un sistema a  $m$  interfacce ( $m = N+1$ , con  $N$  = numero di conci dell'arco). E' noto che il numero di combinazioni generate da  $m$  interfacce prese 3 a 3, è fornito dalla relazione:

$$m! / [3! (m-3)!]$$

Ma ogni cerniera può essere posta in intradosso (I) o in estradosso (E) e quindi esistono 6 possibili sequenze lungo l'arco: I-E-I, E-I-E, I-E-E, I-I-E, E-E-I, E-I-I.

In definitiva, il numero delle combinazioni possibili è pari a (ricordando che  $3!=6$ ):

$$m! / (m-3)! = m \cdot (m-1) \cdot (m-2)$$

Quindi ad esempio per un arco di 14 conci (vd. figura seguente) ( $m=N+1=15$ ) si hanno:

$$15 \cdot 14 \cdot 13 = 2730 \text{ possibili triplette di cerniere.}$$

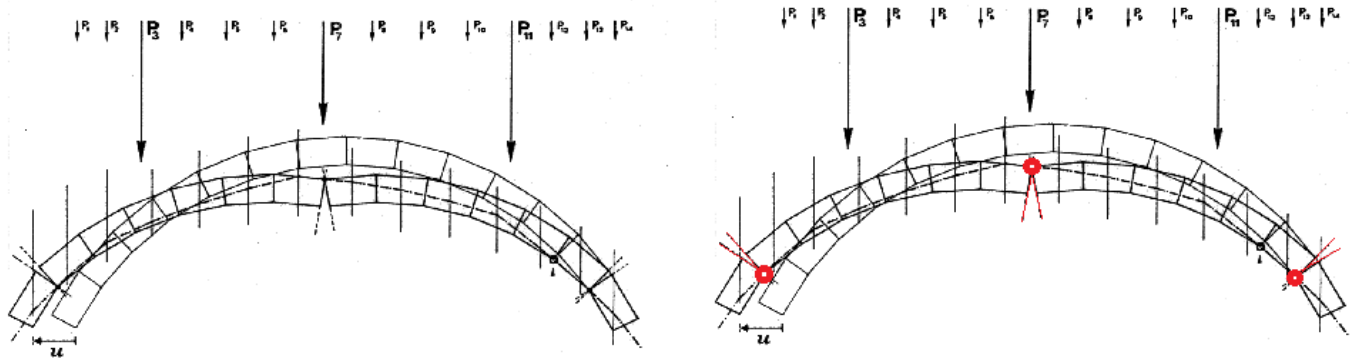
Il numero delle combinazioni cresce ovviamente in modo molto rapido con l'aumento del numero di conci: per un arco modellato con 30 conci si hanno  $31 \cdot 30 \cdot 29 = 26970$  combinazioni.

Per ognuna di queste triplette deve essere teoricamente controllata la condizione di ammissibilità cinematica con assenza di compenetrazione, e, in caso positivo, la condizione di equilibrio con curva delle pressioni interna alla sagoma dell'arco.

L'onerosità del calcolo può essere ridimensionata attraverso alcune opportune considerazioni, grazie anche ai risultati delle sperimentazioni.

Si faccia riferimento alla sequenza di cerniere a partire dall'imposta sinistra verso l'imposta destra.

In caso di cedimento consistente nella sola traslazione orizzontale verso l'esterno, la sequenza delle cerniere mostra l'alternanza: I-E-I (figura seguente), mentre il cedimento orizzontale verso l'interno genera la sequenza: E-I-E.



In caso di cedimento solo verticale verso il basso a destra, e verso l'alto a sinistra, l'arco mostra la sequenza: I-E-E.

In caso di cedimento solo verticale verso l'alto a destra, e verso il basso a sinistra, l'arco mostra la sequenza speculare: E-I-I.

Combinazioni generiche di cedimenti (traslazionali e rotazionali) possono generare sia le sequenze suddette, sia le altre rimanenti: I-I-E, E-I-I.

In base ai cedimenti in input, è quindi possibile effettuare una prima ricerca della tripletta in una particolare sequenza, estendendo la ricerca agli altri casi quando non si individua la soluzione.

La procedura implementata in SAV effettua inoltre un riordinamento delle triplette che assegna priorità a quelle caratterizzate da maggiore distanza tra le interfacce interessate dalle cerniere. Triplette con cerniere su interfacce adiacenti o vicine sono infatti meno probabili.

Con tali tecniche la ricerca dell'eventuale tripletta risolutiva viene condotta con tempi ottimizzati; a seconda dei casi può essere tuttavia richiesto un tempo di esecuzione non immediato.

La tempistica di elaborazione per l'analisi dei cedimenti è fortemente condizionata dalle modalità di discretizzazione dell'arco: si consiglia di provare a modellare l'arco con un numero di conci non troppo elevato; eventuali raffinamenti possono essere eseguiti in un approfondimento successivo.

## 2.2. ESEMPIO 1: CEDIMENTO VERTICALE AD UN IMPOSTA

L'esempio 1 relativo alle analisi con cedimenti, denominato *Esempio\_1\_2019* ed installato da SAV 2019 nella cartella: *Es-Apprendi*, si riferisce al cedimento verticale all'imposta sinistra.

Il cedimento verticale può descrivere efficacemente una condizione statica dove l'arco ha subito danneggiamenti che possono avere diversa origine (generalmente legati ad un cedimento del terreno, che potrebbe anche essersi manifestato per effetto di precedenti eventi sismici).

Si ipotizza un cedimento di 5 cm. all'imposta sinistra.

Nei paragrafi seguenti si propongono alcune analisi che illustrano le possibilità di studio offerte da SAV.

- Anzitutto vengono trattati gli effetti prodotti dal cedimento verticale sulla stabilità dell'equilibrio dell'arco e sui risultati delle analisi statica e sismica (par. 2.2.1). In questo ambito, l'analisi dei cedimenti si svolge tenendo conto della cerniera che si genera nell'arco originario per effetto dei carichi statici.
- Successivamente, viene ricercato il cedimento verticale limite, ossia il valore massimo del cedimento in corrispondenza del quale l'arco non soddisfa più le condizioni richieste per la sua stabilità (par. 2.2.2).
- Viene poi esaminata la sequenza di configurazioni generata dallo studio del cedimento limite, al fine di studiare le dimensioni degli angoli di apertura delle cerniere e delle fessurazioni ed eventualmente individuare un valore limite del cedimento in base a valori massimi che si ritengano ammissibili per tali dimensioni (par. 2.2.3).
- Infine viene studiata la relazione fra cedimento limite ed entità del carico variabile uniformemente distribuito agente sull'arco (par. 2.2.4).

### 2.2.1. EFFETTI SULLA STABILITA'

In questo paragrafo vengono trattati gli effetti prodotti dal cedimento verticale sulla stabilità dell'equilibrio dell'arco. Il cedimento statico verticale può descrivere efficacemente una condizione di fatto, in quiete sismica, dove l'arco ha subito danneggiamenti che possono avere diversa origine (generalmente legati ad un cedimento del terreno, che potrebbe anche essersi manifestato in precedenti eventi sismici).

L'esempio propone un caso già esaminato nella documentazione del software (esempio A2, par. 2.2 del Manuale degli Esempi Applicativi di SAV, a cui si rimanda per i dettagli).

Le principali caratteristiche dell'arco sono le seguenti:

- geometria: arco circolare a tutto sesto, con spessore variabile; la curva di intradosso è circolare con raggio costante. L'arco viene schematizzato come policentrico, per poter descrivere la variazione di spessore fra la zona compresa tra imposta e rene ( $s=50$  cm.), e quella compresa tra rene e chiave ( $s=40$  cm.). L'arco policentrico viene definito attraverso 3 archi elementari. L'arco è da considerarsi come la sezione trasversale di una volta a botte, e quindi ha la profondità di 1.00 m.
- l'arco è composto da 18 conci di uguale lunghezza (60 cm.)
- sono presenti: riempimento (rinfianchi), sottofondo e pavimentazione ;
- la muratura, in pietrame da taglio, ha peso specifico  $26 \text{ kN/m}^3$ ;
- condizioni di carico elementari: oltre alla prima con i carichi permanenti, si considera una seconda CCE caratterizzata da un carico lineare uniformemente distribuito pari a  $8.00 \text{ kN/m}$ ;
- comportamento strutturale: viene analizzata la sola stabilità (non sono considerate verifiche aggiuntive ad attrito e verifiche a compressione: questa scelta permette la focalizzazione dell'attenzione sugli effetti del cedimento nei confronti della stabilità).

Si vuole valutare l'effetto di un cedimento verticale di 5 cm. all'imposta sinistra.

In una prima fase, si svolge l'analisi statica dell'arco originario, con tutte le sue iperstaticità, sotto l'azione dei carichi verticali, in modo da rilevare l'eventuale formazione di cerniere statiche: in caso affermativo, esse devono essere preimpostate ai fini dell'analisi del cedimento.

Nella fase successiva, si esegue di nuovo l'analisi che anzitutto determina gli effetti del cedimento, e poi in cascata sono elaborate sulla geometria originaria le analisi statica e sismica tenendo conto delle cerniere generate dal cedimento.

Per quanto riguarda le combinazioni delle condizioni di carico elementari (CCC), ne viene definita una, considerando i carichi permanenti affetti da un moltiplicatore unitario, ed i carichi variabili da un moltiplicatore pari a 1.5, ipotizzando che tale variabilità possa avere un effetto sfavorevole sulla risposta strutturale. Il carico statico variabile aggiuntivo di calcolo è quindi pari a  $1.5 \cdot 8.00 = 12 \text{ kN/m}$ .

**Nota.** Ai fini dell'analisi del cedimento, deve essere definita un'unica **Combinazione di Condizioni di Carico** (CCC): ad essa corrisponde la formazione delle 3 cerniere che a seguito del cedimento rendono l'arco isostatico, e condizionano i risultati della successiva esecuzione delle analisi statica e sismica. Se le CCC fossero più di una in uno stesso file, le cerniere generate dal cedimento potrebbero essere diverse fra differenti CCC e di conseguenza le successive analisi dovrebbero preferire una CCC a cui riferirsi. Pertanto, si procede considerando una sola CCC statica, alla quale si fanno corrispondere le cerniere prodotte dal cedimento; tali cerniere agiranno anche sullo stato di sollecitazione delle analisi statica e sismica condotte a cedimento avvenuto.

Per studiare altre ipotesi di carichi verticali che per effetto del cedimento generano altre triplete di cerniere, si opererà salvando più files e definendo in ciascuno di essi la CCC desiderata (le CCE saranno invece in tal modo coincidenti fra i diversi files riferiti al medesimo progetto).

Si osservi inoltre che gli studi condotti sugli effetti dei cedimenti mostrano che i principali parametri in gioco:

- geometria dell'arco e sua discretizzazione (numero di conci);
- entità e distribuzione dei carichi applicati (uniforme, su tutta la luce o solo su una parte, concentrato...);
- entità e tipologia dei cedimenti anche combinati fra loro (orizzontale, verticale e/o rotazionale, ad una o entrambe le imposte):

svolgono un ruolo complesso e non è immediato prevedere se la sicurezza aumenta aumentando il carico, come spesso si ipotizza per le strutture ad arco: notoriamente, nei confronti della stabilità statica esse beneficiano di maggior carico verticale, ma la compresenza dei cedimenti e la conseguente geometria deformata con il riposizionamento della curva delle pressioni possono generare instabilità che sopraggiungono con carichi più elevati.

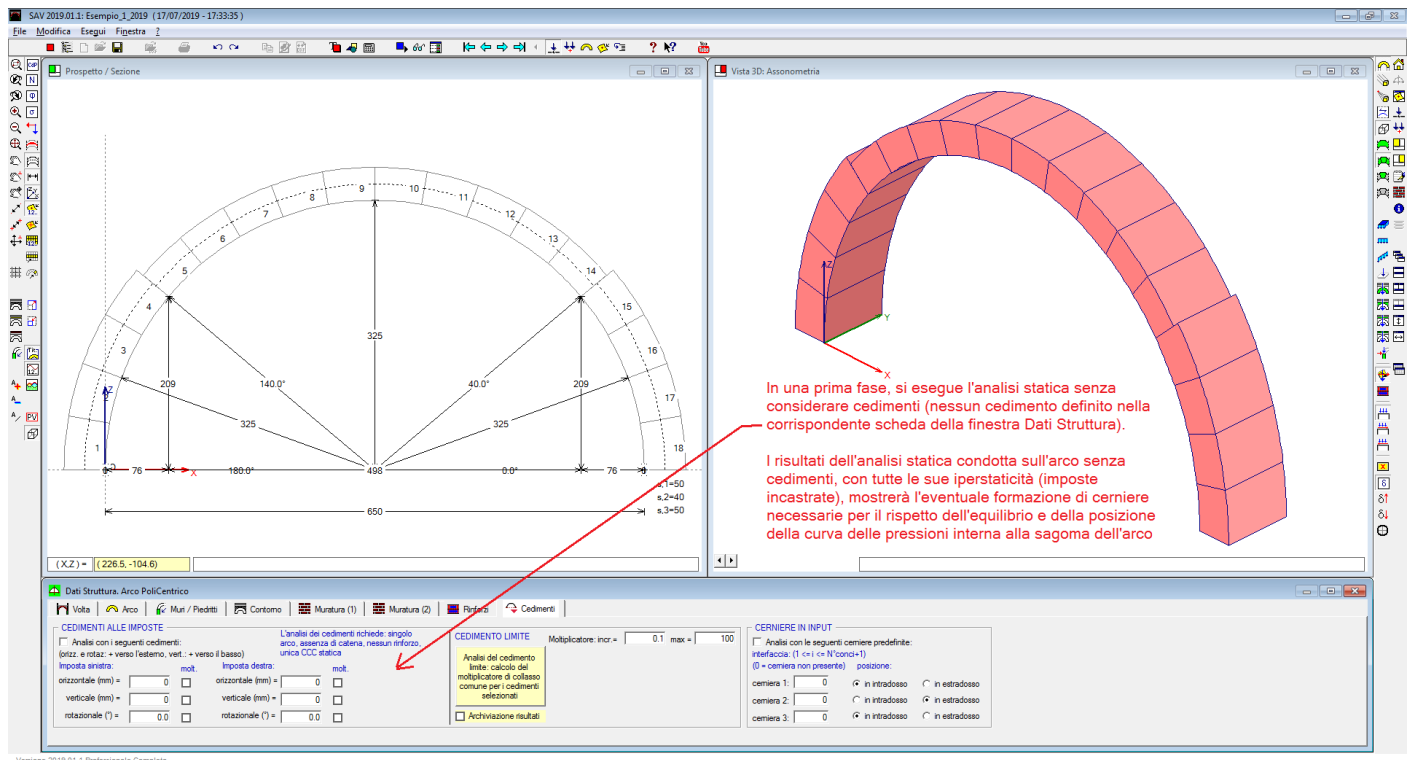
Per tale motivo, nel par. 2.2.4 si propone un approfondimento della dipendenza della capacità dell'arco in termini di cedimento limite dall'entità del carico applicato.

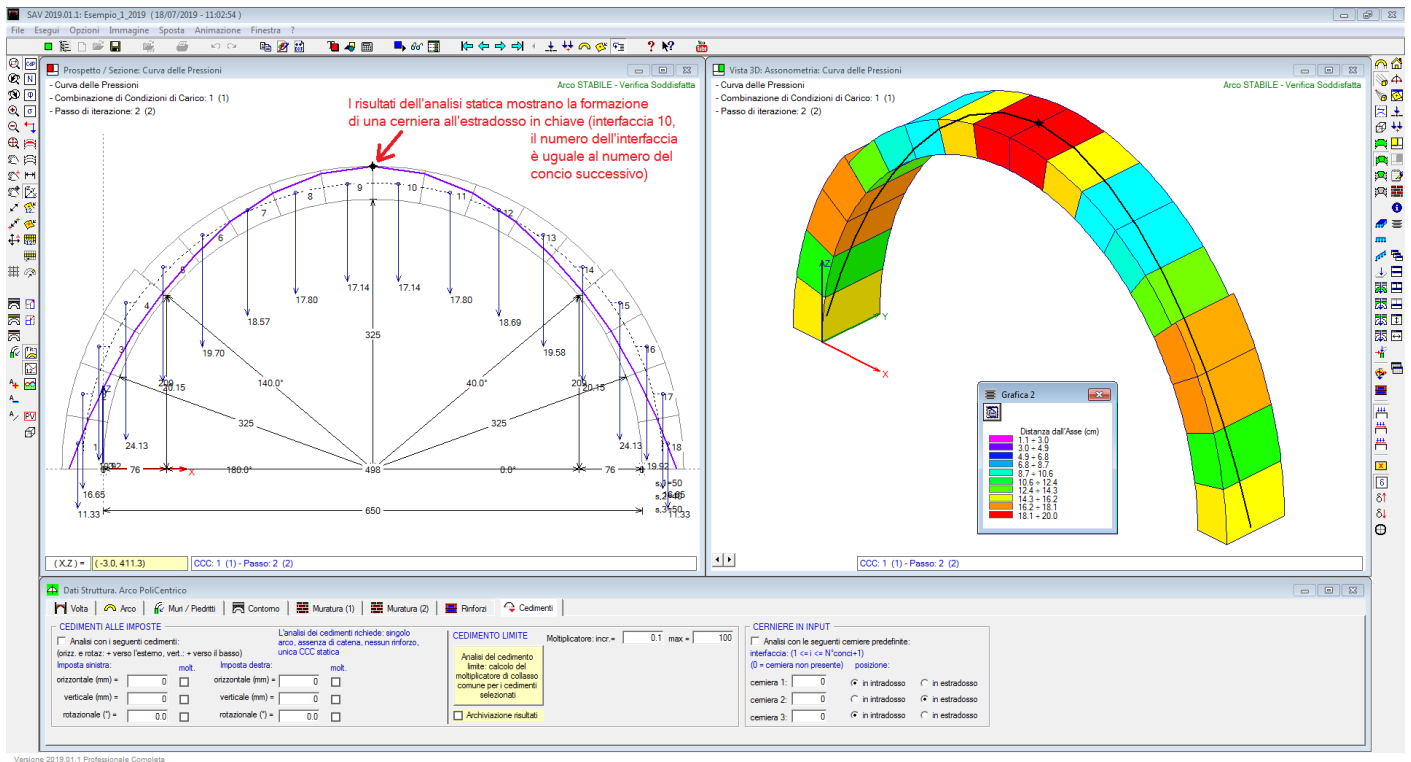
A seguito di queste considerazioni, non è quindi immediato decidere quali coefficienti moltiplicatori  $\gamma_G$  e  $\gamma_Q$  delle CCE siano da preferire ai fini della verifica di sicurezza; la normativa vigente (Tab. 2.6.I in §2.6.1 del D.M. 17.1.2018) costituisce un riferimento da cui trarre possibili combinazioni.

Nell'esempio in esame si è scelto  $\gamma_G=1.0$  e  $\gamma_Q=1.5$ , ma sono ovviamente possibili altre scelte.

Peraltro, il coefficiente moltiplicatore del carico variabile,  $\gamma_Q$ , verrà utilizzato, in questo esempio, per variare il carico distribuito applicato e poter così condurre lo studio di dipendenza del cedimento dal carico proposto nel par. 2.2.4. ■

Si esegue dunque l'analisi statica. L'arco risulta stabile sotto i carichi agenti, e forma una cerniera in chiave in estradosso (interfaccia n°10: il numero delle interfacce va da 1 a N+1, con N numero di conci; pertanto, il numero di un'interfaccia è uguale al numero del concio successivo, a partire dall'imposta sinistra verso l'imposta destra).



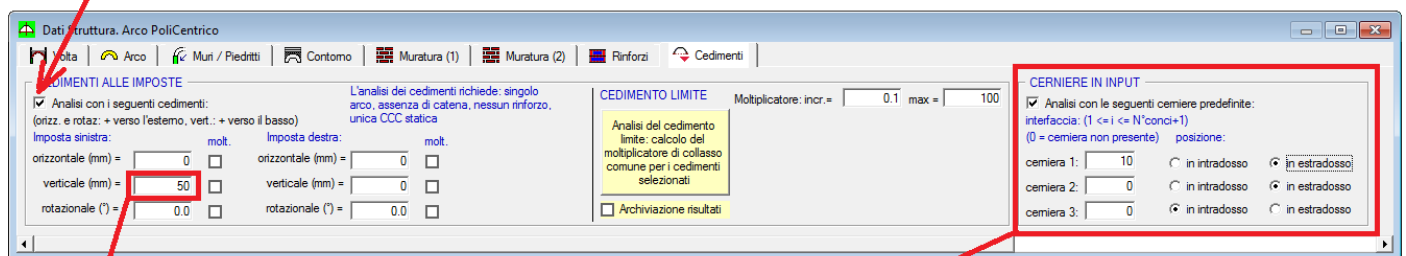


La cerniera in chiave in estradosso viene ora introdotta in input come cerniera predefinita, in modo da essere forzatamente inclusa nella tripletta ricercata nel corso della risoluzione della configurazione isostatica prodotta dal cedimento.

Si seleziona quindi il check per l'analisi con i cedimenti specificati (50 mm. verticale verso il basso all'imposta sinistra): a questo punto l'arco è pronto per l'esecuzione dell'analisi con cedimenti. Lanciando normalmente l'analisi (comando **▶**, o: tasto funzione F5), viene anzitutto eseguita l'analisi con cedimenti, quindi a cascata le analisi statica e sismica (condizionate dalle cerniere prodotte dall'analisi con cedimenti).

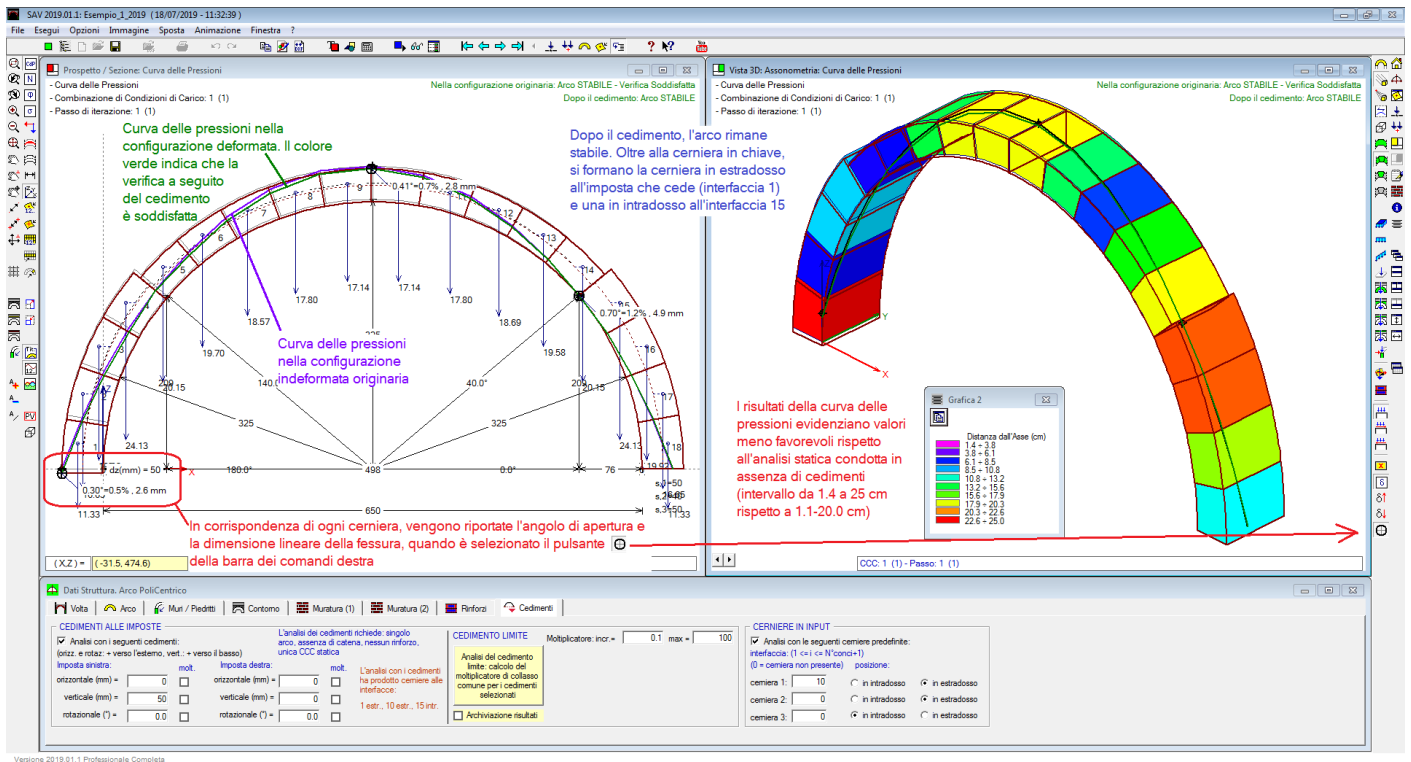
Se il pulsante **6** è premuto (barra degli strumenti laterale destra, in basso) [Mecc. di collasso (sismica) - Cedimenti (statica)], dopo l'elaborazione verrà mostrata la configurazione deformata dell'arco, ed in essa la curva delle pressioni se il corrispondente pulsante **CFP** è premuto (barra degli strumenti laterale sinistra, in alto), oltre che nella configurazione originaria. Risultano quindi direttamente confrontabili le variazioni sia di geometria, sia di posizione della curva delle pressioni.

Per fare in modo che l'elaborazione di calcolo inizi con l'analisi dei cedimenti, deve essere selezionata questa opzione



Deve inoltre essere definito almeno un cedimento non nullo: in questo caso, si considera un cedimento verticale verso il basso dell'imposta sinistra pari a 50 mm.

Qui è stata inserita in input la cerniera statica posta in estradosso all'interfaccia di chiave (la n° 10). Le altre cerniere predefinite sono nulle



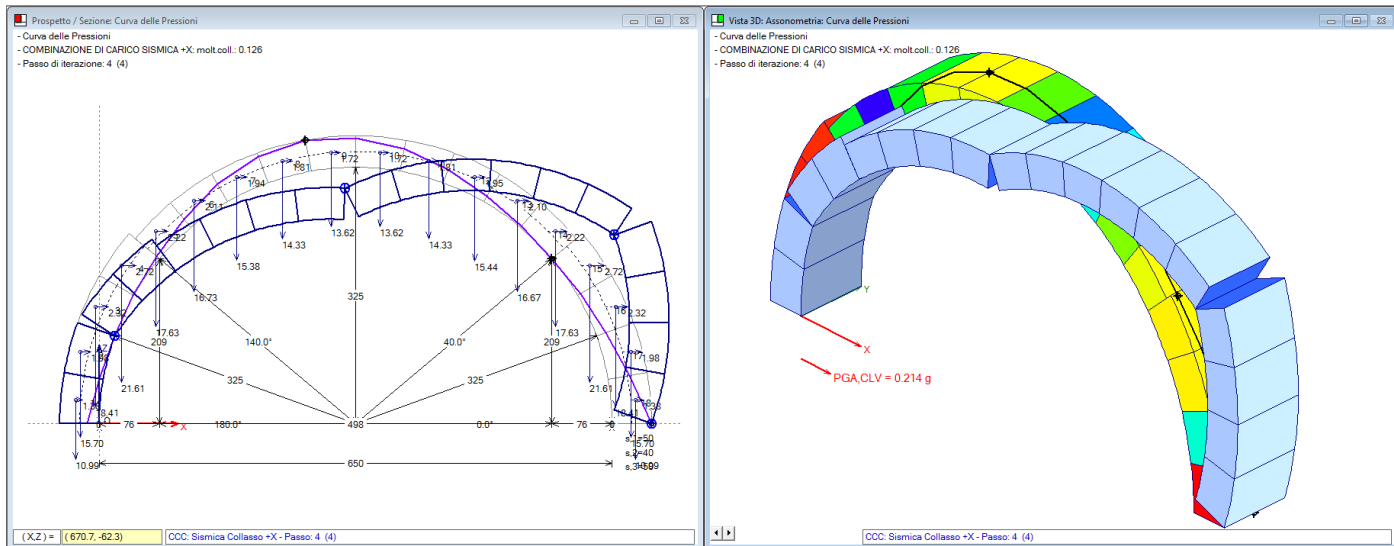
Come mostrato in figura, a seguito del cedimento l'arco risulta stabile; oltre alla cerniera preimpostata in estradosso in chiave, per le motivazioni statiche illustrate in precedenza, si formano per effetto dello spostamento dell'imposta sinistra due cerniere: una all'imposta sinistra stessa, cioè l'imposta sede del cedimento verticale (da notare che il cedimento verticale di un'imposta non implica necessariamente che la prima cerniera si formi nell'imposta stessa). Le tre cerniere corrispondono alla tripletta che il software ha individuato come capace di rispettare le condizioni cinematiche (sulla compenetrazione del materiale) e statiche (sull'equilibrio con curva delle pressioni interna all'arco).

La grafica mostra come la curva delle pressioni aggiornata sull'arco deformato sia contenuta interamente nella sagoma modificata dell'arco, e la verifica di sicurezza è soddisfatta.

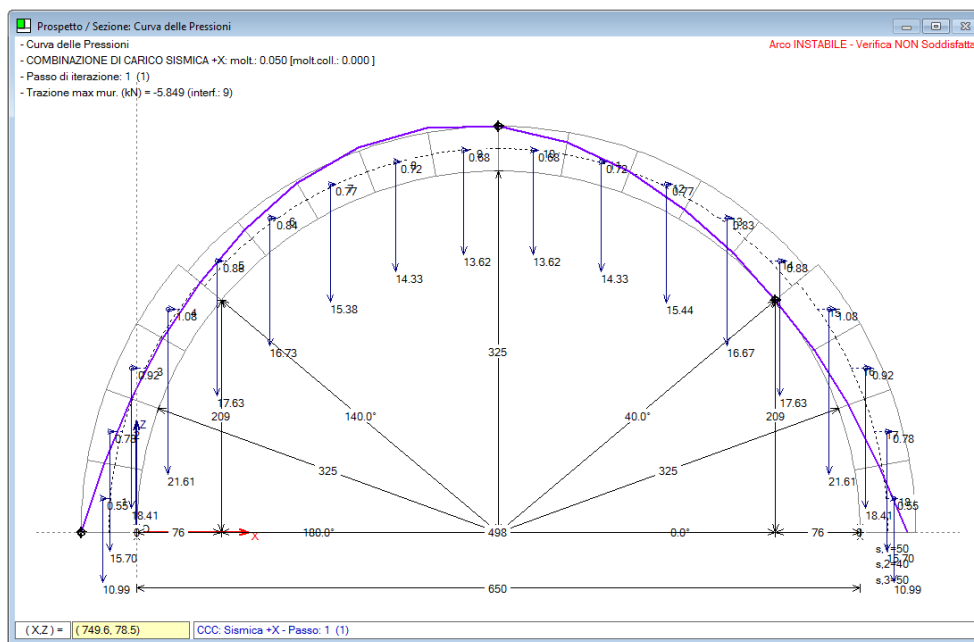
Si osservi nell'immagine i valori dell'apertura angolare e della fessurazione (dimensione lineare di apertura sul lato opposto alla cerniera) in corrispondenza di ognuna delle 3 cerniere.

Trattandosi di un cedimento piccolo, pari allo 0.8% rispetto alla luce dell'arco (distanza fra gli intradossi alle imposte: 650 cm), assumono ottima attendibilità anche le analisi statica e sismica eseguite in cascata all'analisi del cedimento, e condotte sulla configurazione originaria resa isostatica dalle cerniere generate dal cedimento, in modo da definire la capacità residua dell'arco in relazione alla capacità originaria. L'analisi statica post-cedimento mostra un peggioramento rispetto all'assetto statico indeformato (la distanza della curva delle pressioni dall'asse dell'arco è aumentata).

Per quanto riguarda l'analisi sismica condotta sull'arco applicando forze orizzontali definite da un moltiplicatore dei carichi verticali, nella configurazione originaria si ottengono i risultati illustrati nell'immagine seguente.



L'arco ha un moltiplicatore di collasso orizzontale pari a 0.126, in corrispondenza del quale si forma il meccanismo di collasso evidenziato in figura. Possiamo osservare che a parte la cerniera in chiave in estradosso, di origine statica e quindi presente anche nel comportamento sismico, e la cerniera successiva verso destra, la prima cerniera si trova non sulla stessa interfaccia, ma soprattutto in posizione opposta rispetto a quella prodotta dal cedimento verticale all'imposta sinistra. Questa 'incompatibilità' sull'ubicazione della prima cerniera induce a ipotizzare un sostanziale peggioramento del comportamento sismico a seguito del cedimento. Ed infatti l'analisi sismica condotta in cascata al cedimento mostra un risultato negativo (figura seguente).



Anche per un piccolo valore del moltiplicatore orizzontale, pari a 0.050, la curva delle pressioni, a causa delle cerniere imposte dal cedimento, fuoriesce nelle zone di estradosso a sinistra della chiave. Il moltiplicatore di collasso risulta nullo. Questo risultato ci mostra che un cedimento verticale ad un'imposta può condizionare fortemente il successivo comportamento sismico dell'arco.

Tuttavia, si deve considerare che un arco può subire effetti sismici non tanto per l'inerzia delle sue stesse masse sullo schema originario indeformato, quanto piuttosto per spostamento reciproco delle imposte prodotto dalle forze inerziali agenti sulle strutture principali (pareti) sulle quali l'arco si imposta: l'esempio 2 (par. 2.3) propone questa interpretazione, rinviando la capacità sismica (e quindi la definizione dell'indicatore di rischio sismico) alla capacità delle strutture murarie (pareti) su cui l'arco si imposta, in



relazione sia allo spostamento di queste in fase sismica (che può generare l'allontanamento reciproco delle imposte) sia alla sollecitazione ribaltante indotta dalla spinta dell'arco aggiuntiva rispetto ai momenti fuori piano direttamente competenti alla parete.

Il problema è stato in precedenza rilevato nel par. 2.1, e si presenta in generale piuttosto complesso. Può essere affrontato utilizzando gli strumenti di calcolo disponibili e applicando valutazioni ingegneristiche da adattare allo specifico progetto esaminato.

**Nota.** L'eventuale studio dell'**analisi sismica post-cedimento** su una configurazione deformata, vista come analisi con forze inerziali nei conci applicate all'arco deformato, può essere gestita da SAV definendo un arco generico con geometria inserita per punti. ■

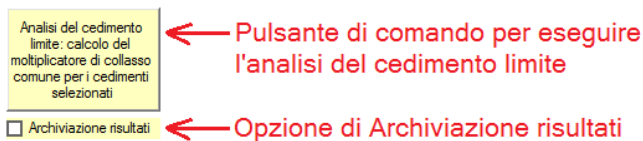
## 2.2.2. RICERCA DEL CEDIMENTO VERTICALE LIMITE

Nel paragrafo precedente, si è mostrato che l'arco può sostenere un cedimento verticale di 50 mm. all'imposta sinistra restando stabile.

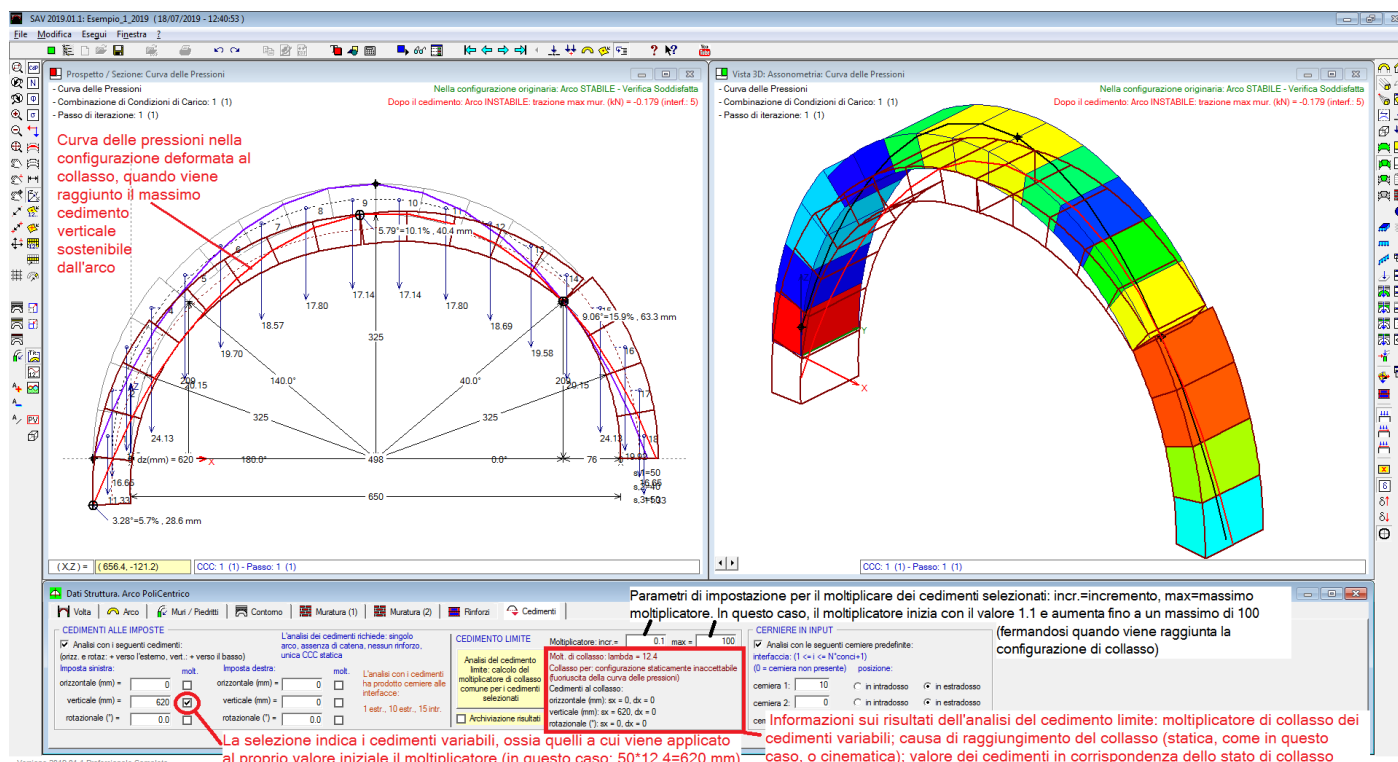
E' lecito domandarsi quanto possa crescere tale cedimento mantenendo l'arco in sicurezza: in altri termini, quale sia il cedimento verticale limite, ovvero quel valore massimo in corrispondenza del quale l'arco non soddisfa più le condizioni richieste per la sua stabilità.

L'analisi del cedimento limite permette di selezionare i cedimenti in input cui applicare un moltiplicatore, esaminando le configurazioni progressivamente determinate dall'incremento del moltiplicatore, fino a trovare il valore limite del campo di cedimenti.

Per eseguire l'analisi del cedimento limite è disponibile un apposito pulsante di comando: 'Analisi del cedimento limite: calcolo del moltiplicatore di collasso comune per i cedimenti selezionati'.



Per l'esempio corrente si ottengono i risultati illustrati nell'immagine seguente.



Si rileva un cedimento limite pari a 620 mm, valore piuttosto elevato, in corrispondenza del quale l'arco perde stabilità per fuoriuscita della curva delle pressioni in una o più interfacce distinte da quelle sedi di cerniera.

In generale, il calcolo è sensibile alle impostazioni numeriche. Si tenga presente che il processo incrementale parte dal cedimento iniziale, in questo caso 50 mm.

Prima di eseguire l'analisi del cedimento limite può essere opportuno applicare un cedimento piccolo, accertarsi se l'arco è in equilibrio sotto tale cedimento (in questo esempio lo era), e a questo punto calcolare il cedimento limite. L'elaborazione del cedimento limite procederà incrementando i cedimenti variabili fino al raggiungimento del collasso.

In ogni caso, qualora si parta da un valore iniziale di cedimento non sostenibile, il metodo incrementale terminerà al primo passo evidenziando l'impossibilità per l'arco di sostenere cedimenti amplificati.

**Nota.** Per quanto riguarda le **cause di termine dell'analisi dei cedimenti** con identificazione del cedimento limite, queste vengono segnalate nella finestra grafica, in alto a destra. Frequentemente si tratta della fuoriuscita della curva delle pressioni, e in tali casi vengono segnalati il valore della trazione non ammissibile (superiore al valore specificato nei Parametri di Calcolo, scheda Impostazioni, gruppo Precisione Forze: valore di trazione accettabile per muratura non consolidata) e la corrispondente interfaccia.

Può anche verificarsi il caso di condizione cinematicamente non ammissibile.

Infatti, alcune configurazioni deformate sono caratterizzate da cerniere che a seguito di ulteriori incrementi del cedimento possono mostrare una progressiva riduzione dell'angolo di apertura fino a tendere alla compenetrazione del materiale. Questo accade quando le cerniere determinate dal cedimento iniziale (primo passo dell'analisi incrementale) vengono mantenute invariate nei passi successivi.

Trattandosi di cinematica di corpi rigidi, sembra tuttavia lecito accettare la possibilità che le cerniere cambino posizione nel corso del processo incrementale: ciò corrisponde alla chiusura delle corrispondenti fessure, zone sottoposte di nuovo a compressione. L'impostazione predefinita di SAV prevede la possibilità di variazione delle cerniere durante l'analisi dei cedimenti; il parametro corrispondente si trova nella finestra Parametri di Calcolo, scheda Impostazioni, gruppo: Per Analisi del Cedimento limite.

Deselezionando questa opzione, si impone che le cerniere che si formano all'inizio del processo di spostamento restino fisse nei passi successivi: ma questo, come sopra accennato, può condurre, specialmente in casi di cedimenti composti (orizzontali e verticali), a un rapido stop del procedimento, ottenendo un cedimento limite che potrebbe non essere realistico. ■

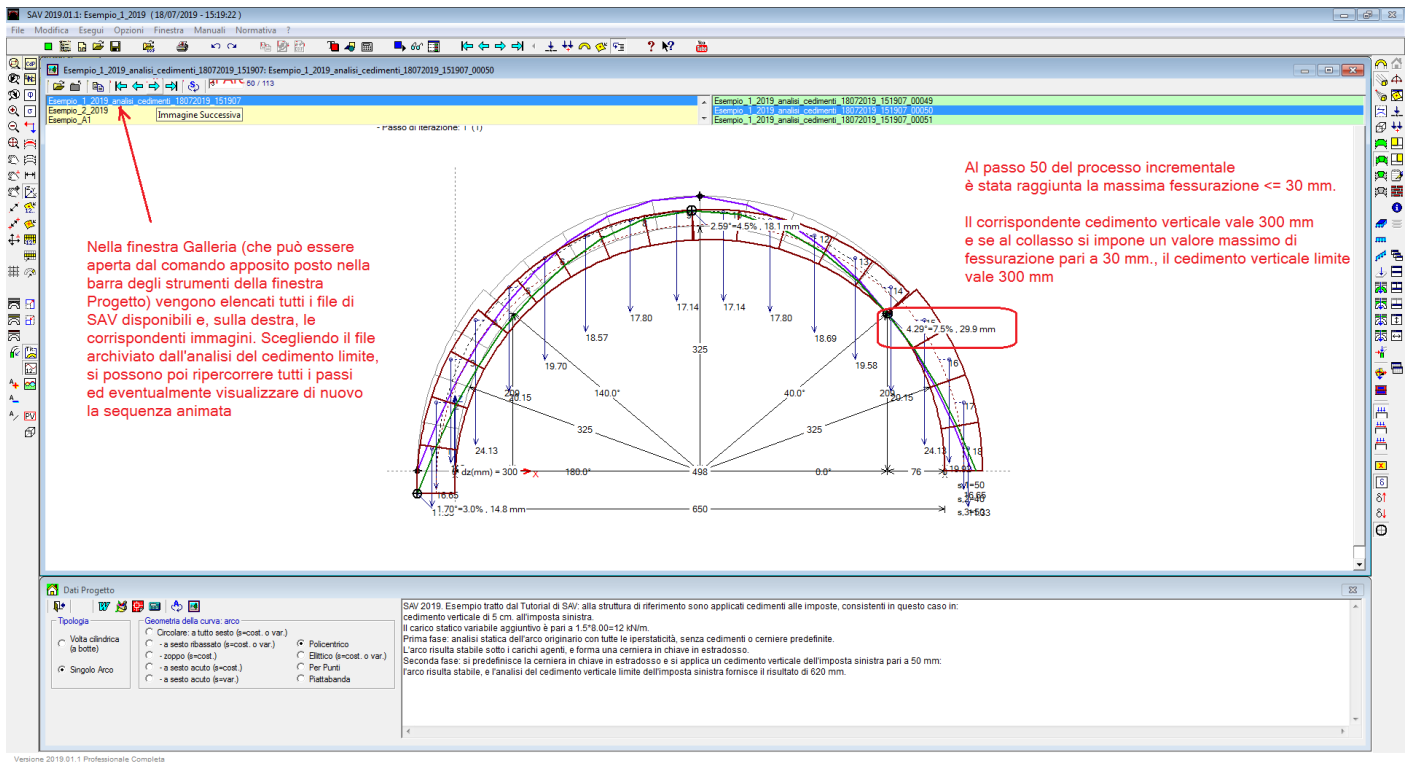
### 2.2.3. CEDIMENTO AMMISSIBILE IN RELAZIONE ALL'APERTURA DELLE FESSURE

La ricerca del cedimento verticale condotta al paragrafo precedente ha prodotto una serie di configurazioni intermedie, ognuna delle quali mostra, con l'incremento progressivo del moltiplicatore del cedimento, la variazione dell'angolo di apertura delle cerniere e della corrispondente fessurazione.

Se si desidera imporre un valore massimo all'apertura delle fessure, qualora in corrispondenza del cedimento limite si rilevi un superamento di tale valore, è comunque possibile esaminare le configurazioni suddette per individuare quella che segna il raggiungimento della massima fessurazione consentita.

Nell'esempio corrente, nella configurazione di collasso, per un cedimento verticale di 620 mm., la fessurazione massima si presenta in corrispondenza della cerniera all'interfaccia 15 e vale: 63.3 mm., con un angolo di apertura della cerniera pari a  $9.06^\circ = 15.9\%$ .

Supponiamo che si consideri accettabile una fessurazione non oltre 30 mm.: occorre riesaminare il percorso fessurativo progressivo, per individuare il corrispondente cedimento verticale, da assumere come cedimento limite effettivo.



Se il check '**Archiviazione risultati**' era attivo al momento dell'elaborazione, al termine di essa è stato eseguito il salvataggio di un progetto con cedimento limite contenente la configurazione al collasso, e nel corso dell'elaborazione sono state salvate le immagini della finestra grafica (la finestra normalmente posta in alto a sinistra, in genere dedicata al disegno del prospetto dell'arco, vista particolarmente efficace ai fini della rappresentazione del cedimento progressivo). E' quindi possibile riesaminare la sequenza, sia in animazione sia consultando singole immagini, ognuna corrispondente ad un passo dell'analisi, attraverso la finestra Galleria (vd. immagine precedente).

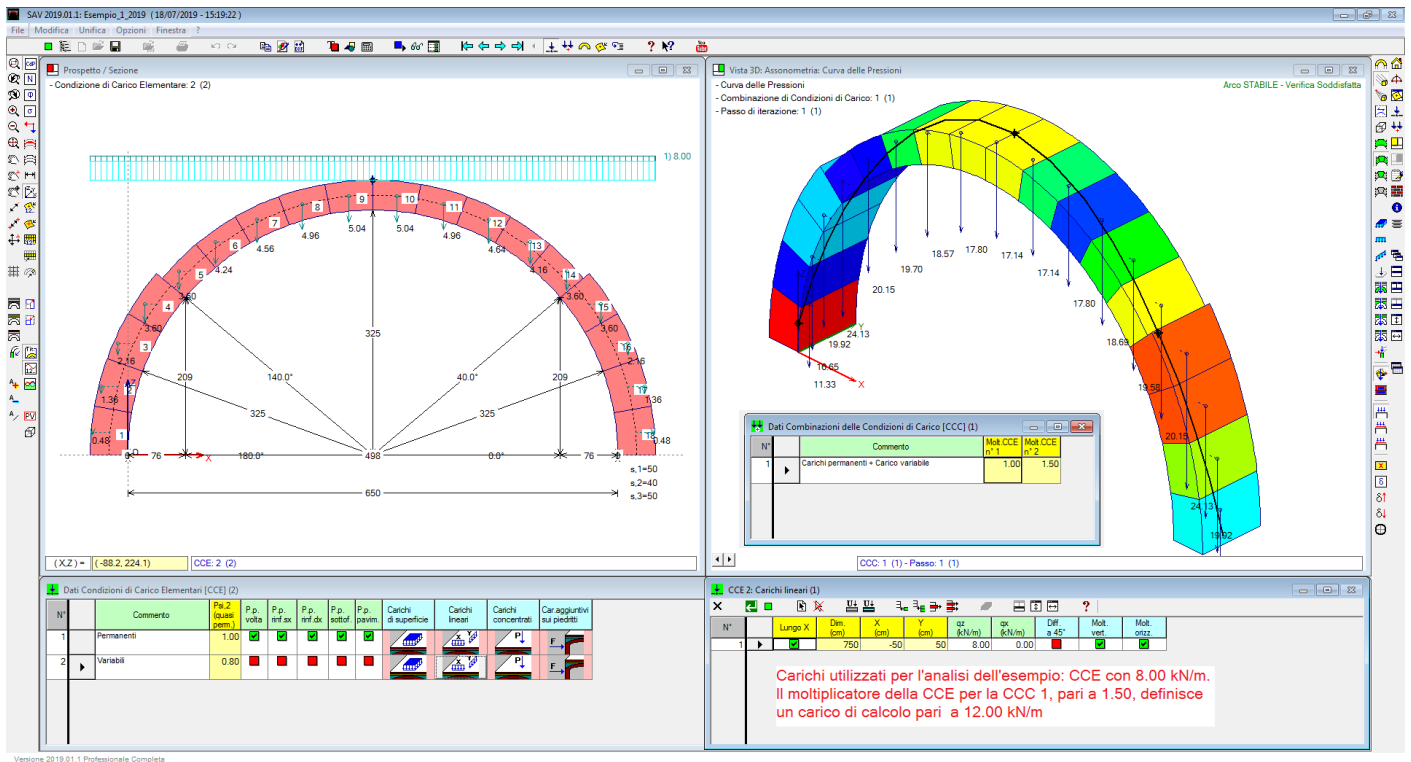
Il file dell'esempio, con estensione .sav, archiviato nella stessa cartella dell'esempio corrente, viene denominato: *Esempio\_1\_2019\_analisi\_cedimenti\_18072019\_151907.sav* (i campi in rosso qui riportati sono indicativi e si riferiscono a data (ggmmaaaa) e ora (hhmmss) in cui il file è stato creato).

Aperto quindi la finestra Galleria, si ricerca il passo dell'analisi del cedimento limite corrispondente al raggiungimento della massima fessurazione ammessa, pari a 30 mm.

Rilevando il cedimento verticale corrispondente (300 mm.), questo può essere assunto come cedimento limite.

## 2.2.4. CEDIMENTO LIMITE IN FUNZIONE DEL VALORE DI UN CARICO VARIABILE

In questo paragrafo si propone un'interessante applicazione delle funzionalità di SAV 2019: lo studio della relazione fra cedimento limite ed entità del carico variabile uniformemente distribuito agente sull'arco. Rieseguendo le analisi più volte, modificando ogni volta il carico agente, è possibile costruire un grafico che lega il cedimento limite al carico applicato.



L'esempio corrente è stato analizzato per un carico variabile pari a 8.0 kN/m, che a causa del coefficiente moltiplicativo 1.5 definito nella CCC esaminata, diviene pari a 12.0 kN/m.

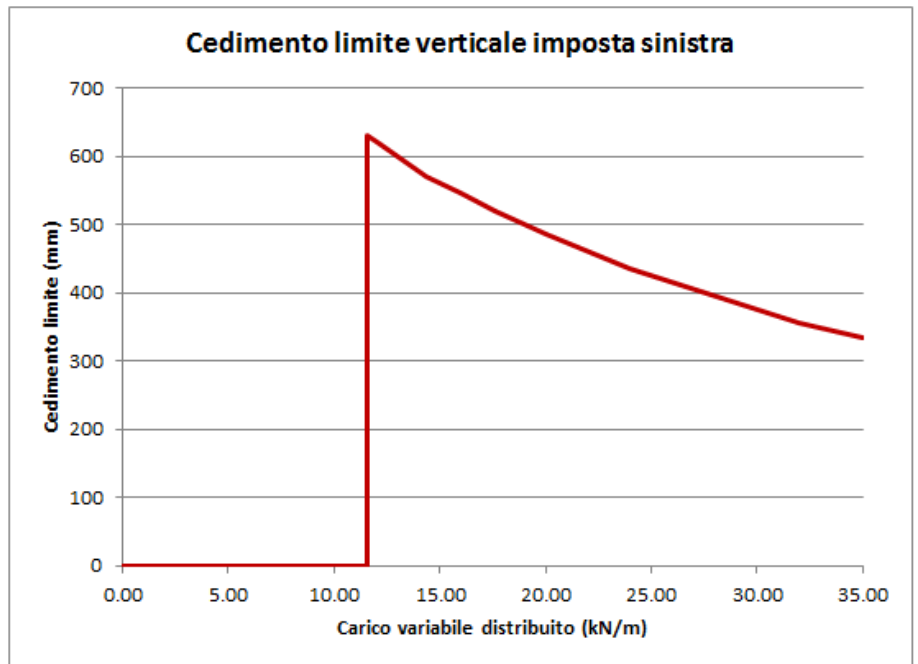
Modificando semplicemente il coefficiente moltiplicativo, senza agire sul valore in input del carico, si sono condotte più analisi del cedimento limite, ottenendo i risultati riportati nel grafico seguente. Ricordiamo che il cedimento verticale dell'imposta sinistra in input, valore di partenza per l'analisi del cedimento limite, è stato assunto pari a 50 mm.

E' interessante osservare che per  $q < 11.60$  kN/m non vi è alcun cedimento sostenibile: questo significa che anche se l'arco è stabile staticamente (come noto, con una cerniera all'estradosso in chiave), un seppur minimo cedimento provoca l'insorgere di altre 2 cerniere ma non riesce ad assestarsi su una configurazione cinematicamente e staticamente ammissibile. Il basso valore del carico fa sì che la curva delle pressioni, a causa delle cerniere generatesi, fuoriesca dalla sagoma dell'arco e si determinano trazioni non accettabili.

**Nota.** E' evidente che il risultato dipende dal valore considerato accettabile per la trazione nella muratura non consolidata. : quanto presentato nel grafico è stato ottenuto considerando una massima trazione accettabile pari a 0.010 kN, il che su uno spessore di 40 cm. per una profondità di 100 cm. significa una resistenza a trazione praticamente nulla. Se si consentisse una capacità a trazione della muratura non consolidata pari a 1.0 kN (corrispondente per l'arco esaminato a:  $1.0 \cdot 1000 / 1000 / 400 = 0.0025$  N/mm<sup>2</sup>, valore che può essere considerato accettabile per la muratura considerata), si otterrebbe ad esempio in corrispondenza di un carico pari a 8.00 kN/m (moltiplicatore 1.00 nella CCC) un cedimento limite pari a 735 mm.

Pertanto: è sì opportuno studiare il comportamento dell'arco non consolidato considerando una resistenza a trazione nulla, pur tuttavia una minima resistenza a trazione può modificare nettamente il risultato. Ogni elaborazione deve essere soggetta al giudizio ragionato del Progettista. ■

Carico (kN/m)	Cedim.vert.limite(mm)
0.00	0
4.00	0
4.80	0
5.60	0
6.40	0
7.20	0
8.00	0
9.60	0
10.40	0
11.20	0
11.60	0
11.60	630
12.00	620
14.40	570
16.00	545
17.60	520
20.00	485
24.00	435
32.00	355
35.00	335



Per  $q=11.60$  kN/m si manifesta all'improvviso un cedimento verticale ammissibile pari a 630 mm. Da questo punto in poi, per valori crescenti del carico applicato, il cedimento verticale ammissibile scende gradualmente, con andamento curvilineo.

Da questo studio si traggono alcune indicazioni:

- carichi bassi (situazione nella realtà più probabile) o troppo elevati riducono il cedimento verticale limite;
- assegnando all'arco una pur piccola resistenza a trazione, il comportamento può stabilizzarsi anche in presenza di carichi bassi.

### 2.3. ESEMPIO 2: SPOSTAMENTI ORIZZONTALI ASINCRONI DELLE IMPOSTE

L'esempio 2 relativo alle analisi con cedimenti, denominato *Esempio\_2\_2019* ed installato da SAV 2019 nella cartella: *Es-Apprendi*, si riferisce allo spostamento orizzontale reciproco (asincrono) delle imposte. Questa configurazione rappresenta una possibile modellazione del comportamento dell'arco in fase sismica. Sotto l'effetto del sisma, le murature perimetrali possono infatti subire spostamenti orizzontali ai livelli in cui si impostano gli archi o le volte, mentre quelle interne, maggiormente legate all'organismo resistente murario, non si muovono in modo sincrono con le perimetrali. A causa della traslazione delle imposte, l'arco si adatta, se possibile, allo spostamento formando 3 cerniere interne.

Nei paragrafi seguenti vengono illustrate alcune analisi significative.

- Anzitutto, si studiano gli effetti prodotti dagli spostamenti orizzontali delle imposte sulla stabilità dell'equilibrio dell'arco (par. 2.3.1).
- Viene quindi ricercato il valore limite dello spostamento (par. 2.3.2).
- Infine si propone lo studio della dipendenza dello spostamento limite orizzontale da un cedimento verticale contemporaneo, considerando prima il caso che sia fisso (cedimento manifestatosi prima del movimento delle imposte) e poi il caso che sia variabile (cedimento verticale che aumenta progressivamente insieme allo spostamento orizzontale) (par. 2.3.3).

Lo studio della relazione fra spostamento orizzontale reciproco (asincrono) delle imposte e spostamento verticale anch'esso asincrono (cedimento verticale applicato ad una sola imposta o di segno alterno ad entrambe le imposte) è particolarmente interessante per comprendere la relazione fra movimenti orizzontali e verticali: per la fase sismica questo modello si propone di interpretare la situazione reale, dove a causa

della spazialità del fenomeno le strutture sono contemporaneamente esposte ad azioni inerziali orizzontali e verticali con i relativi spostamenti.

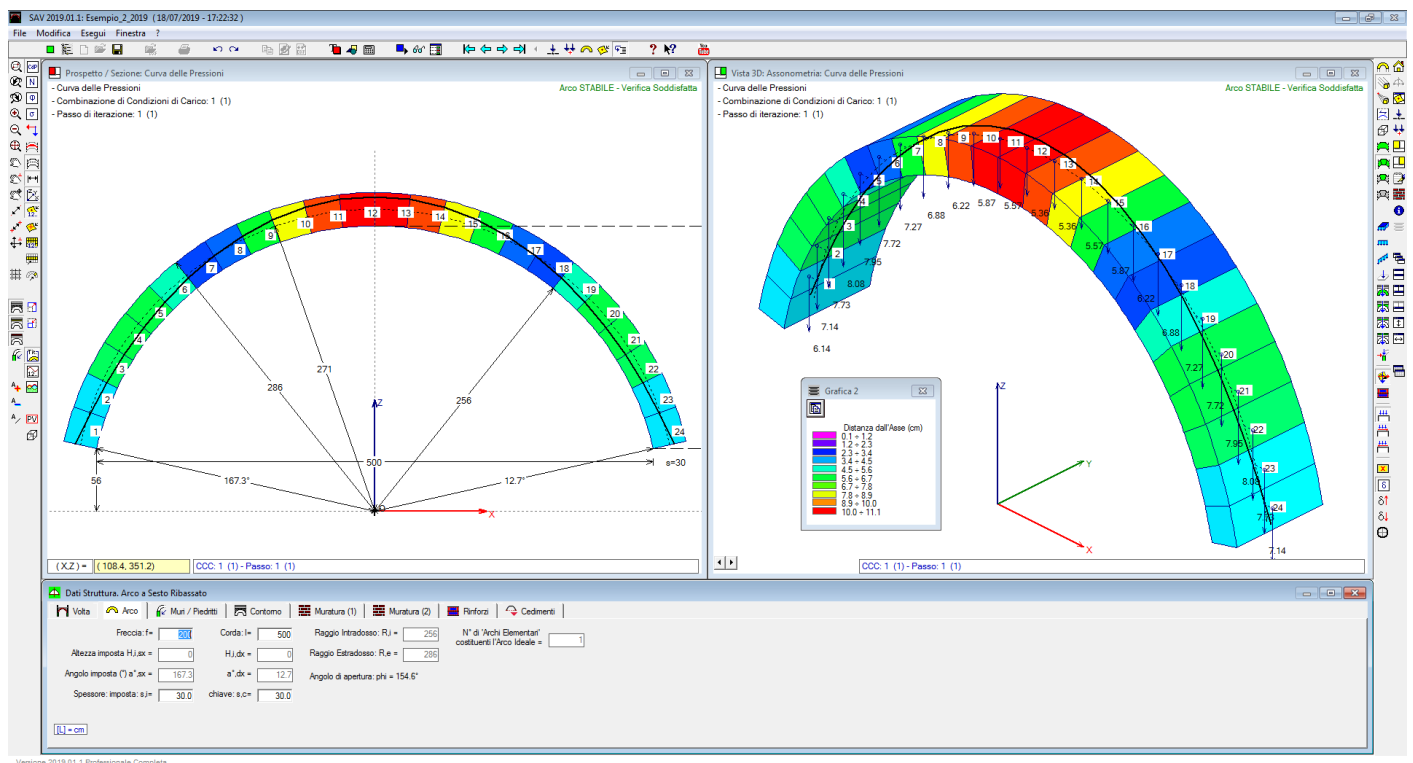
### 2.3.1. EFFETTI SULLA STABILITA'

In questo paragrafo si studiano gli effetti prodotti dagli spostamenti orizzontali delle imposte sulla stabilità dell'equilibrio dell'arco.

Si tratta di un arco a sesto ribassato, con le seguenti caratteristiche:

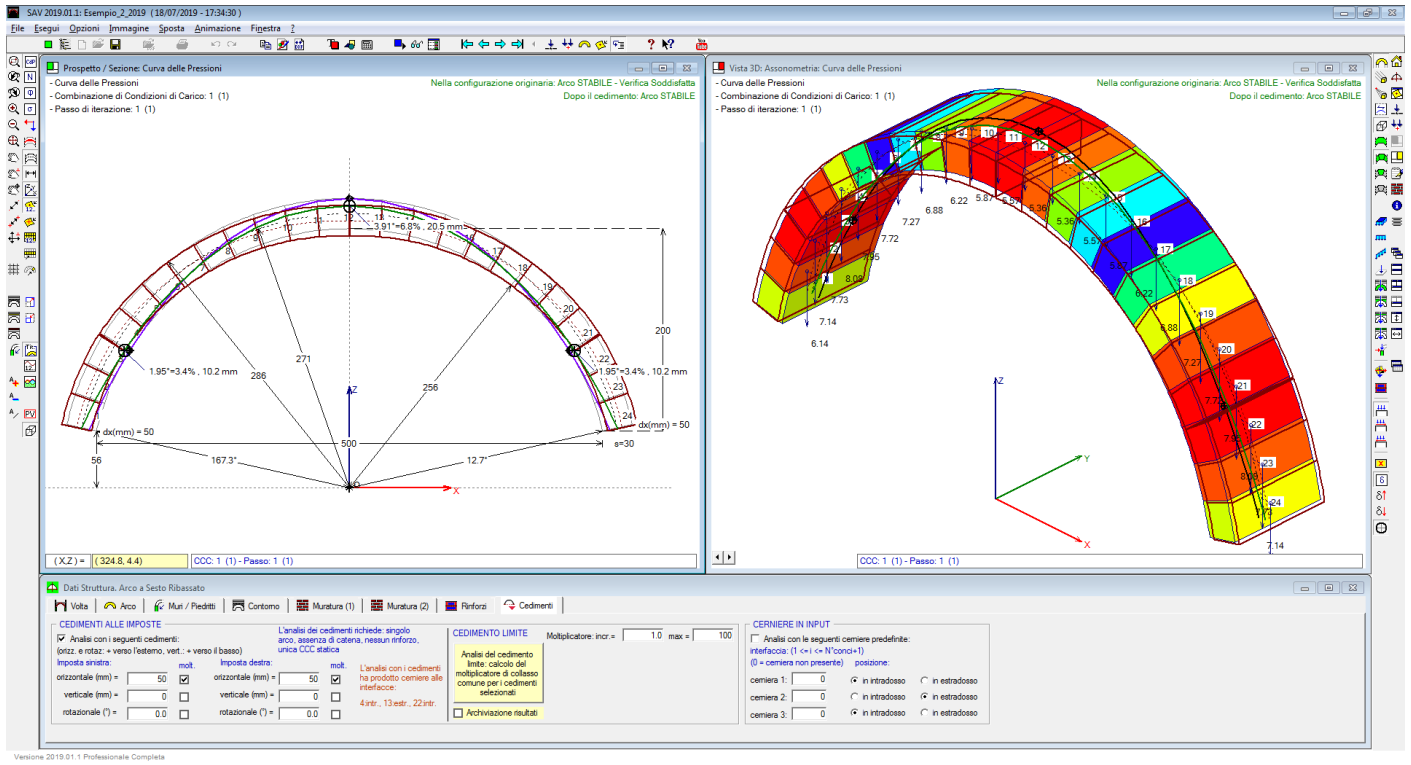
- geometria: luce netta (corda) 500 cm, freccia 200 cm, spessore 30 cm; l'arco viene modellato con conci di lunghezza 30 cm. (24 conci in totale);
- materiali: muratura: peso specifico  $18.00 \text{ kN/m}^3$ ; rinfianchi:  $19.00 \text{ kN/m}^3$ ; sottofondo e pavimentazione: ognuno spessore 4 cm. e peso  $18.00 \text{ kN/m}^3$ ;
- carico: oltre ai permanenti, è presente un carico variabile uniformemente distribuito pari a  $10.00 \text{ kN/m}$ , con combinazione di carichi caratterizzata da permanenti + variabili entrambi con moltiplicatore 1.00.

L'analisi statica dell'arco senza cedimenti è riportata in figura seguente.



L'immagine evidenzia una curva delle pressioni totalmente inclusa nell'arco, senza formazione di alcuna cerniera statica. L'analisi degli effetti di cedimenti potrà quindi procedere individuando la tripletta di cerniere generate dal cedimento, in grado di soddisfare sia le condizioni cinematiche (sulla compenetrazione del materiale) sia quelle statiche (sull'equilibrio con curva delle pressioni interna alla sagoma dell'arco).

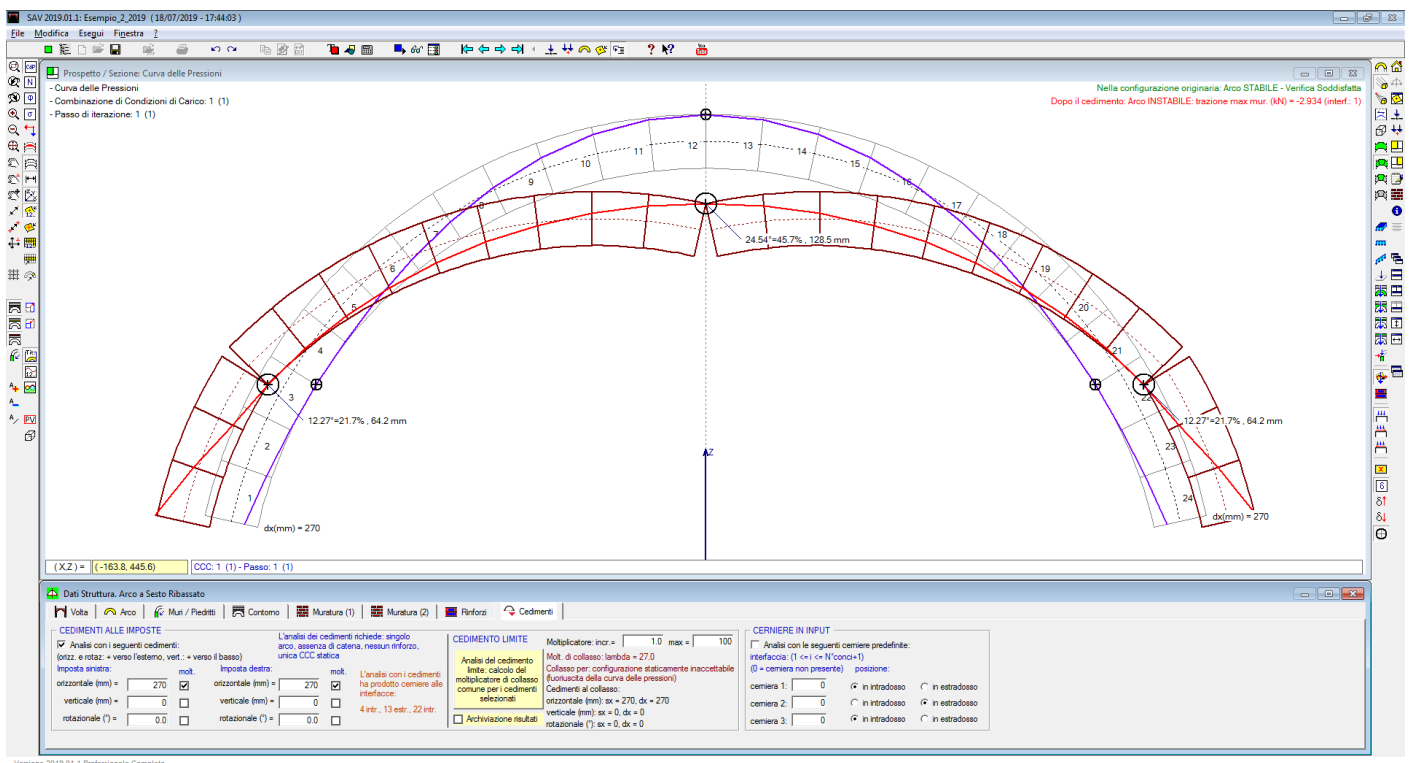
Assegnando uno spostamento orizzontale verso l'esterno pari a 50 mm. ad ognuna delle due imposte, si ottiene una verifica di sicurezza soddisfatta, con la generazione di tre cerniere che seguono lo schema I-E-I (I=intradosso, E=estradosso) tipico delle traslazioni orizzontali.



In assenza di spostamenti delle imposte, la curva delle pressioni si discosta al massimo 11.1 cm. dall'asse dell'arco; in presenza di spostamenti, lo scostamento, in corrispondenza delle interfacce sedi di cerniera, sale a 15.0 cm.

### 2.3.2. RICERCA DELLO SPOSTAMENTO ORIZZONTALE LIMITE

Assegnando il moltiplicatore agli spostamenti orizzontali, è possibile eseguire l'analisi del cedimento limite, determinando così la massima traslazione orizzontale differenziale fra le imposte in corrispondenza della quale l'arco giunge alla configurazione di collasso.



Al fine di eseguire un'elaborazione precisa, lo spostamento-base è stato reimpostato pari a 10 mm. Si è ottenuta una traslazione orizzontale limite per ogni imposta pari a 270 mm (l'allontanamento totale tra le due imposte è pari a 540 mm).

### **2.3.3. SPOSTAMENTO LIMITE IN PRESENZA DI UN CEDIMENTO VERTICALE**

Si propone un approfondimento riguardante lo studio delle correlazioni fra spostamento orizzontale e verticale, ed in particolare si trattano i seguenti aspetti:

- variazione dello spostamento limite orizzontale in funzione dell'entità del cedimento verticale fisso ad un'imposta;
- relazione fra spostamenti orizzontali e verticali alle imposte, soggetti a moltiplicatore comune.

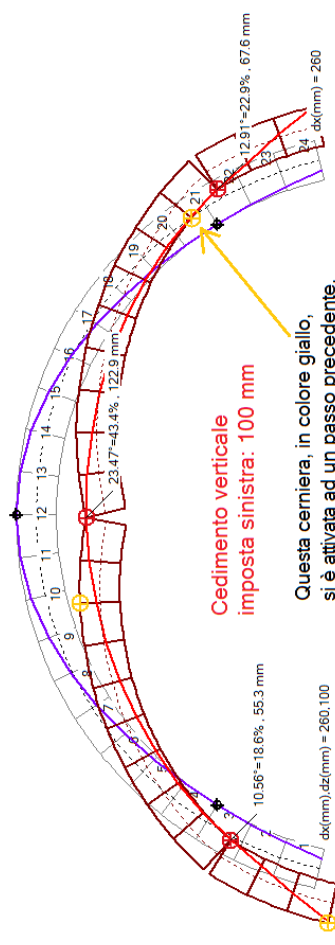
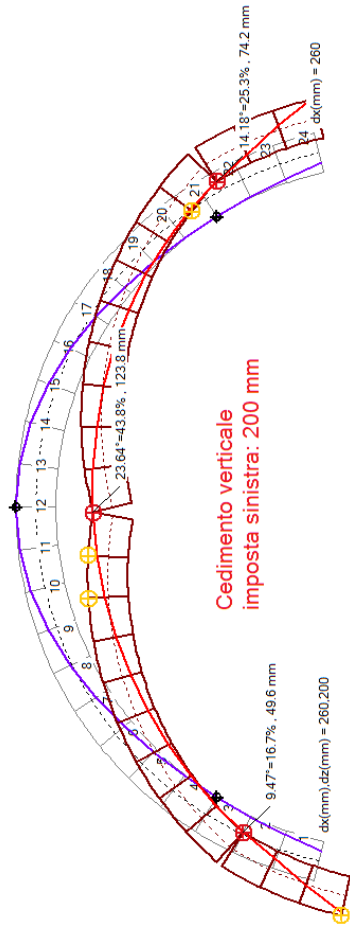
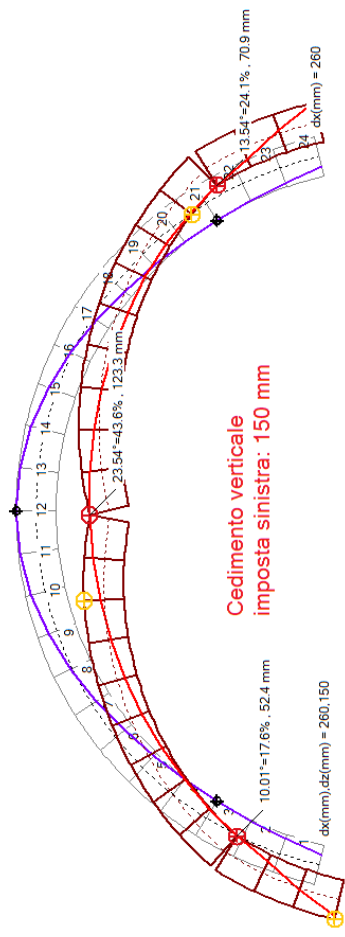
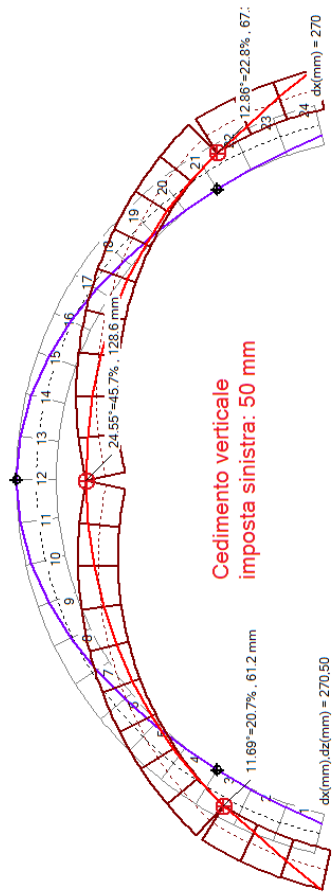
Nel paragrafo precedente è stato evidenziato uno spostamento limite orizzontale pari a 270 mm., valore dopo il quale l'arco, nella configurazione caratterizzata dalle tre cerniere I-E-I alle reni e in chiave, si instabilizza mostrando una fuoriuscita della curva delle pressioni in corrispondenza delle imposte. E' interessante chiedersi cosa accade se l'arco subisce un contemporaneo cedimento verticale: considerando un valore fisso dell'abbassamento dell'imposta sinistra, si vuole indagare sulle conseguenze per la capacità in termini di spostamento orizzontale reciproco delle imposte.

Si mantiene in input uno spostamento orizzontale di 10 mm., ma stavolta si inserisce un cedimento verticale verso il basso all'imposta sinistra, pari a una serie di valori fissi. Si eseguono analisi con: 50, 100, 150, 200, 250 mm. I risultati mostrano che per un cedimento verticale non superiore a 200 mm. non vi sono conseguenze significative sulla capacità di spostamento orizzontale, ma in corrispondenza di un cedimento verticale pari a 250 mm. si manifesta una caduta rilevante: lo spostamento orizzontale massimo delle imposte scende da 260 a 70 mm, come illustrato nelle immagini seguenti.

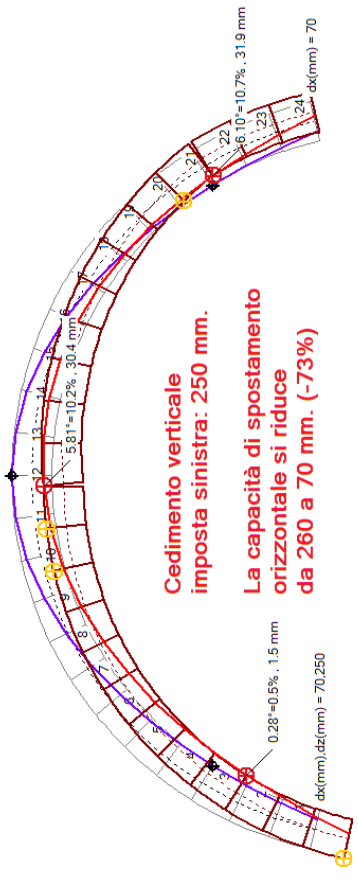
Per l'arco circolare a sesto ribassato uniformemente caricato, rappresentato nell'esempio, si rileva come un cedimento verticale dello stesso ordine di grandezza della sua capacità originaria (in assenza di movimento verticale delle imposte) in termini di spostamento orizzontale riduca molto tale capacità.

Dal punto di vista fisico, una situazione del genere può rappresentare un arco che ha subito un cedimento del terreno importante (di natura statica o sismica) e in conseguenza di ciò vede ridotta drasticamente la sua capacità di sostenere spostamenti differenziali tra le imposte, che potrebbero manifestarsi in un futuro evento sismico: in altre parole, il cedimento verticale può ridurre in modo significativo la capacità di deformazione sismica orizzontale dell'arco.





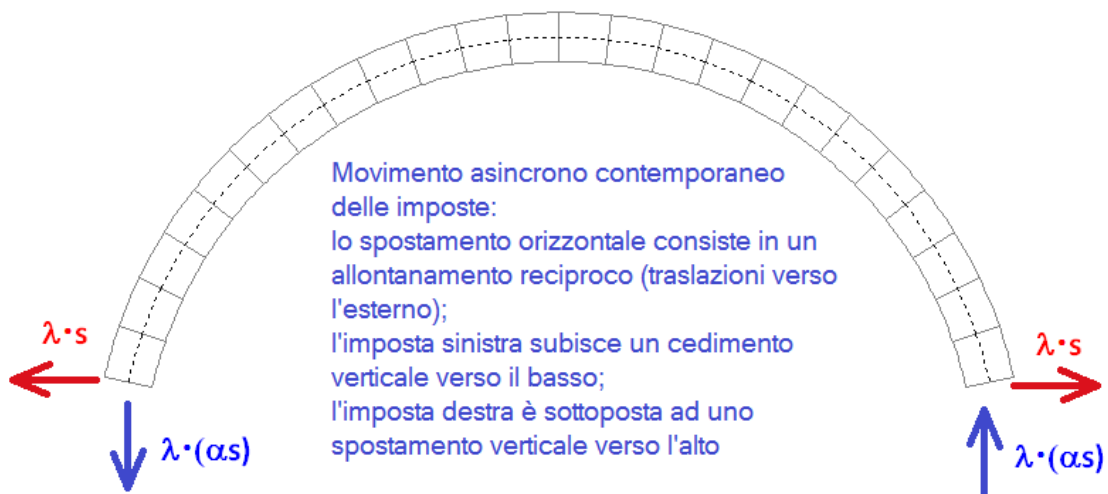
Questa cerniera, in colore giallo, si è attivata ad un passo precedente, e poi si è richiusa: aumentando il cedimento verticale, la configurazione iniziale delle cerniere (quando lo spostamento orizzontale è basso) è condizionata dal valore predominante del verticale, ma aumentando lo spostamento orizzontale le cerniere cambiano: alcune interfacce tese tornano compresse e si manifestano cerniere più tipiche di uno spostamento orizzontale



Per approfondire la correlazione fra spostamenti orizzontali e verticali delle imposte, si propone, ancora sull'esempio corrente, una seconda applicazione di SAV riguardante un incremento contemporaneo di tutti i cedimenti, orizzontale e verticale, con moltiplicatore comune, simulando un effetto sismico.

Si ipotizza dunque uno spostamento reciproco delle imposte (allontanamento tra loro) contemporaneo a un cedimento verticale che investe le due imposte in modo asincrono (una in abbassamento e l'altra in sollevamento); il moltiplicatore rappresenta un effetto incrementale dovuto all'accelerazione sismica ed il rapporto fra le componenti orizzontale e verticale viene scelto imponendo che lo spostamento verticale sia una quota parte fissa di quello orizzontale. E' così possibile costruire un diagramma che esprime spostamento limite orizzontale in funzione dell'entità del cedimento verticale.

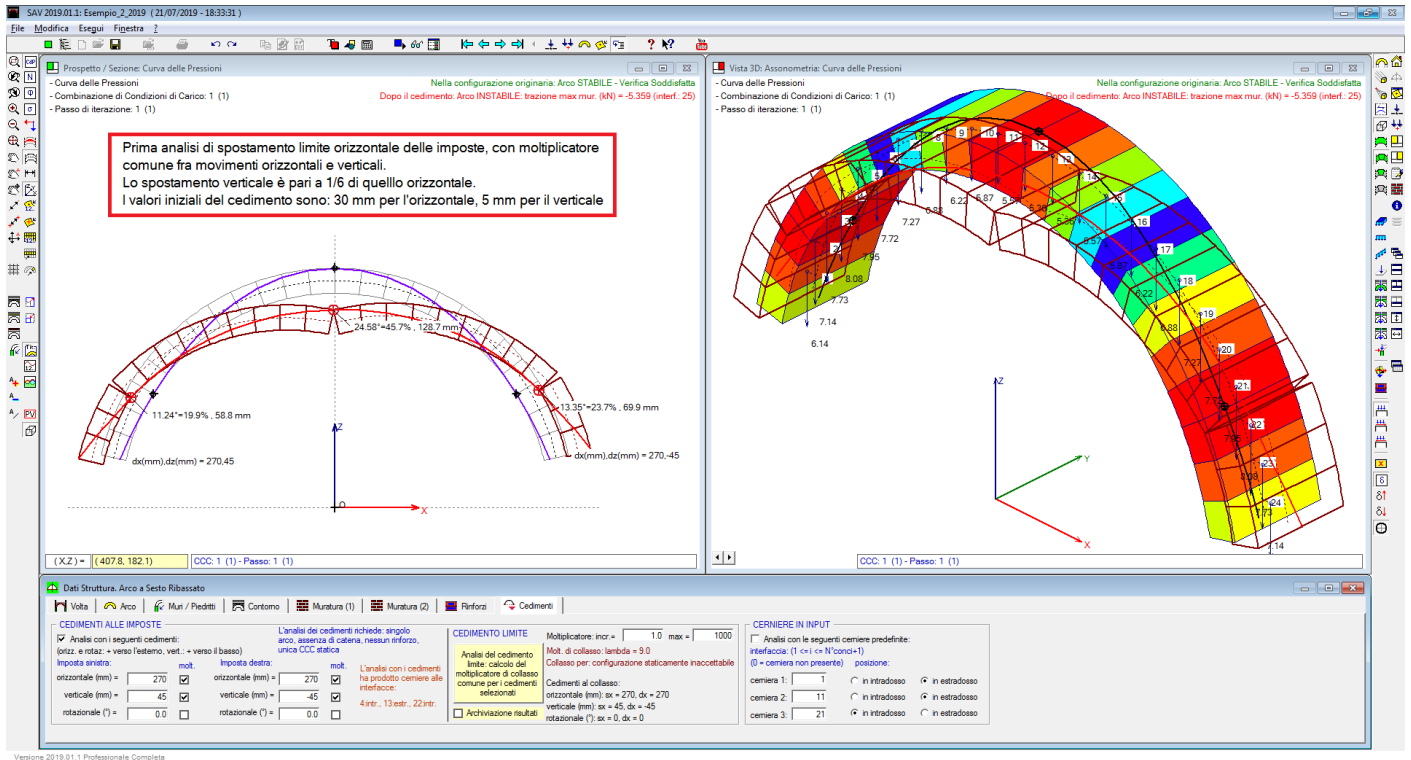
Lo studio della relazione fra spostamento orizzontale reciproco (asincrono) delle imposte e contemporaneo spostamento verticale anch'esso asincrono (cedimento verticale applicato in modo opposto alle due imposte) è particolarmente interessante per comprendere la relazione fra movimenti orizzontali e verticali delle strutture da cui l'arco spicca. Tali movimenti sono vettori indipendenti per il verso ma legati in modulo dall'intensità dell'accelerazione sismica (da qui, il moltiplicatore comune): questo modello può contribuire alla decodificazione della situazione reale, dove a causa della spazialità del fenomeno le strutture sono contemporaneamente esposte ad azioni inerziali orizzontali e verticali asincrone con i relativi spostamenti (figura seguente). La configurazione esaminata può essere considerata la più sfavorevole nei confronti degli effetti sismici verticali, che si invertono di segno nel passaggio da un'imposta all'altra. L'inversione dello spostamento verticale da un'imposta all'altra richiede un arco che incide su una luce importante, come questo esempio dove la corda (distanza orizzontale netta fra le imposte) è pari a 5.00 m.



Nel processo di analisi incrementale per la ricerca dello spostamento orizzontale limite delle imposte, tutti gli spostamenti sono sottoposti al moltiplicatore comune  $\lambda$ .

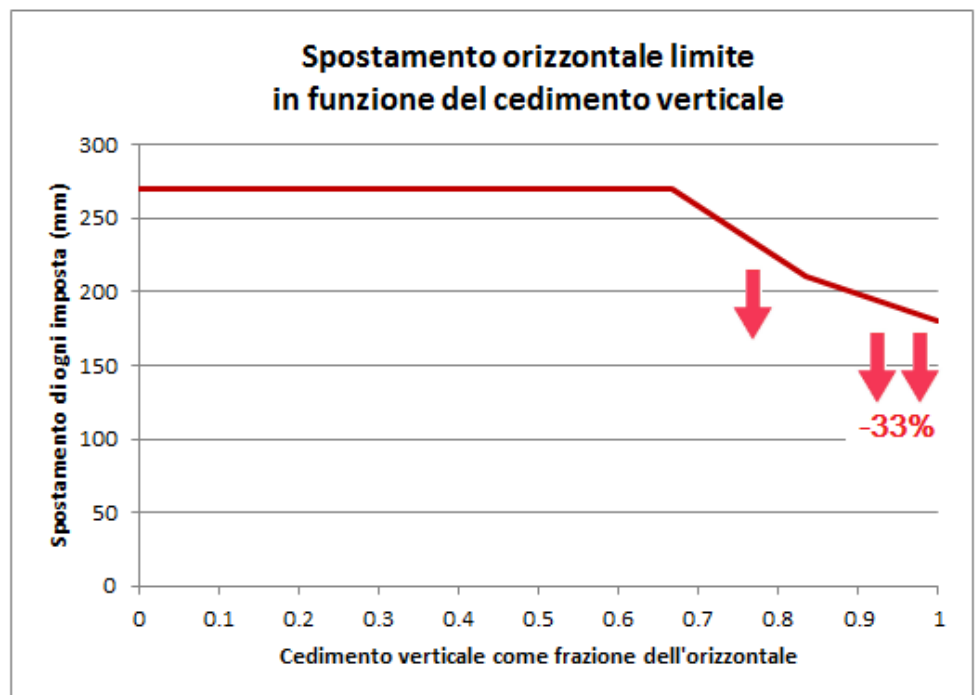
Il moltiplicatore fisso  $\alpha$  definisce l'intensità dello spostamento verticale come quota parte di quella dello spostamento orizzontale

Il 'cedimento' limite (spostamento orizzontale delle imposte che genera il collasso) viene calcolato a partire da un valore iniziale dello spostamento orizzontale di ognuna delle due imposte pari a 30 mm. Il cedimento verticale viene imposto pari ai seguenti valori ( $\alpha$  = rapporto fra verticale e orizzontale):  $\alpha=1/6$  (5 mm),  $\alpha=1/3$  (10 mm),  $\alpha=1/2$  (15 mm),  $\alpha=2/3$  (20 mm),  $\alpha=5/6$  (25 mm),  $\alpha=1$  (30 mm).



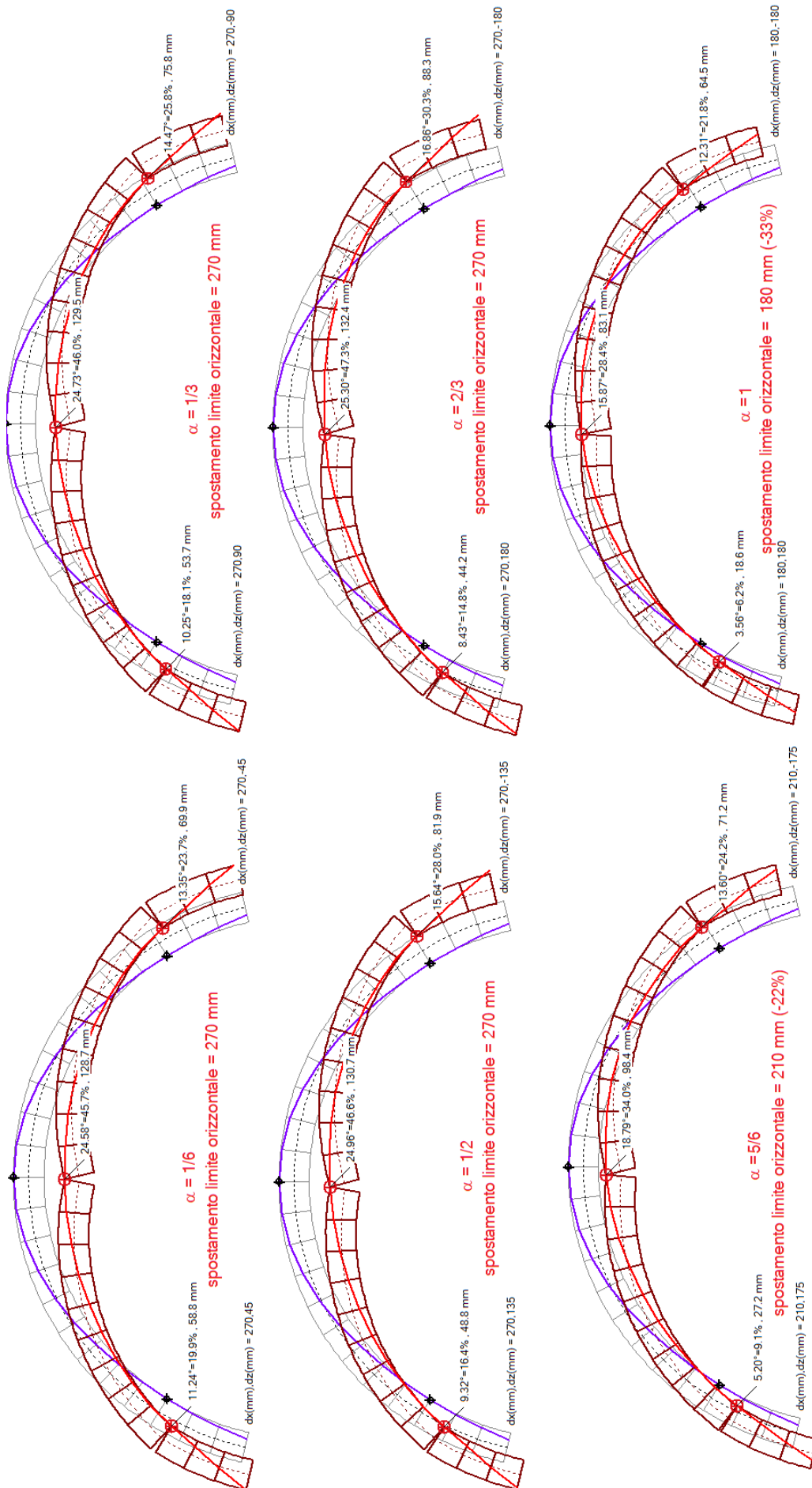
Si ottengono i seguenti risultati (graficamente rappresentati da ogni singolo caso a pagina seguente):

Spost. vert./orizz. $\alpha$	Spost. orizz. Limite (mm)
0	270
0.167	270
0.333	270
0.5	270
0.667	270
0.833	210
1	180



Si può rilevare che per uno spostamento verticale della stessa entità dell'orizzontale la capacità di traslazione delle imposte si riduce di 1/3 (-33%). L'influenza del cedimento verticale delle imposte sulla capacità di spostamento orizzontale inizia per valori dello spostamento verticale pari a circa il 70% di quello orizzontale. Agli spostamenti si possono legare le accelerazioni sismiche, pur con le dovute approssimazioni (per strutture poste in quota si deve fare riferimento agli spettri e non alle accelerazioni dirette, ma si può ipotizzare per semplicità che l'arco studiato sia posto a piano terra e il comportamento delle strutture murarie sia sostanzialmente rigido). Ne deriva la considerazione che quando la componente sismica verticale raggiunge il 60-70% dell'orizzontale (valori rilevati in occasione dei recenti eventi sismici in Italia

Centrale), la capacità di spostamento orizzontale delle imposte diminuisce, e ne risulta quindi favorito il dissesto delle volte sensibili a queste deformazioni (ad esempio, le volte sottili).



La configurazione esaminata è stata caratterizzata attraverso lo spostamento orizzontale reciproco delle imposte contemporaneo a cedimenti verticali asincroni. Gli effetti della deformazione sono stati monitorati a livello di spostamento orizzontale limite, cioè il valore in corrispondenza del quale si innesca il meccanismo di collasso. Cedimenti verticali asincroni sono significativi in caso di archi di luce 'importante', come quello dell'esempio.

Per estendere il campo di valutazione degli effetti di un cedimento verticale contemporaneo allo spostamento orizzontale delle imposte, si ritiene interessante proporre il solo movimento di un'imposta (ad. es. la sinistra) e focalizzare l'attenzione sugli aspetti fessurativi del processo deformativo, in particolare sull'apertura delle cerniere.

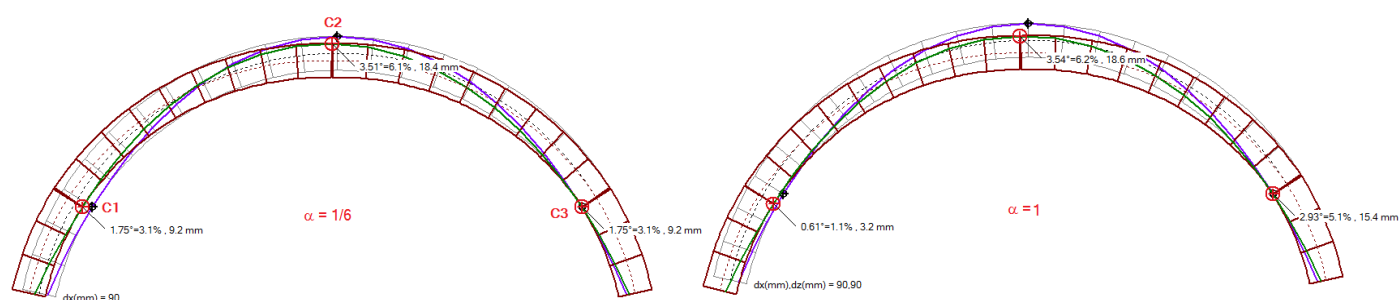
Per fissare le idee, si faccia riferimento ad uno spostamento orizzontale delle imposte pari a 90 mm., e alle corrispondenti fessurazioni.

Si applicano proporzioni fra spostamento verticale e orizzontale analoghe al caso precedente.

Si considera pertanto uno spostamento orizzontale di 90 mm., ed il cedimento verticale iniziale viene contemporaneamente imposto pari ai seguenti valori:

$\alpha=1/6$  (15 mm),  $\alpha=1/3$  (30 mm),  $\alpha=1/2$  (45 mm),  $\alpha=2/3$  (60 mm),  $\alpha=5/6$  (75 mm),  $\alpha=1$  (90 mm).

Analizzando le diverse configurazioni, si ottengono risultati in termini di fessurazione delle cerniere (C1 = cerniera alle reni dal lato dell'imposta soggetta al cedimento verticale, cioè a sinistra; C2 = cerniera di interfaccia; C3 = cerniera alla reni dal lato opposto rispetto all'imposta soggetta al cedimento verticale, cioè a destra); l'immagine si riferisce alle configurazioni per  $\alpha=1/6$  ed  $\alpha=1$ .



Nella tabella seguente si riportano, per ogni valore del cedimento verticale rispetto all'orizzontale (fisso a 90 mm.) la dimensione della fessura in corrispondenza delle tre cerniere e l'incremento percentuale della fessurazione rispetto alla configurazione senza cedimento verticale.

La fessurazione in C1 diminuisce progressivamente con legge lineare ed altrettanto aumenta la fessurazione in C3, mentre quella in chiave resta stazionaria (la progressione del cinematismo con tre cerniere costanti è all'origine della linearità).

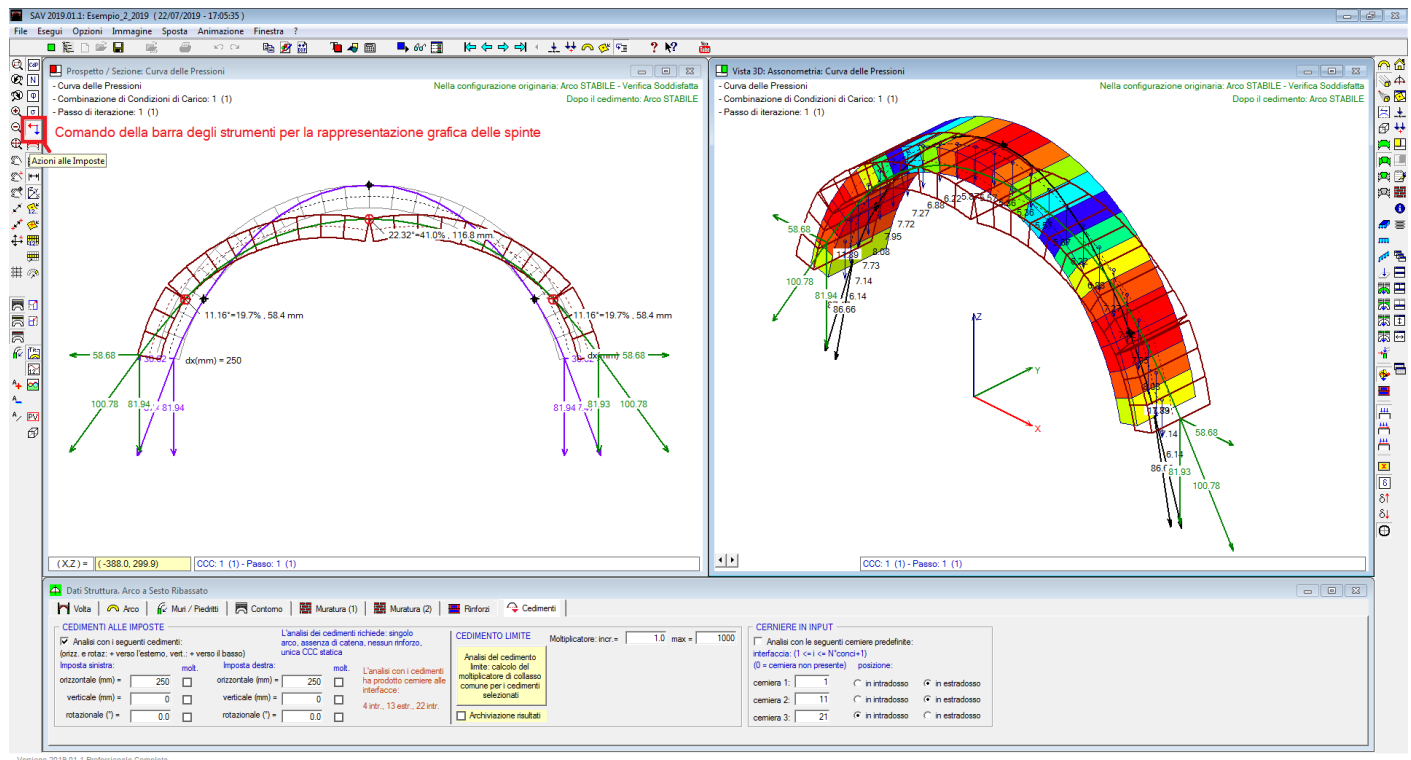
Cedimento orizzontale: 90 mm	Cerniere: dimensione della fessura (mm)		
Cedimento verticale (mm) (frazione rispetto all'orizzontale)	C1	C2	C3 (%: variazione rispetto alla fessura C3 per cedimento verticale nullo)
0	9.2	18.4	9.2
15 (1/6 = 17%)	8.2	18.4	10.2 (+11%)
30 (1/3 = 33%)	7.2	18.4	11.2 (+22%)
45 (1/2 = 50%)	6.2	18.4	12.2 (+33%)
60 (2/3 = 67%)	5.2	18.4	13.3 (+44%)
75 (5/6 = 83%)	4.2	18.5	14.3 (+55%)
90 (1/1 = 100%)	3.2	18.6	15.4 (+67%)

L'incidenza del cedimento verticale sulla fessurazione risulta evidente: più è alto il rapporto fra spostamento verticale e spostamento orizzontale e maggiore è l'aumento di apertura della cerniera C3; per un rapporto fra i due spostamenti pari a 1.00 l'aumento è del 67%.

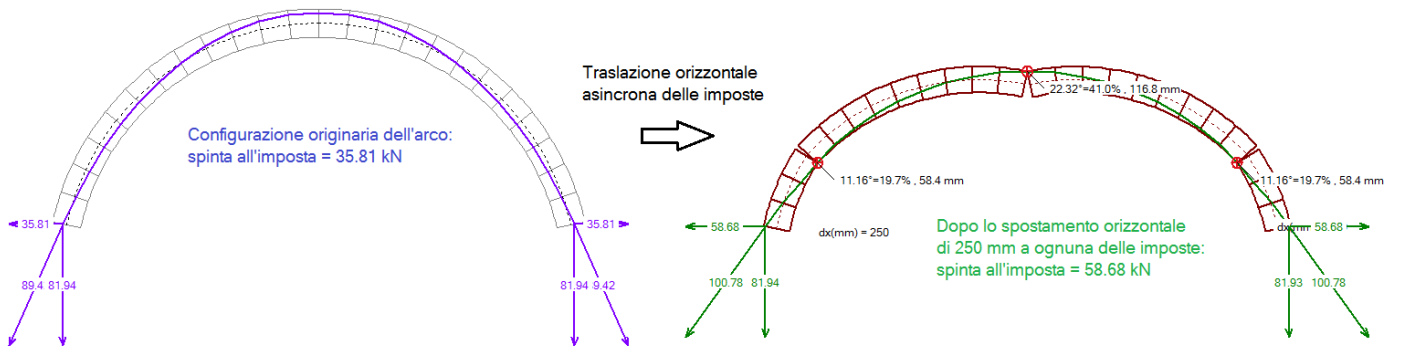
Resta confermato che il cedimento verticale ad un' imposta contemporaneo a movimenti orizzontali condiziona in modo significativo la fessurazione dell'arco.

### 2.3.4. SPOSTAMENTO ORIZZONTALE E SPINTA ALLE IMPOSTE

Per valutare la variazione della spinta in funzione del cedimento orizzontale, è sufficiente eseguire l'analisi del cedimento limite archiviando i risultanti, e scorrere nella finestra Galleria le immagini generate per rilevare i valori della spinta ad ogni passo.

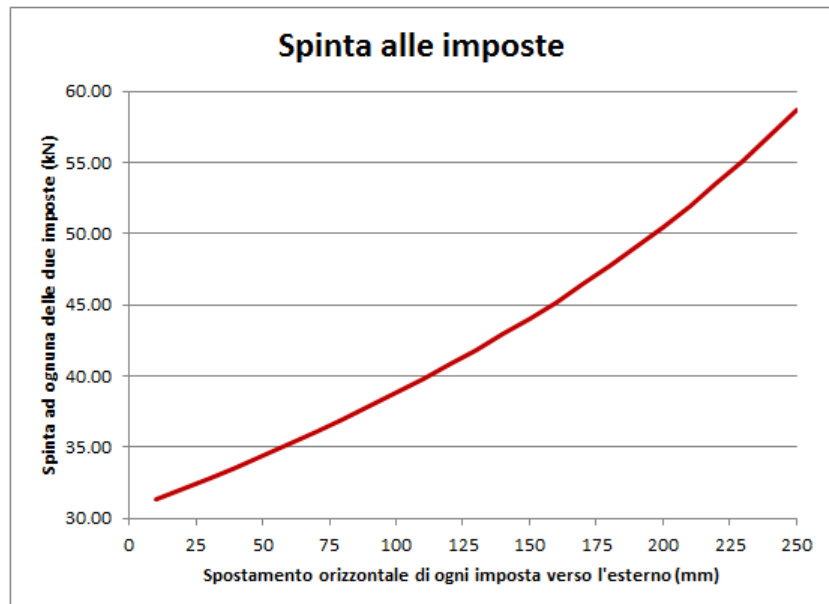


L'immagine seguente pone a confronto l'assetto statico originario dell'arco con quello dopo la deformazione dovuta allo spostamento orizzontale delle imposte.



Nel grafico seguente, si riporta l'andamento della spinta alle imposte in funzione dello spostamento orizzontale verso l'esterno. Via via che lo spostamento aumenta, la spinta aumenta con legge di tipo parabolico.

spost. orizz. (mm)	spinta (kN)
10	31.34
20	32.08
30	32.84
40	33.62
50	34.43
60	35.25
70	36.11
80	36.98
90	37.89
100	38.83
110	39.8
120	40.81
130	41.85
140	42.93
150	44.06
160	45.23
170	46.45
180	47.73
190	49.06
200	50.46
210	51.94
220	53.49
230	55.12
240	56.85
250	58.68



Da notare che il valore della spinta statica in quiete: 35.81 kN, si riduce immediatamente a 31.34 kN non appena interviene un piccolo spostamento orizzontale (pari a 1 cm.) che generando tre cerniere riposiziona la curva delle pressioni, per poi riaumentare con il progredire della deformazione.

In definitiva, gli effetti sismici possono essere interpretati attraverso una traslazione orizzontale differenziale delle imposte con contemporanea variazione della spinta trasmessa dall'arco alle pareti da cui spicca, e quindi con conseguenti modifiche del momento ribaltante fuori piano indotto dal sisma su tali pareti in senso peggiorativo (peraltro fisicamente amplificato dalla natura dinamica dell'evento).