

AEDES Software



**PC.M: PROGETTAZIONE DI COSTRUZIONI IN MMURATURA**



**PC.E: PROGRAMMA PER IL CALCOLO AGLI EELEMENTI FINITI**

## **Analisi di strutture in muratura**

secondo **nuova Normativa Tecnica** (D.M. 14.1.2008)  
e **precedenti Norme** (Metodo Por, D.M. 16.1.1996, D.M. 20.11.1987)

**Manuale di PC.E** 

## **Volume 5. Manuale di validazione**

## Manuale di PC.E

*Piano dell'opera:*

Volume 1. Teoria

Volume 2. Manuale d'uso

Volume 3. Tutorial

(Precedente edizione:

"Edifici in Muratura e nuova Normativa Sismica", ALINEA, 2006)

Volume 4. Esempi applicativi - Procedure operative

**Questo volume:** ► **Volume 5. Manuale di validazione**

Volume 6. Edifici monumentali

Tutti i diritti sono riservati, anche di riproduzione parziale, a norma di legge e delle convenzioni internazionali. Nessuna parte di questo volume può essere riprodotta in qualsiasi forma o mezzo elettronico o meccanico, per alcun uso, senza il permesso scritto della AEDES Software per Ingegneria Civile.

**Edizione 2011** (rev. 3.10.2011)



© 1997-2011 **AEDES** Software per Ingegneria Civile

Via F. Aporti 32 - 56028 SAN MINIATO (PI)

Tel.: **0571.401073** - Fax: **0571.401173**

E-mail: **info@aedes.it** - Internet: **www.aedes.it**

## AVVERTENZE E CONDIZIONI D'USO

La AEDES Software si riserva il diritto di apportare miglioramenti o modifiche al programma PC.E, descritto nella documentazione ad esso associata, in qualsiasi momento e senza preavviso.

Il software e la documentazione allegata, anche se curati con scrupolosa attenzione, non possono comportare specifiche responsabilità di AEDES per involontari errori o inesattezze: pertanto, l'utilizzatore è tenuto a controllare l'esattezza e la completezza del materiale utilizzato. Le correzioni relative ad eventuali errori tipografici saranno incluse nelle versioni di aggiornamento.

PC.E è di esclusiva proprietà della AEDES e viene concesso in uso non esclusivo secondo i termini e le condizioni riportati nel contratto di licenza d'uso. L'utente non avrà diritto ad utilizzare PC.E fino a quando non avrà sottoscritto la suddetta licenza d'uso.

L'utente è responsabile della scelta di PC.E al fine del raggiungimento dei risultati voluti, nonché dell'installazione, dell'uso dello stesso e dei relativi risultati.

Le sole garanzie fornite dalla AEDES in merito a PC.E sono quelle riportate nella licenza d'uso. La AEDES non garantisce che le funzioni contenute in PC.E soddisfino le esigenze dell'utente o funzionino in tutte le combinazioni che possono essere scelte per l'uso da parte dell'utente.

I nomi dei prodotti citati nella documentazione di PC.E possono essere marchi di fabbrica o marchi registrati dalle rispettive Società.

## **INDICE**

### **1. GENERALITA'**

- 1.1. VALIDAZIONE DEL SOFTWARE E NORMATIVA TECNICA

### **2. SOLUTORE AD ELEMENTI FINITI**

- 2.1. ASSEMBLAGGIO DELLE MATRICI DELLE RIGIDEZZE E DELLE MASSE
- 2.2. SISTEMI LINEARI E CALCOLO AUTOVALORI

### **3. CASI RISOLTI E COMMENTATI: TECNICHE DI ANALISI**

- 3.1. ANALISI MODALE
- 3.2. SCHEMATIZZAZIONI SHEAR-TYPE

### **4. CASI RISOLTI E COMMENTATI: STRUTTURE IN MURATURA**

- 4.1. PARETE MURARIA MULTIPIANO CON APERTURE
- 4.2. CONFRONTO FRA METODO POR E ANALISI PUSHOVER SECONDO NUOVE NORMATIVE SISMICHE
- 4.3. TEST SPERIMENTALE SU PROTOTIPO TRIDIMENSIONALE

## Vol. 2. VALIDAZIONE

### CONVENZIONI TIPOGRAFICHE

Nella descrizione di alcuni parametri utilizzati in analisi sismica, viene fatto diretto riferimento ai corrispondenti paragrafi del D.M.14.1.2008 (NTC08) attraverso il simbolo **§** seguito dal numero del paragrafo (seguendo l'impostazione delle norme, **§C** indica il corrispondente paragrafo della Circolare applicativa di NTC08: Circ. 617 del 2.2.2009). Esempi:

**Murature: PressoFlessione Ortogonale (§7.2.3)**

**edifici esistenti: §C8.7.1.2**

dove §7.2.3 indica il paragrafo 7.2.3 del D.M.14.1.2008 che tratta la PressoFlessione Ortogonale per le pareti in muratura; §C8.7.1.2 indica il paragrafo C8.7.1.2 della Circolare 617 del 2.2.2009.

I riferimenti ai paragrafi del presente Manuale d'uso sono invece realizzati racchiudendo il numero di paragrafo tra parentesi quadre. Ad esempio:

**Ulteriori informazioni in [3.2.3]**

La numerazione delle figure si compone di due caratteri corrispondenti al capitolo e al paragrafo primario in cui la figura è inserita, e un successivo carattere relativo al numero progressivo. Ad esempio:

**Fig. 1.1.4**

significa: Fig. 4 del capitolo 1.1.

Gli EuroCodici sono abbreviati con: EC (ad es: EC6 indica EuroCodice 6); nei riferimenti ai paragrafi, il nome dell'EuroCodice è seguito dal paragrafo indicato con il simbolo §. Ad esempio:

**EC6-§4.5.3.(6)**

cioè il paragrafo 4.5.3.(6) dell'EuroCodice 6 (dedicato alla progettazione di strutture in muratura).

Per quanto riguarda altre norme di riferimento:

C26BBCC02122010 indica la Circolare 26 del 2.12.2010 del Ministero dei Beni Culturali per la valutazione e la riduzione del rischio sismico del patrimonio culturale con riferimento alle norme tecniche per le costruzioni; il riferimento ad un paragrafo è indicato facendo seguire alla sigla della norma il numero del paragrafo preceduto dal simbolo §. Ad esempio:

**C26BBCC02122010§5.4.2**

indica il paragrafo 5.4.2 della Circolare 26 del 2.12.2010 del Ministero dei Beni Culturali.



#### Suggerimento

Consigli per ottimizzare l'utilizzo del software.



#### Nota bene

Osservazioni e note che è opportuno conoscere.



#### Importante!

Da sapere: informazioni tecniche, approfondimenti, riferimenti normativi.



#### Attenzione

Da sapere assolutamente: comandi e operazioni particolarmente delicate.

## 1. GENERALITA'

### 1.1. VALIDAZIONE DEL SOFTWARE E NORMATIVA TECNICA

Il D.M. 14.1.2008, in §10.2, prevede che il software sia corredato di un documento di validazione finalizzato a dimostrarne l'affidabilità. La norma richiede esplicitamente che siano discussi i seguenti punti:

1. Individuazione dei campi di impiego del programma;
  2. Descrizione delle basi teoriche;
  3. Sperimentazione del programma attraverso l'ausilio di casi di prova completamente risolti e commentati.
- I punti 1. 2. sono ampiamente trattati nell'ambito della manualistica del software.

In sintesi, il software PC.M-PC.E © AEDES si compone dei moduli seguenti:

**PC.M:** Analisi statica e sismica di edifici in muratura secondo D.M. '96, e pre-processor per PC.E

**PC.E:** Analisi statica e sismica di edifici in muratura secondo D.M. 14.1.2008; un modulo integrativo di PC.E è il modulo ESP (Elementi Strutturali Predefiniti) dedicato all'Analisi Cinematica (Meccanismi di collasso), contenente le metodologie indicate nella Circ.617, 2.2.2009 (circolare attuativa del D.M. 14.1.2008).

Le versioni correnti sono aggiornamenti di versioni precedenti: PC.M I<sup>a</sup> edizione: 1997; PC.E I<sup>a</sup> edizione: 2004.

Relativamente alla scelta dei codici, questi sono ad elementi finiti (di tipo monodimensionale), per quanto riguarda le analisi elastiche ed elasto-plastiche. Dopo l'analisi, il software provvede all'esecuzione delle verifiche di sicurezza. Queste verifiche possono essere svolte sia in campo lineare che non-lineare (pushover). Le verifiche in campo lineare sono un'implementazione diretta delle formulazioni riportate in Normativa (D.M. 14.1.2008) per pressoflessione complanare, taglio per scorrimento, taglio per fessurazione diagonale, pressoflessione ortogonale, verifiche di spostamento. Per le procedure non-lineari, la documentazione allegata (cfr. manuale teorico) illustra in modo dettagliato le procedure implementate nel software AEDES.

Sempre nel campo numerico, sono da considerarsi le tecniche di calcolo usate in Analisi Cinematica (ai fini dello studio dei meccanismi di collasso), che si basano sulla meccanica dei corpi rigidi ed implementa formulazioni analitiche dirette e quindi non interessate da processi di calcolo numerico con inerenti tolleranze di precisione.

La questione della validazione può essere affrontata analizzandone i diversi aspetti.

#### (A) Validazione del proprio progetto

Questa fase riguarda il particolare progetto esaminato: il giudizio sull'affidabilità dei risultati può essere espresso:

- I) utilizzando le procedure semplificate disponibili in PC.E;
- II) controllando i parametri ritenuti significativi (sollecitazioni e deformazioni nelle aste, spostamenti dei nodi, reazioni vincolari, deformate modali), come per una qualsiasi analisi strutturale condotta con calcolo automatico.

#### (B) Validazione del software in generale

##### (B.1) Validazione dell'analisi dei carichi

I carichi generati dal software a partire dalla definizione dei campi di solaio possono essere visualizzati graficamente utilizzando le apposite opzioni di PC.E; in tal modo l'Utente può accertarne la validità in modo diretto, ad esempio eseguendo confronti con semplici calcoli manuali basati sulle aree di influenza.

##### (B.2) Validazione del solutore ad elementi finiti


Le caratteristiche del solutore FEM sono descritte in p.2. Trattandosi di elementi finiti monodimensionali (aste), le procedure analitiche non richiedono ipotesi sui campi di spostamento; il metodo dell'equilibrio, applicato ad un insieme intelaiato di aste, noto dalla Scienza delle Costruzioni, corrisponde esattamente alla procedura risolutiva di PC.E.

##### (B.3) Validazione delle procedure di verifica delle murature

(B.3.1) Questa avviene attraverso il confronto:

- I) con verifiche semplici (il Por rispetto alla Pushover, o verifiche manuali) di cui sono noti i risultati (da calcoli manuali o dall'uso di algoritmi di comprovata validità);
- II) e, se disponibili, con casi risolti ufficialmente pubblicati come test di riferimento (ad es. in appendici di testi normativi).

(B.3.2) Qualora si intenda utilizzare il software per un confronto con i risultati di un test sperimentale, deve essere tenuta presente anche la questione di quanto effettivamente siano rappresentativi della realtà gli algoritmi di verifica proposte dalle Norme; ciò è evidentemente un aspetto 'a priori' indipendente dalla bontà delle procedure numeriche implementate nel software. In altri termini, l'impostazione del software può essere anche 'perfetta', ma se la tecnica di schematizzazione non è appropriata per rappresentare il comportamento reale dell'edificio oggetto di studio, i risultati potranno non essere concordi: tale aspetto tuttavia esula dalla validazione del software in sé (in altre parole, il problema si sposta nella 'validazione' degli algoritmi teorici).

 **Nota bene** Alla data di redazione della presente edizione di questo documento sono ancora attesi esempi ufficialmente diffusi come test dettagliati su edifici nuovi ed esistenti con cui i software per gli edifici in muratura debbano confrontarsi (non appena questi siano resi noti, ovviamente, AEDES fornirà le proprie comparazioni). Nel frattempo, fin dall'emanazione dell'OPCM 3274/2003, al fine di garantire che la modalità di modellazione e analisi delle murature fosse chiara e ripetibile e avesse le seguenti caratteristiche:

- **non dipendesse da uno specifico software commerciale;**
- **non fosse fondata su macroelementi aventi algoritmi non resi completamente pubblici e quindi di fatto non ripetibili da terzi,**

AEDES ha organizzato PC.E in modo del tutto analogo ad un SAP ("Structural Analysis Program", tipico software ad elementi finiti, originariamente sviluppato a Berkeley, California, di cui esistono in Internet versioni pubbliche [2.3]) applicato agli edifici in muratura, e l'analisi ad elementi finiti di strutture monodimensionali si basa sulla risoluzione 'esatta' del sistema di equilibrio; le principali fonti utilizzate per la stesura del software sono elencate nei riferimenti bibliografici all'inizio del p.2. Le **analisi di PC.E** sono **ripercorribili** con qualunque software FEM con elementi monodimensionali e pertanto, come già osservato, non vi sono particolari ipotesi sui campi di spostamenti (necessarie nel caso di elementi finiti bi o tri dimensionali). ■

## 2. SOLUTORE AD ELEMENTI FINITI

Riferimenti bibliografici (principali opere consultate per la redazione del metodo ad elementi finiti implementato in PC.E):

[2.1] J. S. Przemieniecki: "Theory of Matrix Structural Analysis", Dover Publications Inc., New York, 1985.

[2.2] J. A. D. Balfour: "Analisi di strutture col calcolatore", Hoepli, Milano, 1990.

[2.3] PC-SAP4: "A structural analysis program for static and dynamic response of linear systems", by Bruce F. Maison, 1994, based on SAP4 developed by K.J.Bathe, E.L.Wilson, F.E.Peterson, University of California, Berkeley, IBM mainframe version by University of Southern California, 1974.

[2.4] F. Cappelletto, G.M. Cocchi, G. Menditto: "Metodi matematici nell'ingegneria strutturale", ESAC, Roma, 1990.

Il solutore numerico di PC.E si compone di due parti.

La prima parte, sviluppata da AEDES e integrata in PC.E, provvede alla creazione della matrice di rigidezza del sistema (p.2.1). E' così possibile tenere conto di aspetti tipici degli edifici in muratura spesso non gestiti da solutori destinati ad altro utilizzo (ad esempio: deformabilità a taglio, indispensabile per strutture 'tozze' quali i maschi murari; rigidezze fessurate (percentuali delle rigidezze elastiche); zone rigide agli estremi dell'asta distinte nei due piani di flessione; gradi d'incastro interno, per schematizzare aste semi-incastate; aste infinitamente rigide; assemblaggi di rigidezze per pareti geometricamente 'spezzate' per le quali si voglia comunque considerare la continuità strutturale). Nella costruzione delle matrici di rigidezza, PC.E segue algoritmi ampiamente testati, analoghi alle procedure SAP (Berkeley, California) reperibili anche in open-source su Internet.

La seconda parte (p.2.2) è costituita dal solutore numerico vero e proprio, ed è dedicata alla risoluzione dei sistemi lineari e dei problemi agli autovalori legati alle analisi modali. Al fine di garantire la massima robustezza di calcolo, e rispettare i requisiti di qualità richiesti al software, AEDES integra un solutore di livello internazionale, di ampio spettro applicativo e con estesa e dettagliata documentazione di validazione: FEMTools © Dynamic Design Solutions. Nell'ambito del software PC.E, FEMTools esegue le analisi agli autovalori con il metodo di Lanczos e la risoluzione dei sistemi lineari con la tecnica delle matrici sparse.

### 2.1. ASSEMBLAGGIO DELLE MATRICI DELLE RIGIDEZZE E DELLE MASSE

Si descrive la costruzione della **matrice di rigidezza K** della struttura, definendo anzitutto la matrice di rigidezza locale di una singola asta.

	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12
1	$\frac{EA}{\ell}$	0	0	0	0	0	$-\frac{EA}{\ell}$	0	0	0	0	0
2		$\frac{12 EJ_z}{\ell^3 (1+\Phi_v)}$	0	0	0	$\frac{6 EJ_z}{\ell^2 (1+\Phi_v)}$	0	$-\frac{12 EJ_z}{\ell^3 (1+\Phi_v)}$	0	0	0	$\frac{6 EJ_z}{\ell^2 (1+\Phi_v)}$
3			$\frac{12 EJ_v}{\ell^3 (1+\Phi_z)}$	0	$-\frac{6 EJ_v}{\ell^2 (1+\Phi_z)}$	0	0	0	$-\frac{12 EJ_v}{\ell^3 (1+\Phi_z)}$	0	$-\frac{6 EJ_v}{\ell^2 (1+\Phi_z)}$	0
4				$\frac{GJ_x}{\ell}$	0	0	0	0	0	$-\frac{GJ_x}{\ell}$	0	0
5					$\frac{(4+\Phi_z) EJ_v}{\ell (1+\Phi_z)}$	0	0	0	$\frac{6 EJ_v}{\ell^2 (1+\Phi_z)}$	0	$\frac{(2-\Phi_z) EJ_v}{\ell (1+\Phi_z)}$	0
6						$\frac{(4+\Phi_v) EJ_z}{\ell (1+\Phi_v)}$	0	$-\frac{6 EJ_z}{\ell^2 (1+\Phi_v)}$	0	0	0	$\frac{(2-\Phi_v) EJ_z}{\ell (1+\Phi_v)}$
7							$\frac{EA}{\ell}$	0	0	0	0	0
8								$\frac{12 EJ_z}{\ell^3 (1+\Phi_v)}$	0	0	0	$-\frac{6 EJ_z}{\ell^2 (1+\Phi_v)}$
9									$\frac{12 EJ_v}{\ell^3 (1+\Phi_z)}$	0	$\frac{6 EJ_v}{\ell^2 (1+\Phi_z)}$	0
10										$\frac{GJ_x}{\ell}$	0	0
11											$\frac{(4+\Phi_z) EJ_v}{\ell (1+\Phi_z)}$	0
12												$\frac{(4+\Phi_v) EJ_z}{\ell (1+\Phi_v)}$

**Fig. 2.1.1.** Matrice di rigidezza **k** dell'elemento 'beam' (asta spaziale);  
la lunghezza  $\ell$  corrisponde alla luce deformabile

In fig. 2.1.1 è illustrata la matrice di rigidezza **k** dell'**asta spaziale 3D di tipo 'beam'**, cioè un elemento monodimensionale con rigidezza flessionale e torsionale. La matrice di rigidezza **k** è simmetrica:

$$k_{ij} = k_{ji}, i, j = 1, \dots, 12.$$

Nelle espressioni dei coefficienti della matrice, sono utilizzati i termini  $\Phi_y$  e  $\Phi_z$  che tengono conto della **deformabilità a taglio**:

$$\Phi_y = (12 E J_z) / (G A_{Ty} \ell^2)$$

$$\Phi_z = (12 E J_y) / (G A_{Tz} \ell^2)$$

I coefficienti  $\Phi_y$  e  $\Phi_z$  sono nulli se si prescinde dalla deformabilità a taglio (questa opzione è inclusa nei Parametri di Calcolo, scheda Generali). Per gli edifici in muratura ed in generale per tutti gli elementi di tipo 'parete' ha fondamentale importanza considerare l'influenza della deformabilità a taglio.

L'elemento 'beam' è collegato agli altri elementi della struttura tramite vincoli di continuità (incastri interni) e costituisce il classico elemento 'trave' delle strutture intelaiate. Le caratteristiche di sollecitazione sono riferite ad una terna destrorsa (assi locali) con l'asse x coincidente con l'asse geometrico (baricentrico) dell'elemento e gli assi y e z coincidenti con gli assi principali d'inerzia della sezione trasversale.

La matrice di rigidezza illustrata in fig. 2.1.1 si riferisce al **tratto deformabile dell'asta**, cioè la luce interna dell'asta depurata dalle zone rigide di estremità. Si noti che per gli schemi a 'telaio equivalente' ha fondamentale importanza considerare aste a comportamento misto rigido-deformabile.

Le aste in muratura, come noto, possono essere caratterizzate da **zone rigide** distinte nei due piani di flessione: un maschio murario, ad esempio, trova l'irrigidimento in sommità a causa della fascia di piano: questo irrigidimento interessa il piano complanare della parete; ma lo stesso maschio non presenta normalmente irrigidimenti significativi nel piano ortogonale.

In generale, si dovranno considerare lunghezze di deformazione diverse nei due piani di flessione.

I coefficienti della matrice di rigidezza devono quindi essere corretti in base a tale aspetto.

Più in dettaglio, ciò significa:

- sostituire  $\ell$  con  $\ell_{xz}$  (lunghezza di deformazione nel piano locale xz) nei termini flessionali contenenti  $EJ_y$ ;
  - sostituire  $\ell$  con  $\ell_{xy}$  (lunghezza di deformazione nel piano locale xy) nei termini flessionali contenenti  $EJ_z$ ;
  - per i termini assiale e torsionale è possibile fare riferimento ad una lunghezza deformabile media fra le due diverse lunghezze deformabili nei due piani di flessione:  $\ell$  viene sostituito da  $(\ell_{xy} + \ell_{xz})/2$  nei termini in  $EA$  e  $GJ_x$ .
- Per un'asta **infinitamente rigida**, i moduli di elasticità  $E$  e  $G$  vengono adeguatamente amplificati.

I coefficienti della matrice di rigidezza subiscono ulteriori modifiche qualora l'asta sia affetta da una **riduzione della rigidezza elastica (rigidezza fessurata)**, o rigidezza secante per pareti che hanno superato il limite elastico ma non sono ancora collassate nel corso delle analisi non lineari; queste rigidezze sono inferiori alla rigidezza iniziale di tipo elastico. PC.E consente l'applicazione di rigidezze ridotte anche ad analisi statiche lineari non sismiche).

Per aste aventi tipologie di pareti (inclusi i maschi murari: M, A, C), fasce (strisce e sottofinestra: S, F) e travi (T), i fattori riduttivi delle rigidezze vengono applicati ai termini flessionale  $EJ$  e tagliante  $GA$  complanari. La fessurazione dell'elemento può essere infatti riferita essenzialmente al comportamento nel piano dell'elemento (comportamento elasto-plastico delle pareti murarie).

Per tutti gli altri elementi verticali (pilastri in c.a. e in acciaio: R, H) le rigidezze fessurate vengono applicate in tutte le direzioni, in quanto in tali casi non è possibile distinguere un piano 'complanare' e uno 'ortogonale'.

Per le bielle di controvento (elementi a tipologia X), che possono superare il limite elastico durante l'analisi non lineare, la riduzione viene applicata al termine assiale.

Infine, nessuna riduzione di rigidezza è prevista per elementi aventi le seguenti tipologie: fondazioni (Z), collegamenti rigidi (K), controventi rigidi di solaio (O), elementi reticolari murari (U), conci murari (N), giunti di conci murari (J) e pilastri in muratura (P).

La riduzione della rigidezza nella costruzione della matrice dipende dalle opzioni specificate in input, e può riguardare indipendentemente le analisi lineari e l'analisi non lineare.

Un altro aspetto che determina modifiche sui coefficienti della matrice di rigidezza è determinato dai **Gradi d'incastro** specificati nei dati Aste. E' infatti possibile definire un semincastro interno al vertice iniziale e/o al vertice finale, nel piano xy e/o nel piano xz, sempre con riferimento alla luce deformabile del piano del semincastro. Il semincastro equivale alla rigidezza di una molla di torsione posta nell'estremo. Al di là delle specifiche fornite in input nei dati Aste, nell'esecuzione delle successive sotto-curve in Analisi Non Lineare, presentano semincastri tutte le aste che hanno manifestato la formazione di una cerniera plastica (alla base o in sommità) per pressoflessione, ma non sono collassate al termine della sotto-curva precedente (la curva è terminata per il collasso di altri elementi), e quindi devono ripartire, all'inizio della sotto-curva successiva, con una configurazione degradata, rappresentata appunto dal vertice ancora internamente incastrato ma con rigidezza ridotta.



Nella costruzione della matrice di rigidezza, particolari relazioni devono inoltre essere applicate alle travi su suolo elastico alla Winkler.

Nel caso di aste non internamente incastrate ma caratterizzate da **svincolamenti interni**, cioè da una o più componenti di spostamento libere agli estremi (un esempio è la 'biella', elemento incernierato agli estremi), la matrice **k** viene ridotta alle sole componenti vincolate, tramite metodi di condensazione statica.

Successivamente, interviene una **trasformazione** per tenere conto delle **zone rigide** di estremità, riconducendo la matrice - inizialmente costruita sulla luce deformabile - all'asta completa. La matrice di trasformazione **t** è costruita a partire dalla matrice identità **I**:

$$t_{ij} = 1 \text{ per } i=j, \quad t_{ij} = 0 \text{ per } i \neq j$$

con le seguenti modifiche:

$$t(5,3) = -ZR_{ixz}$$

$$t(6,2) = ZR_{ixy}$$

$$t(11,9) = ZR_{jxz}$$

$$t(12,8) = -ZR_{jxy}$$

dove i termini  $ZR_{ixy}$   $ZR_{ixz}$   $ZR_{jxy}$   $ZR_{jxz}$  coincidono con le zone rigide definite nei dati Aste per il tratto iniziale (i) e il tratto finale (j) nei due piani di flessione xy e xz. La relazione di trasformazione è la seguente:

$$\mathbf{k}' = \mathbf{t} \mathbf{k} \mathbf{t}^t$$

**k'** è la matrice di rigidezza locale ricondotta all'asta a comportamento misto rigido-deformabile.

La matrice di rigidezza viene infine ricondotta dal riferimento locale al globale tramite la matrice di rotazione  $\lambda$ :

$$\mathbf{k}_{glob} = \lambda^t \mathbf{k}' \lambda$$

La matrice di rigidezza dell'asta nel riferimento globale deve subire inoltre un'altra **trasformazione** di rigidità nel caso che i nodi di vertice dell'asta abbiano componenti di spostamento rigidamente vincolate al nodo master (schematizzazione **master-slave**).

A questo punto avviene l'**assemblaggio** delle singole matrici di rigidezza delle aste **nella matrice di rigidezza K della struttura**.

La **matrice delle masse M**, utilizzata per l'analisi modale, viene costruita con le masse nodali ed è pertanto una matrice diagonale. Ai gradi di libertà dinamici corrispondono generalmente masse traslazionali  $m_X$   $m_Y$  e inerzie torsionali  $I_Z$ .

Le masse considerate sono quelle appartenenti a CCE sismicamente attive, riconosciute da un coefficiente  $\psi_2$  non nullo.

Anzitutto, vengono processate le masse concentrate inserite direttamente nei nodi; in caso di relazione master-slave, le eventuali masse specificate su nodi slave vengono normalmente ricondotte al nodo master, rispetto al quale generano anche inerzia torsionale.

Successivamente, sono esaminati i carichi concentrati sui nodi ed i carichi concentrati e distribuiti sulle aste (esclusi eventuali carichi applicati su aste su suolo elastico), agenti in direzione Z globale (carichi gravitazionali): tali carichi vengono automaticamente trasformati in masse nodali (riconducendo i pesi a masse tramite la divisione per l'accelerazione di gravità).

Inerzie rotazionali  $I_X$  e  $I_Y$  non nulle sono inconsuete, e non vengono gestite nella generazione automatica.

Eventuali inerzie  $I_X$  e  $I_Y$  che si vogliano considerare nella struttura, devono essere definite direttamente come masse nodali concentrate. Nel caso di schematizzazione master-slave, l'inerzia rotazionale  $I_Z$  viene invece normalmente definita, insieme alle masse traslazionali  $m_X$  e  $m_Y$  (ed eventualmente  $m_Z$ ). Per un dato carico agente su un'asta,  $I_Z$  è formata dall'inerzia rotazionale del carico più il momento di trasporto verso il nodo di concentrazione della massa.

La definizione delle masse tiene conto dei moltiplicatori per la generazione delle masse: se ad esempio il moltiplicatore traslazionale Y è nullo, vengono generate solo masse traslazionali secondo X.

Durante il calcolo, viene determinata anche la posizione del baricentro (centro delle masse) per ogni piano. In caso di piano rigido, se il nodo master non coincide con un nodo della struttura (cioè non è collegato ad alcuna asta), la sua posizione viene automaticamente ricalibrata facendola coincidere con il baricentro.

## 2.2. SISTEMI LINEARI E CALCOLO AUTOVALORI

Il solutore agli elementi finiti adottato da PC.E (FemTools © DDS, fig. 2.2.1) utilizza la tecnologia delle matrici sparse ('sparse matrix technology'). In breve, ciò significa una maggior efficacia di trattazione di problemi anche di grandi dimensioni, attraverso un'opportuna gestione delle parti numeriche delle matrici effettivamente non nulle, con risparmio di memoria RAM occupata e riduzione dei tempi di elaborazione.

La riduzione dei tempi di calcolo, già rilevante nelle analisi lineari, è particolarmente importante per l'analisi pushover, caratterizzata dalla riesecuzione di molteplici analisi lineari, nel corso dei vari passi incrementali. L'analisi pushover può così essere condotta con tempi ottimizzati anche per problemi di ordine rilevante (per numero di elementi strutturali o per gradi di libertà statici e/o dinamici).



Fig. 2.2.1. Solutore FEM-Tools

Per il calcolo di autovalori e autovettori, FemTools applica il metodo di Lanczos, una tecnica di risoluzione di grande efficacia nel caso di strutture complesse. E' quindi particolarmente indicato in edifici con impalcati flessibili, dove ogni massa nodale viene considerata vibrante nella sua posizione, con conseguente elevato numero di gradi di libertà dinamici.

**★ Importante!** Gli **edifici in muratura con impalcati flessibili** possono essere adeguatamente studiati con PC.E attraverso la modellazione tridimensionale e la successiva risoluzione dello schema statico complessivo, caratterizzato da molti gradi di libertà dinamici (le due traslazioni per ogni massa nodale): il solutore adottato da PC.E consente appunto un'agevole trattazione di questi casi. Il Progettista prenderà comunque in considerazione anche l'opportunità di schematizzazioni alternative, ove possibili: se ad esempio in un edificio esistente gli impalcati sono tutti flessibili (non esiste alcun piano rigido), PC.E consente anche l'analisi dei singoli paramenti murari 2D (ottenibili per sottomodelli anche da un unico modello 3D), che può sostituire il calcolo di un unico modello 3D, con ridimensionamento dell'onere computazionale (anche se i modelli da processare non sono più uno soltanto ma diventano pari al numero dei paramenti costituenti l'edificio). ■

Per ulteriori approfondimenti e per conoscere le procedure di validazione di FemTools, consultare i siti [www.femtools.com](http://www.femtools.com) e [www.smartcae.com](http://www.smartcae.com).

Per l'analisi modale, PC.E implementa comunque altre tecniche di calcolo (Iterazione nel sottospazio, Householder, Jacobi generalizzato), meno performanti rispetto al metodo di Lanczos, ma che almeno per i casi meno complessi (p.es. in presenza di piani rigidi) consentono la possibilità di convalidare autovalori e autovettori ottenuti confrontando metodi diversi.

### 3. CASI RISOLTI E COMMENTATI: TECNICHE DI ANALISI

L'analisi statica e sismica degli edifici, di qualsiasi tipologia strutturale, si articola in due fasi: analisi numerica del modello matematico, e conseguente svolgimento delle verifiche di sicurezza.

Come illustrato nei paragrafi precedenti, l'analisi numerica di PC.E riguarda la tecnica ad elementi finiti per aste (elementi monodimensionali); la prima parte dell'analisi, consistente nella costruzione delle matrici di rigidezza e di massa è svolta dal codice originale di PC.E, mentre la seconda parte, dedicata alla soluzione del problema matematico (sistema lineare e/o analisi modale), è svolta dal solutore FemTools (cfr. p.2.2).

La validazione di PC.E dal punto di vista dell'analisi strutturale può essere condotta con qualsiasi esempio di un insieme di aste sottoposto a carichi statici e/o sismici, di cui siano noti i risultati p.es. da formulazioni analitiche o dall'utilizzo di altre procedure di comprovata validità. Fra gli innumerevoli casi che possono essere assunti come riferimento, in questo Manuale si riportano due test riguardanti l'Analisi Modale (p.3.1) e la soluzione statica di uno schema shear-type (p.3.2).

Come è evidente, PC.E può essere utilizzato per l'analisi di qualsiasi sistema intelaiato (composto cioè da aste), comunque caricato e vincolato, e di qualsiasi materiale (e quindi non solo muratura). I test per strutture generiche su PC.E ne convalidano l'implementazione degli algoritmi.

In seguito, nei paragrafi p.4.1, 4.2, 4.3 studi dettagliati vengono dedicati alla verifica strutturale degli edifici in muratura, costituenti il principale campo applicativo del software PC.E.

#### 3.1. ANALISI MODALE

Riferimenti bibliografici:

[3.1.1] SAP2000®, Integrated Finite Element Analysis and Design of Structures, VERIFICATION MANUAL, Computers and Structures, Inc., Berkeley, California, USA, Version 6.1, Revised July 1997

[3.1.2] ETABS®, Integrated Software for Structural Analysis and Design, SOFTWARE VERIFICATION EXAMPLES, Computers and Structures, Inc., Berkeley, California, USA, Version 8, June 2003

**Files dati di riferimento, installati dal software:**

*in PC.E: confronto con SAP 2000: \Aedes2012\Pce\Es-Validazione\Eigenvalue\_Bathe\_and\_Wilson.pce e*

*corrispondente cartella: \Aedes2012\Pce\Es-Validazione\Eigenvalue\_Bathe\_and\_Wilson;*

*confronto con ETABS: \Aedes2012\Pce\Es-Validazione\Eigenvalue\_Bathe\_and\_Wilson\_ETABS.pce e corrispondente*

*cartella: \Aedes2012\Pce\Es-Validazione\Eigenvalue\_Bathe\_and\_Wilson\_ETABS*

Dalla documentazione di validazione dei software SAP 2000 ed ETABS © Computer and Structures, Berkeley, California, si trae un test di validazione per il calcolo degli autovalori. In SAP 2000 le masse sono considerate attive in direzione orizzontale e verticale; in ETABS solo in direzione orizzontale. Ciò permette un confronto dettagliato con PC.E, dove sono possibili entrambe le schematizzazioni.

**Estratto da [3.1.1]**

---

## Example 2

---

### Bathe and Wilson Frame — Eigenvalue Problem

#### Description

This is a ten-bay, nine-story, two-dimensional frame structure solved in Reference [1]. The framing and the material and section properties are shown in Figure 2-1. The mass per unit length and other properties used are consistent with References [1] and [2], to which the results are compared. The first three eigenvalues are computed.

#### Significant Options of SAP2000 Activated

- Two-dimensional frame analysis
- Eigenvalue analysis

#### Input Data

The computer model used is shown in Figure 2-1. Kip-foot units are used. Mass per unit length of the members is specified. The program automatically computes the joint masses to be used in the eigenvalue analysis.

The input data file for this example is FRAMEBW.

13

---

SAP2000 Verification Manual

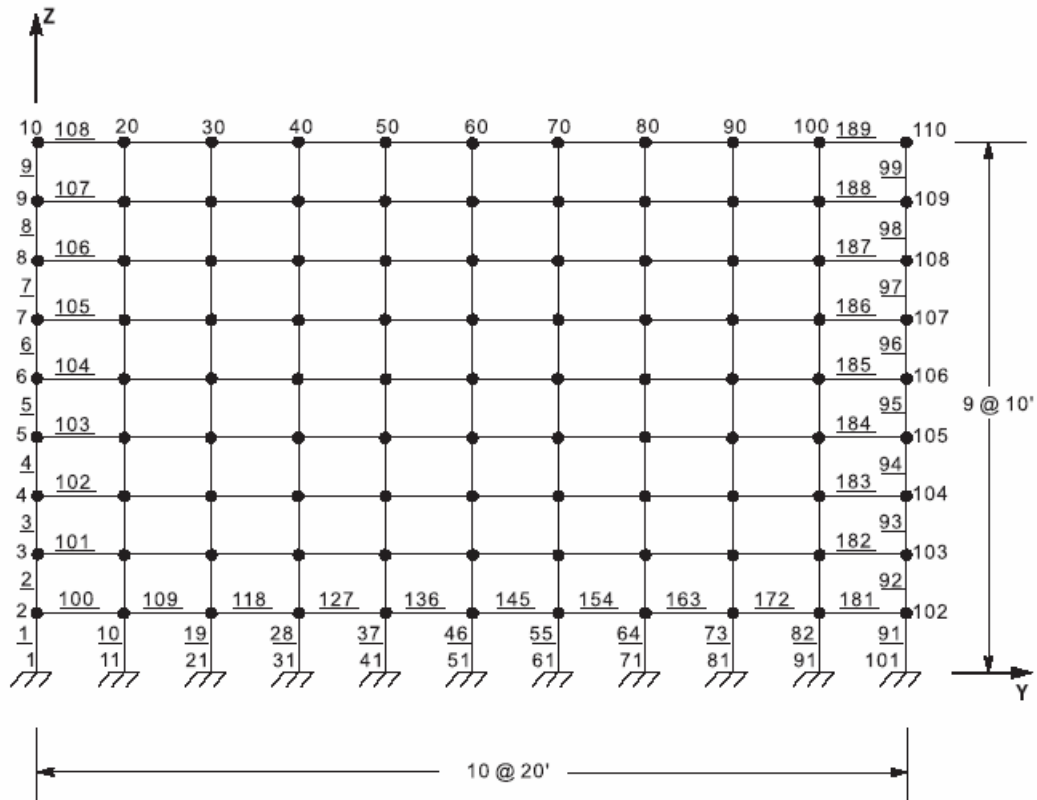
---

#### Comparison of Results

A comparison of the first three eigenvalues computed by SAP2000 with results from References [1] and [2] is presented in Figure 2-2. The comparison is excellent.

#### References

1. Bathe, K. J. and Wilson, E. L.  
*Large Eigenvalue Problems in Dynamic Analysis*, Journal of the Eng. Mech. Div., ASCE, Vol. 98, No. EM6, Proc. Paper 9433, Dec. 1972.
2. Peterson, F. E.  
*EASE2, Elastic Analysis for Structural Engineering, Example Problem Manual*, Engineering Analysis Corporation, Berkeley, California, 1981.

**Example 2****Bathe and Wilson Frame — Eigenvalue Problem**

4 JOINT NUMBER  
4 MEMBER NUMBER

TYPICAL PROPERTIES  
AREA = 3 ft<sup>2</sup>  
MOMENT OF INERTIA = 1 ft<sup>4</sup>  
MODULUS OF ELASTICITY = 4.32x10<sup>5</sup> ksf  
MASS PER UNIT LENGTH = 3 kip•sec<sup>2</sup>/ft/ft

**Figure 2-1***Bathe and Wilson Frame Example***SAP2000 Verification Manual**

Mode	SAP2000	Reference [1]	Reference [2]
1	0.589541	0.589541	0.589541
2	5.52696	5.52695	5.52696

**Figure 2-2***Comparison of Eigenvalues*

**Estratto da [3.1.2]**



## Example 6

# Nine-Story, Ten-Bay Plane Frame Eigenvalue Analysis

## Description

This is a nine-story, ten-bay plane frame, as shown in Figure 6-1.

An eigenvalue analysis is made.

## Significant Options of ETABS Activated

- ☐ Two-dimensional frame analysis
- ☐ Eigenvalue analysis

## Computer Model

The frame is modeled with eleven column lines and ten bays. Kip-ft-second units are used.

Description

6 - 1

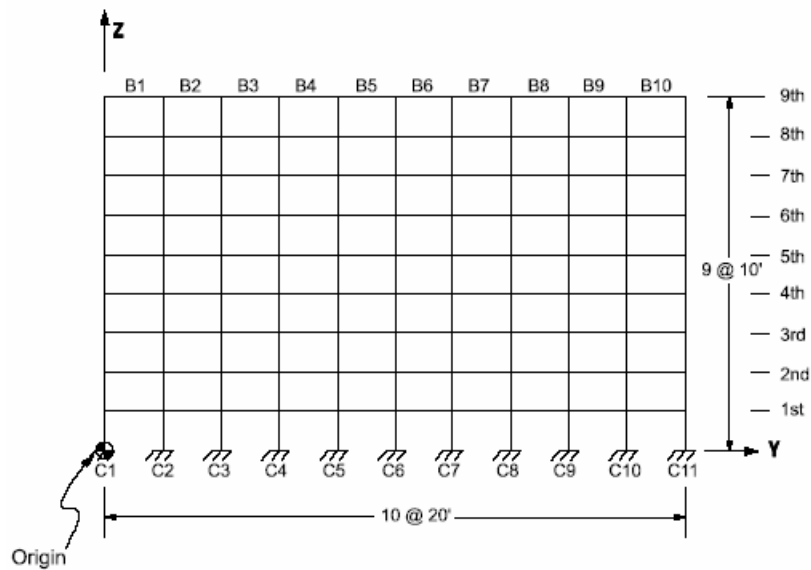


Figure 6-1 Nine-Story, Ten-Bay Plane Frame

A modulus of elasticity of 432000 ksf is used. A typical member axial area of  $3\text{ft}^2$  and moment of inertia of  $1\text{ft}^4$  are used. A mass of  $3\text{kip}\cdot\text{sec}^2/\text{ft}$  of member length is converted to story mass using tributary lengths and used for the analysis.

The input data filename for this example is EX6.EDB. This file is available on the CD.

## Comparison of Results

This example is also analyzed in Wilson and Habibullah (1992) and Bathe and Wilson (1972). There are two differences between the ETABS analysis and the analyses of the references. The models of the references assign vertical and horizontal mass degrees of freedom to each joint in the structure. However, the ETABS model only assigns horizontal masses and additionally, only one horizontal mass is assigned for all the joints associated with any one floor level.

### 6 - 2 Comparison of Results

The eigenvalues obtained from ETABS are compared in Table 6-1 with results from Wilson and Habibullah (1992) and Bathe and Wilson (1972). Considering the differences in modeling enumerated herein, the comparison is excellent.

Table 6-1 Comparison of Results for Eigenvalues

Quantity	ETABS	Wilson and Habibullah	Bathe and Wilson
1	0.58964	0.58954	0.58954
2	5.53195	5.52696	5.52695
3	16.5962	16.5879	16.5878

## References

Bathe, K.J. and E.L. Wilson 1972. Large Eigenvalue Problems in Dynamic Analysis. Journal of the Eng. Mech. Div. ASCE. Vol. 98, No. EM6, Proc. Paper 9433. December.

Wilson, E.L. and A. Habibullah 1992. *SAP90, Sample Example and Verification Manual*, Computers and Structures, Inc. Berkeley, California.

Nelle pagine precedenti sono stati riportati estratti dalla documentazione di SAP 2000 ed ETABS, © Computer and Structures, Berkeley, che verranno qui di seguito confrontati con gli output di PC.E.

Prima di esaminare il modello, riportiamo le conversioni di unità di misura dal sistema inglese al sistema internazionale e al sistema tecnico:

LUNGHEZZA: 1 ft = 12 in = 30.48 cm = 0.3048 m

1 in = 2.54 cm

AREA: 1 sq in = 6.4516 cm<sup>2</sup>

1 sq ft = 929.03 cm<sup>2</sup>

FORZA: 1 p (pound) (lb) = 0.4536 kgf = 4.448222 N

1 kip (kilopound) = 453.6 kgf = 4448.222 N

PRESSIONE: 1 ksi (kilopound/square inches) = 70.308 kgf/cm<sup>2</sup> = 6.894758 N/mm<sup>2</sup> (MPa)

1 psi (pound / square inches) = 0.070308 kgf/cm<sup>2</sup> = 0.006894758 N/mm<sup>2</sup> = 6894.758 N/m<sup>2</sup>

1 ksf (kilopound / square feet) = 0.4882428 kgf/cm<sup>2</sup> = 0.04788 N/mm<sup>2</sup> = 47780 N/m<sup>2</sup>

CARICO

DISTRIBUITO: 1 kip / ft = 14.882 kgf/cm = 1488.2 kgf/m = 14.882 kN/m

Per i parametri utilizzati nell'esempio, si ha:

Proprietà degli elementi strutturali:

Area e momento d'inerzia della sezione trasversale:

$A = 3 \text{ ft}^2 = 2787.09 \text{ cm}^2$

$J = 1 \text{ ft}^4 = 863097.48 \text{ cm}^4$

Modulo di elasticità:

$E = 4.32 \times 10^5 \text{ ksf} = 210924 \text{ kgf/cm}^2$

Massa per unità di lunghezza:

$\mu = 3 \text{ (kip s}^2\text{/ft)}/\text{ft} = 3 \times 0.4882428 \text{ (kgf s}^2\text{/cm)}/\text{cm} = 3 \times 4882.428 \text{ (kgf s}^2\text{/m)}/\text{m} = 14647.284 \text{ (kgf s}^2\text{/m)}/\text{m}$

La dimensione di base del telaio è 10 campate di 20' = 20 ft = 6.096 m ciascuna; la dimensione in altezza è di 9 elevazioni di 10' ciascuna = 10 ft = 3.048 m

Le masse nodali vengono calcolate nel seguente modo (le unità di massa sono: kgf s<sup>2</sup>/m):

- i due nodi estremi laterali di sommità:  $14647.284 \times (3.048/2 + 6.096/2) = 66967$

- tutti gli altri nodi laterali:  $14647.284 \times (3.048 + 6.096/2) = 89290$

- nodi interni di sommità:  $14647.284 \times (3.048/2 + 6.096) = 111612$

- tutti gli altri nodi interni:  $14647.284 \times (3.048 + 6.096) = 133935$

Altri parametri utilizzati per la modellazione:

- come nell'esempio originario, non è stata considerata l'influenza della deformabilità a taglio (il modulo G è quindi ininfluente; è stato posto pari a circa 0.4 E)

- il piano che contiene il telaio, conformemente alle convenzioni di PC.E, è il piano XZ (nell'esempio originario è YZ)



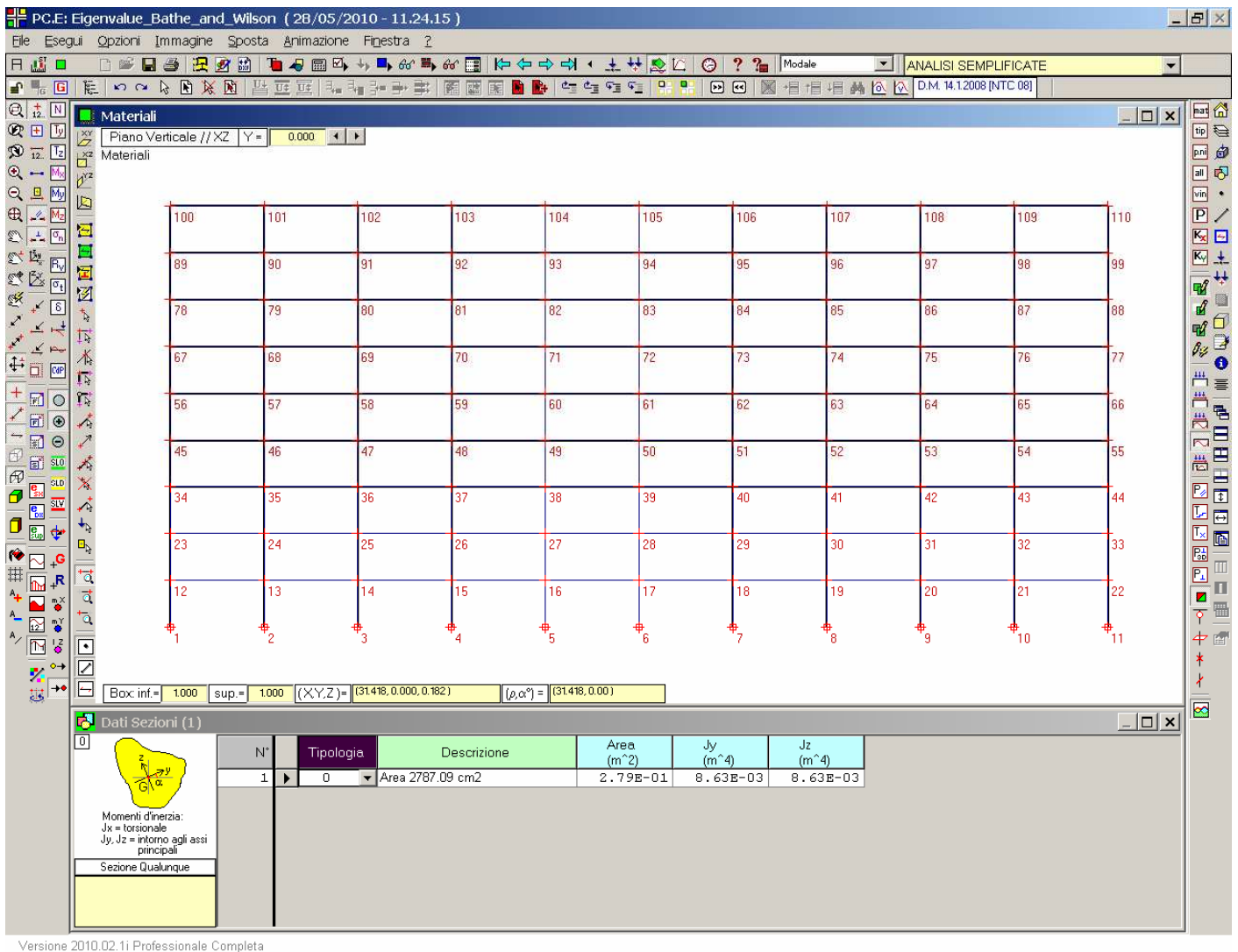


Fig. 3.1.1. Numerazione dei nodi e dati sulla sezione delle aste

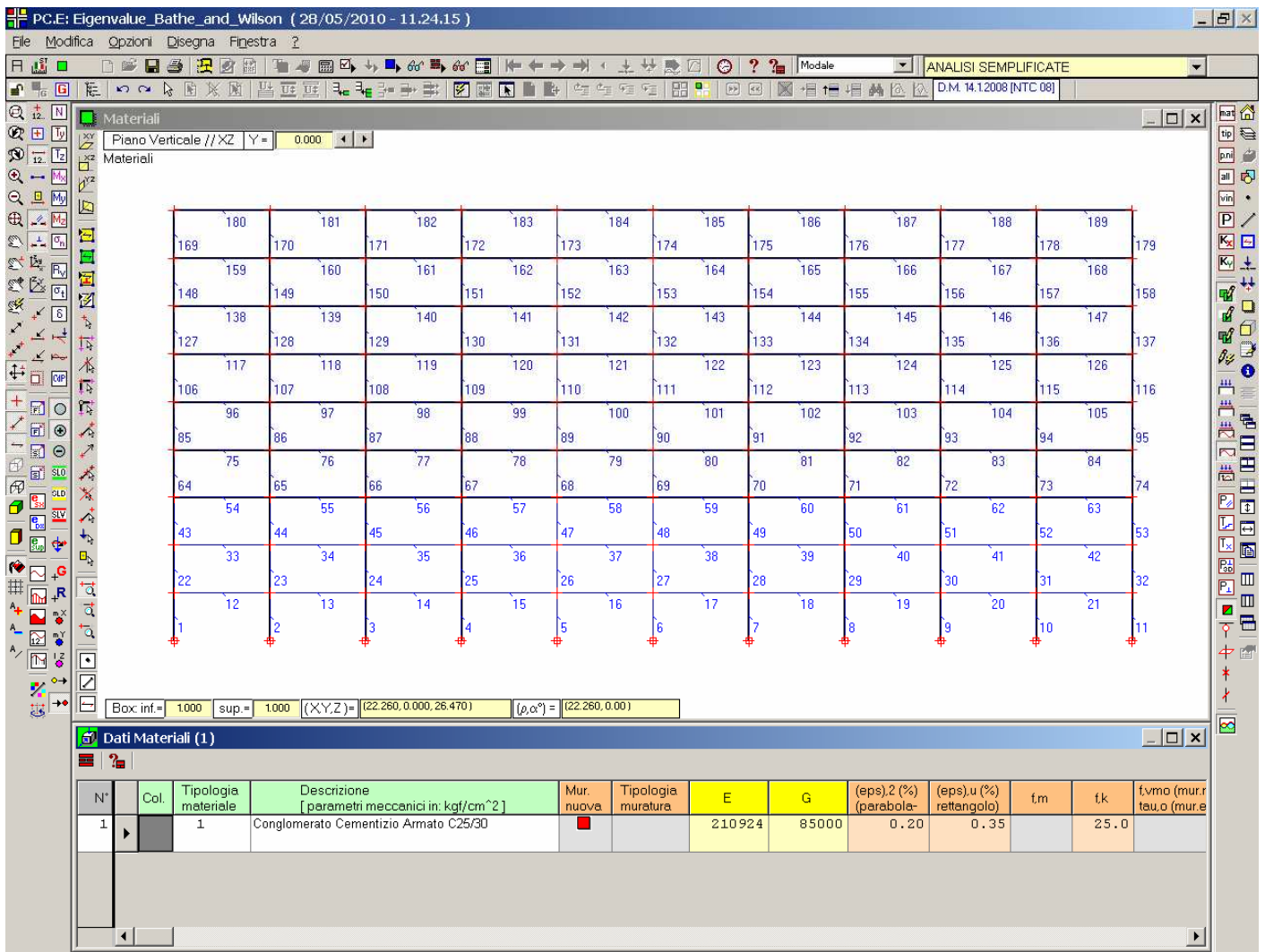


Fig. 3.1.2. Numerazione delle aste e dati sul materiale

I dati nodi (fig. 3.1.4) evidenziano i vincoli esterni: incastri alla base, e gradi di libertà attivi per lo spostamento orizzontale e verticale e per la rotazione nel piano della struttura (intorno all'asse Y normale al piano del telaio) per tutti i nodi in elevazione. Tutte le aste hanno vincolamento interno incastro-incastro.

### 3. Casi risolti e commentati: tecniche di analisi

PC.E: Eigenvalue\_Bathe\_and\_Wilson ( 28/05/2010 - 11.24.15 )

File Modifica Unifica Carichi Opzioni Disegna Finestra ?

Modale ANALISI SEMPLIFICATE D.M. 14.12.2008 (NTC 08)

Dati CCE (1) - 1: Condizione di Carico n° 1

N°	Tipol.	Tipo di azione	Psi,0 (raro)	Psi,1 (freq.)	Psi,2 (quasi perm.)	Moltip. masse	Nodi: Carichi Concentrati	Nodi: Cedimenti Vincolari	Nodi: Masse Concentrate	Aste: Carichi Distr. Uniformi	Aste: Carichi Distr. Lin. Maxi	Aste: Carichi Distr. Lin. Max.
1	1	1. G1, Perm. strutt.	1.0	1.0	1.0	101000						

CCE 1: Nodi: Masse Concentrate (99)

N°	N° nodo	ID nodo	mX (kgf s <sup>2</sup> /m)	mY	mZ	IX (kgf s <sup>2</sup> /m m <sup>2</sup> )	IY	IZ	Commento
1	12	12	892.90	0	892.90	0	0	0	
2	13	13	133.935	0	133.935	0	0	0	
3	14	14	133.935	0	133.935	0	0	0	
4	15	15	133.935	0	133.935	0	0	0	
5	16	16	133.935	0	133.935	0	0	0	
6	17	17	133.935	0	133.935	0	0	0	
7	18	18	133.935	0	133.935	0	0	0	
8	19	19	133.935	0	133.935	0	0	0	
9	20	20	133.935	0	133.935	0	0	0	
10	21	21	133.935	0	133.935	0	0	0	
11	22	22	892.90	0	892.90	0	0	0	
12	23	23	892.90	0	892.90	0	0	0	
13	24	24	133.935	0	133.935	0	0	0	
14	25	25	133.935	0	133.935	0	0	0	
15	26	26	133.935	0	133.935	0	0	0	
16	27	27	133.935	0	133.935	0	0	0	
17	28	28	133.935	0	133.935	0	0	0	
18	29	29	133.935	0	133.935	0	0	0	
19	30	30	133.935	0	133.935	0	0	0	
20	31	31	133.935	0	133.935	0	0	0	
21	32	32	133.935	0	133.935	0	0	0	
22	33	33	892.90	0	892.90	0	0	0	
23	34	34	892.90	0	892.90	0	0	0	
24	35	35	133.935	0	133.935	0	0	0	
25	36	36	133.935	0	133.935	0	0	0	
26	37	37	133.935	0	133.935	0	0	0	
27	38	38	133.935	0	133.935	0	0	0	
28	39	39	133.935	0	133.935	0	0	0	
29	40	40	133.935	0	133.935	0	0	0	
30	41	41	133.935	0	133.935	0	0	0	
31	42	42	133.935	0	133.935	0	0	0	
32	43	43	133.935	0	133.935	0	0	0	
33	44	44	892.90	0	892.90	0	0	0	
34	45	45	892.90	0	892.90	0	0	0	

Versione 2010.02.11 Professionale Completa

**Fig. 3.1.3.** Condizione di carico: masse nodali attive in direzione orizzontale e verticale

N°	ID	Sub.	Dis.	Nome	X (m)	Y (m)	Z (m)	Piano	Vincolo esterno (1=consentito, 0=no)	u (sX)	v (sY)	w (sZ)	phiX	phiY	phiZ	Nodo master	Vinc. Ku
10	10	<input checked="" type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>		54.864	0.000	0.000	0	000000	<input checked="" type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>	0	
11	11	<input checked="" type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>		60.960	0.000	0.000	0	000000	<input checked="" type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>	0	
12	12	<input checked="" type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>		0.000	0.000	3.048	1	101010	<input checked="" type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>	0	
13	13	<input checked="" type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>		6.096	0.000	3.048	1	101010	<input checked="" type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>	0	
14	14	<input checked="" type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>		12.192	0.000	3.048	1	101010	<input checked="" type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>	0	
15	15	<input checked="" type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>		18.288	0.000	3.048	1	101010	<input checked="" type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>	0	
16	16	<input checked="" type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>		24.384	0.000	3.048	1	101010	<input checked="" type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>	0	
17	17	<input checked="" type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>		30.480	0.000	3.048	1	101010	<input checked="" type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>	0	

**Fig. 3.1.4.** Dati nodi

I risultati dell'analisi modale eseguita con PC.E sono i seguenti (per semplicità, riportiamo i risultati relativi ai soli primi tre modi, che interessano per il test):

Risultati analisi strutturale eseguita con il software PC.E (c) AEDES

Denominazione del Progetto: Eigenvalue\_Bathe\_and\_Wilson  
Tipo di Analisi: Analisi Modale

Risultati ANALISI MODALE (Metodo di analisi: Lanczos )

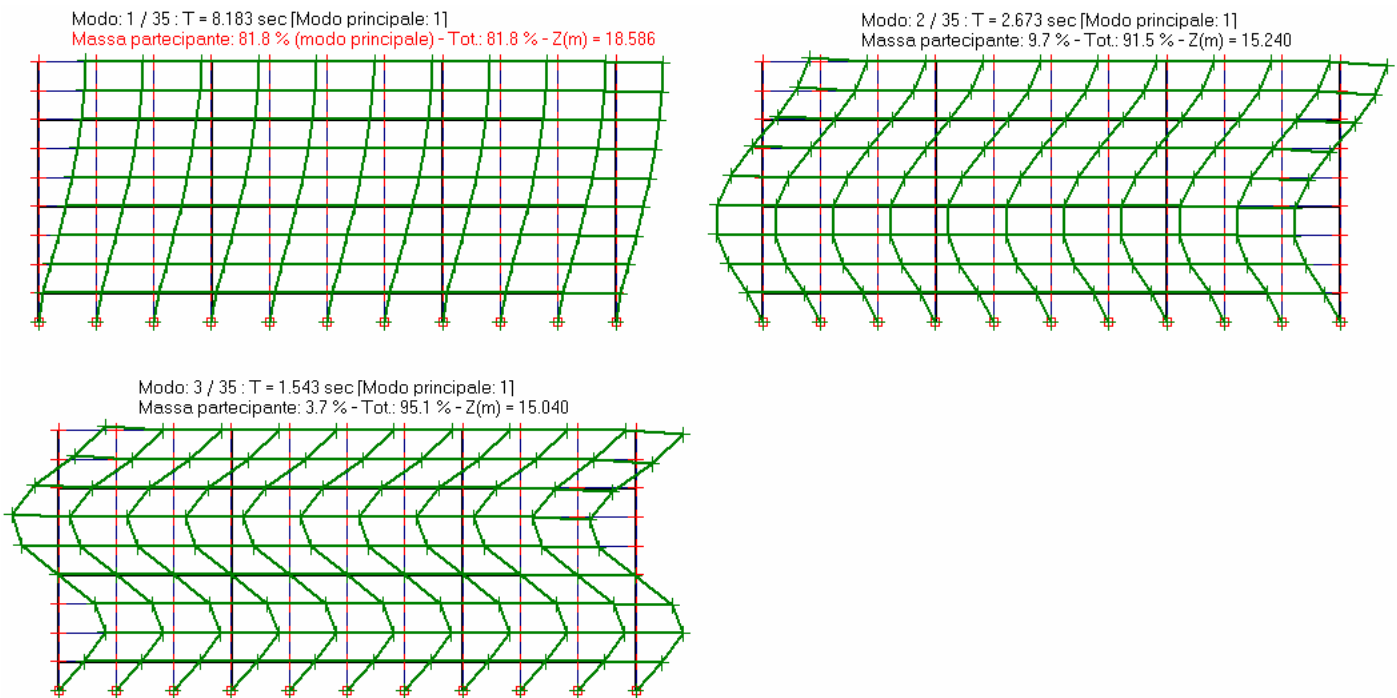
N° di gradi di libertà complessivi: 297  
N° di gradi di libertà dinamici: 198  
N° di modi calcolati: 198

Modo	Coefficienti di partecipazione	Angolo max partecip.
	X Y Z	(°)
1	1.283 0.000 -0.000	0.00

2	-0.442	0.000	-0.000	0.00
3	0.266	0.000	0.000	0.00

Modo	Autovalore (rad/sec)^2	Frequenza (cicli/sec)	Periodo (sec)	Masse modali efficaci (% sulla massa totale)			Totale progressivo %			Quote masse modali efficaci (m)		
				X	Y	Z	X	Y	Z	X	Y	Z
1	0.590	0.122	8.183	81.778	0.000	0.000	81.778	0.000	0.000	18.586	0.000	17.283
2	5.527	0.374	2.673	9.697	0.000	0.000	91.475	0.000	0.000	15.240	0.000	18.560
3	16.588	0.648	1.543	3.674	0.000	0.000	95.149	0.000	0.000	15.040	0.000	19.494

Il primo autovalore è 0.590 contro 0.589541; il secondo: 5.527 contro 5.52696; il terzo: 16.588 contro 16.5878. Per questo primo schema, la comparazione fornisce quindi un ottimo risultato. Nella figura seguente, sono riportati i grafici relativi ai tre modi, elaborati da PC.E:



**Fig. 3.1.5.** Deformate modali

Si analizza ora la stessa struttura, ma con sole masse traslazionali in direzione orizzontale: viene così riprodotto il modello studiato con ETABS. I risultati sono i seguenti:

Risultati analisi strutturale eseguita con il software PC.E (c) AEDES

Denominazione del Progetto: Eigenvalue\_Bathe\_and\_Wilson\_ETABS

Tipo di Analisi: Analisi Modale

Data e Ora di elaborazione: ( 28/05/2010 - 11.22.54 )

Risultati ANALISI MODALE (Metodo di analisi: Lanczos )

SLU di salvaguardia della Vita (SLV)

N° di gradi di libertà complessivi: 297

N° di gradi di libertà dinamici: 99

N° di modi calcolati: 99

Modo	Coefficienti di partecipazione			Angolo max partecip.
	X	Y	Z	(°)
1	1.283	0.000	0.000	0.00
2	-0.441	0.000	0.000	0.00
3	0.266	0.000	0.000	0.00

Modo	Autovalore (rad/sec)^2	Frequenza (cicli/sec)	Periodo (sec)	Masse modali efficaci (% sulla massa totale)			Totale progressivo %			Quote masse modali efficaci (m)		
				X	Y	Z	X	Y	Z	X	Y	Z
1	0.590	0.122	8.183	81.788	0.000	0.000	81.788	0.000	0.000	18.585	0.000	0.000
2	5.532	0.374	2.671	9.689	0.000	0.000	91.477	0.000	0.000	15.240	0.000	0.000
3	16.595	0.648	1.542	3.675	0.000	0.000	95.152	0.000	0.000	15.042	0.000	0.000

Il primo autovalore è 0.590; il secondo: 5.532; il terzo: 16.595: i valori coincidono con i risultati di ETABS.

### 3.2. SCHEMATIZZAZIONI SHEAR-TYPE

Riferimenti bibliografici:

[3.2.1] A. Carpinteri: "Calcolo automatico delle strutture", Pitagora Editrice, Bologna, 1997.

**Files dati di riferimento, installati dal software:**

in PC.E: \Aedes2012\Pce\Es-Validazione\Telaio\_Shear\_Type.pce e corrispondente cartella:  
 \Aedes2012\Pce\Es-Validazione\Telaio\_Shear\_Type

Il comportamento 'tipo taglio' è particolarmente importante nell'ambito dell'analisi degli edifici in muratura: si opera quindi un test di convalida delle procedure riguardanti tale tipo di schematizzazione. Le immagini seguenti, tratte da [3.2.1], costituiscono l'esempio di riferimento.

## Esempio 5 Telaio Shear Type

### 5.1. GENERALITÀ

Nel presente esempio, rappresentato in fig. A.28, si analizza un telaio SHEAR TYPE. Il telaio è costituito da tre campate di luce 500 cm e tre impalcati rigidi con altezza dei ritri costante e pari a 300 cm.

Il telaio è sollecitato da forze uguali in corrispondenza di ciascun impalcato. Lo schema strutturale è costituito da 16 nodi e 21 travi. In fig. A.29 si riporta lo schema strutturale con la numerazione dei nodi.

### 5.2. VINCOLI

Per analizzare un telaio SHEAR TYPE, oltre a bloccare tutti i gradi di libertà fuori dal piano (1 in corrispondenza di  $D_z$ ,  $R_x$  e  $R_y$ ), è necessario bloccare alla rotazione tutti i nodi degli impalcati (1 in corrispondenza di  $R_z$ ). In questo modo gli impalcati possono esclusivamente traslare orizzontalmente. Inoltre i nodi 1, 2, 3 e 4, essendo incastrati, hanno tutti i gradi di libertà bloccati.

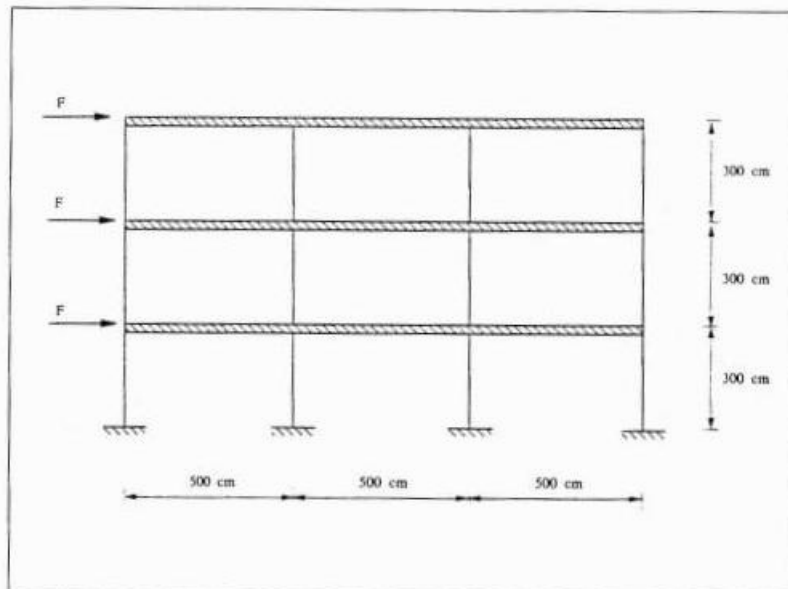


Figura A.28

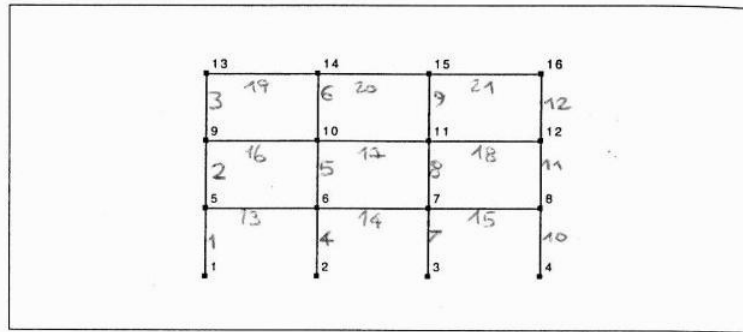


Figura A.29

## COORDINATE, VINCOLI E CARICHI NODALI

NODO	X	Y	Z	$D_x$	$D_y$	$D_z$	$R_x$	$R_y$	$R_z$	CARICO
1	0.000e+0	0.000e+0	0.000e+0	1	1	1	1	1	1	0
2	5.000e+2	0.000e+0	0.000e+0	1	1	1	1	1	1	0
3	1.000e+3	0.000e+0	0.000e+0	1	1	1	1	1	1	0
4	1.500e+3	0.000e+0	0.000e+0	1	1	1	1	1	1	0
5	0.000e+0	3.000e+2	0.000e+0	0	0	1	1	1	1	1
6	5.000e+2	3.000e+2	0.000e+0	0	0	1	1	1	1	0
7	1.000e+3	3.000e+2	0.000e+0	0	0	1	1	1	1	0
8	1.500e+3	3.000e+2	0.000e+0	0	0	1	1	1	1	0
9	0.000e+0	6.000e+2	0.000e+0	0	0	1	1	1	1	1
10	5.000e+2	6.000e+2	0.000e+0	0	0	1	1	1	1	0
11	1.000e+3	6.000e+2	0.000e+0	0	0	1	1	1	1	0
12	1.500e+3	6.000e+2	0.000e+0	0	0	1	1	1	1	0
13	0.000e+0	9.000e+2	0.000e+0	0	0	1	1	1	1	1
14	5.000e+2	9.000e+2	0.000e+0	0	0	1	1	1	1	0
15	1.000e+3	9.000e+2	0.000e+0	0	0	1	1	1	1	0
16	1.500e+3	9.000e+2	0.000e+0	0	0	1	1	1	1	0

## 5.3. ELEMENTI

Si sono utilizzati elementi trave (BEAM) a sezione rettangolare. La struttura è stata ipotizzata in calcestruzzo ( $E = 3.0e+5 \text{ kg/cm}^2$ ;  $G = 1.25e+5 \text{ kg/cm}^2$ ), mentre si sono adottate quattro differenti sezioni. I ritzi del primo impalcato hanno una sezione trasversale di 50 x 50 cm (elemento tipo 2), i ritzi del secondo impalcato una sezione trasversale di 40 x 40 cm (elemento tipo 3), quelli del terzo impalcato 30 x 30 cm (elemento tipo 4), mentre tutte le travi degli impalcati hanno altezza 70 cm e base 30 cm.

ELEMENTO	ESTREMI	TIPO ELEMENTO	TIPO CARICO	NODO.K
1	1, 5	2	0	Z
2	5, 9	3	0	Z
3	9, 13	4	0	Z
4	2, 6	2	0	Z
5	6, 10	3	0	Z
6	10, 14	4	0	Z
7	3, 7	2	0	Z
8	7, 11	3	0	Z
9	11, 15	4	0	Z
10	4, 8	2	0	Z
11	8, 12	3	0	Z
12	12, 16	4	0	Z
13	5, 6	1	0	Z
14	6, 7	1	0	Z
15	7, 8	1	0	Z
16	9, 10	1	0	Z
17	10, 11	1	0	Z
18	11, 12	1	0	Z
19	13, 14	1	0	Z
20	14, 15	1	0	Z
21	15, 16	1	0	Z

ELEMENTI TIPO					
1 elemento tipo ..... TRAVE A SEZIONE RETTANGOLARE					
E	G	$L_y$	$L_z$	estremo sx	estremo dx
3.000e+5	1.250e+5	3.000e+1	7.000e+1	111111	111111
2 elemento tipo ..... TRAVE A SEZIONE RETTANGOLARE					
E	G	$L_y$	$L_z$	estremo sx	estremo dx
3.000e+5	1.250e+5	5.000e+1	5.000e+1	111111	111111
3 elemento tipo ..... TRAVE A SEZIONE RETTANGOLARE					
E	G	$L_y$	$L_z$	estremo sx	estremo dx
3.000e+5	1.250e+5	4.000e+1	4.000e+1	111111	111111
4 elemento tipo ..... TRAVE A SEZIONE RETTANGOLARE					
E	G	$L_y$	$L_z$	estremo sx	estremo dx
3.000e+5	1.250e+5	3.000e+1	3.000e+1	111111	111111

#### 5.4. CARICHI

Dal momento che le tre forze d'impalcato sono uguali, si ha una sola forza tipo di modulo  $F = 1000$  kg diretta lungo l'asse  $X$ . La forza nodale tipo è la seguente.



## FORZE NODALI TIPO

CONDIZIONE DI CARICO..... 1						
TIPO	$F_X$	$F_Y$	$F_Z$	$M_X$	$M_Y$	$M_Z$
1	1.000e+3	0.000e+0	0.000e+0	0.000e+0	0.000e+0	0.000e+0

## 5.5. SPOSTAMENTI

I valori degli spostamenti nodali ottenuti dal calcolo sono riportati nella tabella seguente. Si noti come gli spostamenti verticali  $D_Y$  siano tutti nulli.

## Spostamenti nodali

CONDIZIONE DI CARICO 1						
NODO	$D_X$	$D_Y$	$D_Z$	$R_X$	$R_Y$	$R_Z$
1	VINCOLO	VINCOLO	VINCOLO	VINCOLO	VINCOLO	VINCOLO
2	VINCOLO	VINCOLO	VINCOLO	VINCOLO	VINCOLO	VINCOLO
3	VINCOLO	VINCOLO	VINCOLO	VINCOLO	VINCOLO	VINCOLO
4	VINCOLO	VINCOLO	VINCOLO	VINCOLO	VINCOLO	VINCOLO
5	1.231e-2	0.000e+0	VINCOLO	VINCOLO	VINCOLO	VINCOLO
6	1.175e-2	0.000e+0	VINCOLO	VINCOLO	VINCOLO	VINCOLO
7	1.139e-2	0.000e+0	VINCOLO	VINCOLO	VINCOLO	VINCOLO
8	1.121e-2	0.000e+0	VINCOLO	VINCOLO	VINCOLO	VINCOLO
9	3.083e-2	0.000e+0	VINCOLO	VINCOLO	VINCOLO	VINCOLO
10	3.024e-2	0.000e+0	VINCOLO	VINCOLO	VINCOLO	VINCOLO
11	2.985e-2	0.000e+0	VINCOLO	VINCOLO	VINCOLO	VINCOLO
12	2.965e-2	0.000e+0	VINCOLO	VINCOLO	VINCOLO	VINCOLO
13	5.941e-2	0.000e+0	VINCOLO	VINCOLO	VINCOLO	VINCOLO
14	5.882e-2	0.000e+0	VINCOLO	VINCOLO	VINCOLO	VINCOLO
15	5.842e-2	0.000e+0	VINCOLO	VINCOLO	VINCOLO	VINCOLO
16	5.822e-2	0.000e+0	VINCOLO	VINCOLO	VINCOLO	VINCOLO

In fig. A.30 è riportata la deformata elastica del telaio.

## 5.6. SOLLECITAZIONI

Nella tabella seguente si riportano i valori della sollecitazione interna per ciascun elemento. Le travi d'impalcato, 13-21, avendo bloccate le rotazioni, risultano sollecitate esclusivamente a sforzo normale  $T_x$ . Viceversa, i ritri reagiscono esclusivamente a taglio  $T_z$  ed a momento flettente  $M_y$ . Si noti che, avendo vincolato i nodi alla rotazione attorno all'asse  $Z$ , i momenti ai nodi non sono in equilibrio tra loro, essendo presente un momento reattivo esterno (fig. A.31).



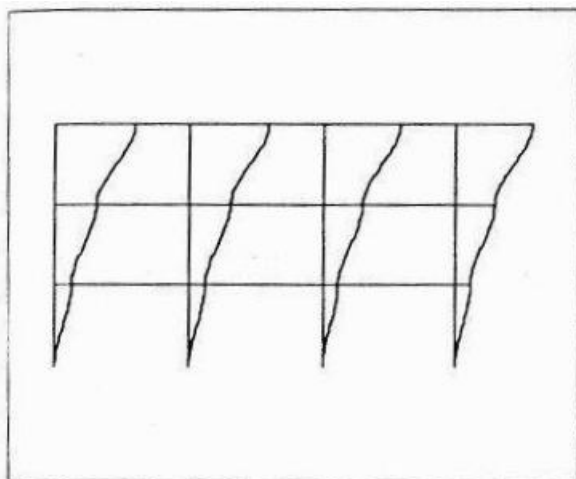


Figura A.30

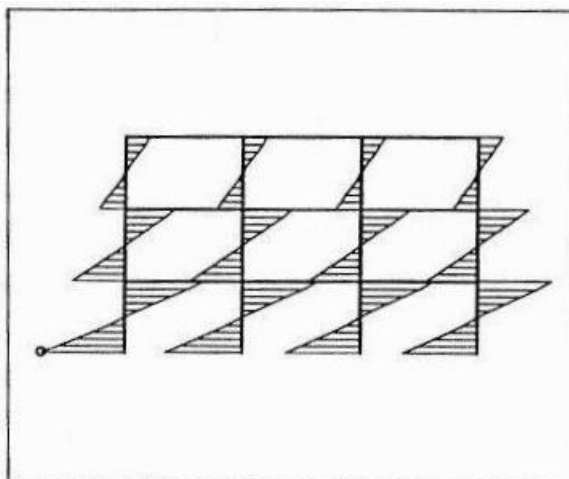


Figura A.31

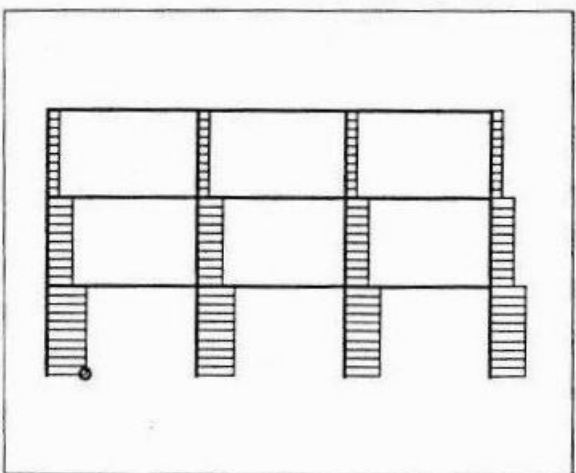


Figura A.32

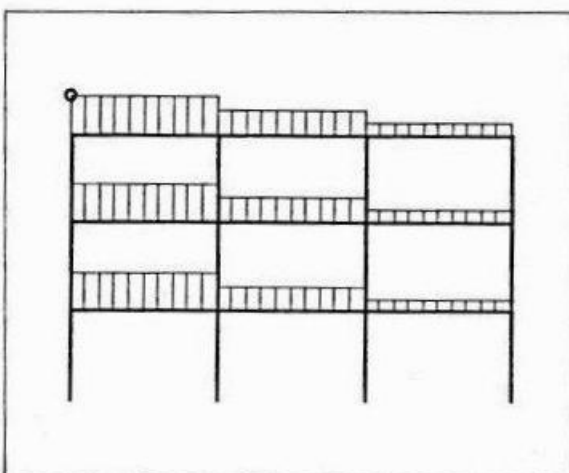


Figura A.33

Sollecitazione negli elementi

CONDIZIONE DI CARICO 1

Trave		$T_x$	$T_y$	$T_z$	$M_x$	$M_y$	$M_z$
1	1	0.000e+0	0.000e+0	-7.916e+2	0.000e+0	1.187e+5	0.000e+0
	5	0.000e+0	0.000e+0	7.916e+2	0.000e+0	1.187e+5	0.000e+0
2	5	0.000e+0	0.000e+0	-5.012e+2	0.000e+0	7.519e+4	0.000e+0
	9	0.000e+0	0.000e+0	5.012e+2	0.000e+0	7.519e+4	0.000e+0
3	9	0.000e+0	0.000e+0	-2.500e+2	0.000e+0	3.750e+4	0.000e+0
	13	0.000e+0	0.000e+0	2.500e+2	0.000e+0	3.750e+4	0.000e+0
4	2	0.000e+0	0.000e+0	-7.554e+2	0.000e+0	1.133e+5	0.000e+0
	6	0.000e+0	0.000e+0	7.554e+2	0.000e+0	1.133e+5	0.000e+0

Trave		$T_x$	$T_y$	$T_z$	$M_x$	$M_y$	$M_z$
5	6	0.000e+0	0.000e+0	-5.004e+2	0.000e+0	7.506e+4	0.000e+0
	10	0.000e+0	0.000e+0	5.004e+2	0.000e+0	7.506e+4	0.000e+0
6	10	0.000e+0	0.000e+0	-2.500e+2	0.000e+0	3.750e+4	0.000e+0
	14	0.000e+0	0.000e+0	2.500e+2	0.000e+0	3.750e+4	0.000e+0
7	3	0.000e+0	0.000e+0	-7.322e+2	0.000e+0	1.098e+5	0.000e+0
	7	0.000e+0	0.000e+0	7.322e+2	0.000e+0	1.098e+5	0.000e+0
8	7	0.000e+0	0.000e+0	-4.995e+2	0.000e+0	7.492e+4	0.000e+0
	11	0.000e+0	0.000e+0	4.995e+2	0.000e+0	7.492e+4	0.000e+0
9	11	0.000e+0	0.000e+0	-2.500e+2	0.000e+0	3.750e+4	0.000e+0
	15	0.000e+0	0.000e+0	2.500e+2	0.000e+0	3.750e+4	0.000e+0
10	4	0.000e+0	0.000e+0	-7.208e+2	0.000e+0	1.081e+5	0.000e+0
	8	0.000e+0	0.000e+0	7.208e+2	0.000e+0	1.081e+5	0.000e+0
11	8	0.000e+0	0.000e+0	-4.989e+2	0.000e+0	7.483e+4	0.000e+0
	12	0.000e+0	0.000e+0	4.989e+2	0.000e+0	7.483e+4	0.000e+0
12	12	0.000e+0	0.000e+0	-2.500e+2	0.000e+0	3.750e+4	0.000e+0
	16	0.000e+0	0.000e+0	2.500e+2	0.000e+0	3.750e+4	0.000e+0
13	5	7.096e+2	0.000e+0	0.000e+0	0.000e+0	0.000e+0	0.000e+0
	6	-7.096e+2	0.000e+0	0.000e+0	0.000e+0	0.000e+0	0.000e+0
14	6	4.547e+2	0.000e+0	0.000e+0	0.000e+0	0.000e+0	0.000e+0
	7	-4.547e+2	0.000e+0	0.000e+0	0.000e+0	0.000e+0	0.000e+0
15	7	2.220e+2	0.000e+0	0.000e+0	0.000e+0	0.000e+0	0.000e+0
	8	-2.220e+2	0.000e+0	0.000e+0	0.000e+0	0.000e+0	0.000e+0
16	9	7.488e+2	0.000e+0	0.000e+0	0.000e+0	0.000e+0	0.000e+0
	10	-7.488e+2	0.000e+0	0.000e+0	0.000e+0	0.000e+0	0.000e+0
17	10	4.984e+2	0.000e+0	0.000e+0	0.000e+0	0.000e+0	0.000e+0
	11	-4.984e+2	0.000e+0	0.000e+0	0.000e+0	0.000e+0	0.000e+0
18	11	2.489e+2	0.000e+0	0.000e+0	0.000e+0	0.000e+0	0.000e+0
	12	-2.489e+2	0.000e+0	0.000e+0	0.000e+0	0.000e+0	0.000e+0
19	13	7.500e+2	0.000e+0	0.000e+0	0.000e+0	0.000e+0	0.000e+0
	14	-7.500e+2	0.000e+0	0.000e+0	0.000e+0	0.000e+0	0.000e+0
20	14	5.000e+2	0.000e+0	0.000e+0	0.000e+0	0.000e+0	0.000e+0
	15	-5.000e+2	0.000e+0	0.000e+0	0.000e+0	0.000e+0	0.000e+0
21	15	2.500e+2	0.000e+0	0.000e+0	0.000e+0	0.000e+0	0.000e+0
	16	-2.500e+2	0.000e+0	0.000e+0	0.000e+0	0.000e+0	0.000e+0

In fig. A.31 si riporta il diagramma del momento flettente, in fig. A.32 il diagramma del taglio ed infine in fig. A.33 il diagramma dello sforzo normale. Il cerchietto indica, in ciascun diagramma, la massima sollecitazione in valore assoluto.

Si riportano qui di seguito dati e risultati di PC.E, direttamente confrontabili con l'esempio di riferimento. La comparazione, anche in questo caso, è ottima.

PC.E: Telaio\_Shear\_Type (28/05/2010 - 9.39.14)

File Modifica Opzioni Disegna Finestra ?

Stat. Lin. NON Sism. ANALISI SEMPLIFICATE D.M. 14.12008 [NTC 08]

Materiali Piano Verticale // XZ Y = 0.000

Materiali  $\alpha^\circ = 315$  Z = 50  $\rho = 100$  X = 70.71 Y = -70.71

Dati Materiali (1)

N°	Col.	Tipologia materiale	Descrizione [parametri meccanici in: kgf/cm <sup>2</sup> ]	Mur. nuova	Tipologia muratura	E	G	(eps).2 (%) (parabola-)	(eps).u (%) rettangolo	t.m	t.k	t.vmo (mur.) tau.o (mur.e)
1		1	Conglomerato Cementizio Armato C25/30			300000	125000	0.20	0.35		25.0	

Dati Sezioni (4)

N°	Tipologia	Descrizione	B / R (m)	H / r (m)	b / s (m)	h / t (m)	H sez. (m)	Area (m <sup>2</sup> )	Jx (m <sup>4</sup> )
1	1	Ritti primo impalcato	0.500	0.500	0.000	0.000	0.500	2.50E-01	8.80E-03
2	1	Ritti secondo impalcato	0.400	0.400	0.000	0.000	0.400	1.60E-01	3.61E-03
3	1	Ritti terzo impalcato	0.300	0.300	0.000	0.000	0.300	9.00E-02	1.14E-03
4	1	Travi	0.300	0.700	0.000	0.000	0.700	2.10E-01	4.55E-03

Versione 2010.02.1i Professionale Completa

**Fig. 3.2.1.** Numerazione nodi, aste, materiali, sezioni

PC.E: Telaio\_Shear\_Type ( 28/05/2010 - 9.39.14 )

File Modifica Esegui Unifica Opzioni Edit Disegna Finestra ?

Stat. Lin. NON Sism. ANALISI SEMPLIFICATE

D.M. 14.12.2008 (NTC 08)

### Dati Nodi (16)

N°	ID	Sub.	Dis.	Nome	X (m)	Y (m)	Z (m)	Piano	Vincolo esterno (1=consentito, 0=no)	u (sX)	v (sY)	w (sZ)	phiX	phiY	phiZ	Nodo master	Vinc. Ku (k)
1	1				0.000	0.000	0.000	0	000000							0	
2	2				5.000	0.000	0.000	0	000000							0	
3	3				10.000	0.000	0.000	0	000000							0	
4	4				15.000	0.000	0.000	0	000000							0	
5	17				0.000	0.000	3.000	1	101000							0	
6	18				5.000	0.000	3.000	1	101000							0	
7	19				10.000	0.000	3.000	1	101000							0	
8	20				15.000	0.000	3.000	1	101000							0	
9	21				0.000	0.000	6.000	1	101000							0	
10	22				5.000	0.000	6.000	1	101000							0	
11	23				10.000	0.000	6.000	1	101000							0	
12	24				15.000	0.000	6.000	1	101000							0	
13	25				0.000	0.000	9.000	1	101000							0	
14	26				5.000	0.000	9.000	1	101000							0	
15	27				10.000	0.000	9.000	1	101000							0	
16	28				15.000	0.000	9.000	1	101000							0	

### Dati Aste (21)

N°	Col.	Dis.	N°nodo i (iniziale)	N°nodo j (finale)	Vincolo interno i' (0=continuo, 1=svinc.)	Vincolo interno j' (0=continuo, 1=svinc.)	N° Sez.	Angolo di rotazione (°)	Scost. y nodo i (m)	Scost. y nodo j (m)	Scost. z nodo i (m)	Scost. z nodo j (m)	Pende somm.
1			1	5	000000	000000	1	0.00	0.000	0.000	0.000	0.000	
2			2	6	000000	000000	1	0.00	0.000	0.000	0.000	0.000	
3			3	7	000000	000000	1	0.00	0.000	0.000	0.000	0.000	
4			4	8	000000	000000	1	0.00	0.000	0.000	0.000	0.000	
5			5	9	000000	000000	2	0.00	0.000	0.000	0.000	0.000	
6			6	10	000000	000000	2	0.00	0.000	0.000	0.000	0.000	
7			7	11	000000	000000	2	0.00	0.000	0.000	0.000	0.000	
8			8	12	000000	000000	2	0.00	0.000	0.000	0.000	0.000	
9			9	13	000000	000000	3	0.00	0.000	0.000	0.000	0.000	
10			10	14	000000	000000	3	0.00	0.000	0.000	0.000	0.000	
11			11	15	000000	000000	3	0.00	0.000	0.000	0.000	0.000	
12			12	16	000000	000000	3	0.00	0.000	0.000	0.000	0.000	
13			5	6	000000	000000	4	0.00	0.000	0.000	-0.350	-0.350	
14			6	7	000000	000000	4	0.00	0.000	0.000	-0.350	-0.350	
15			7	8	000000	000000	4	0.00	0.000	0.000	-0.350	-0.350	
16			9	10	000000	000000	4	0.00	0.000	0.000	-0.350	-0.350	
17			10	11	000000	000000	4	0.00	0.000	0.000	-0.350	-0.350	
18			11	12	000000	000000	4	0.00	0.000	0.000	-0.350	-0.350	
19			13	14	000000	000000	4	0.00	0.000	0.000	-0.350	-0.350	
20			14	15	000000	000000	4	0.00	0.000	0.000	-0.350	-0.350	
21			15	16	000000	000000	4	0.00	0.000	0.000	-0.350	-0.350	

Versione 2010.02.11 Professionale Completa

Fig. 3.2.2. Dati nodi (vincoli esterni) e aste (vincoli interni)

Si noti che la convenzione 0-1 per spostamenti impediti-liberi adottata da PC.E (conforme a riferimenti bibliografici quali [2.4]) è opposta a quella indicata nel test di riferimento.

Il modello shear-type è riconoscibile dal blocco del grado di libertà corrispondente alla rotazione nel piano verticale ( $\phi_i, Y$ ) per tutti i nodi in elevazione. Per le strutture in muratura, questa schematizzazione è tipica dei metodi Por e comunque si ritiene accettabile qualora le pareti lavorino prevalentemente a taglio (siano cioè 'tozze'): il fatto che il metodo Por contenga in sé una violazione dell'equilibrio è reso evidente da questo esempio, dove si vede chiaramente come i momenti ai nodi non sono in equilibrio tra loro (fig. 3.2.4) a causa della presenza di un momento reattivo 'esterno', corrispondente a un 'vincolo' che di fatto esterno non è (i reali vincoli esterni sono infatti solo gli incastri alla base). Argomento a parte sono le considerazioni su quanto questo modo di operare possa essere corretto per gli edifici in muratura (quando le pareti sono tozze e gli edifici bassi, nei fatti, lo è).



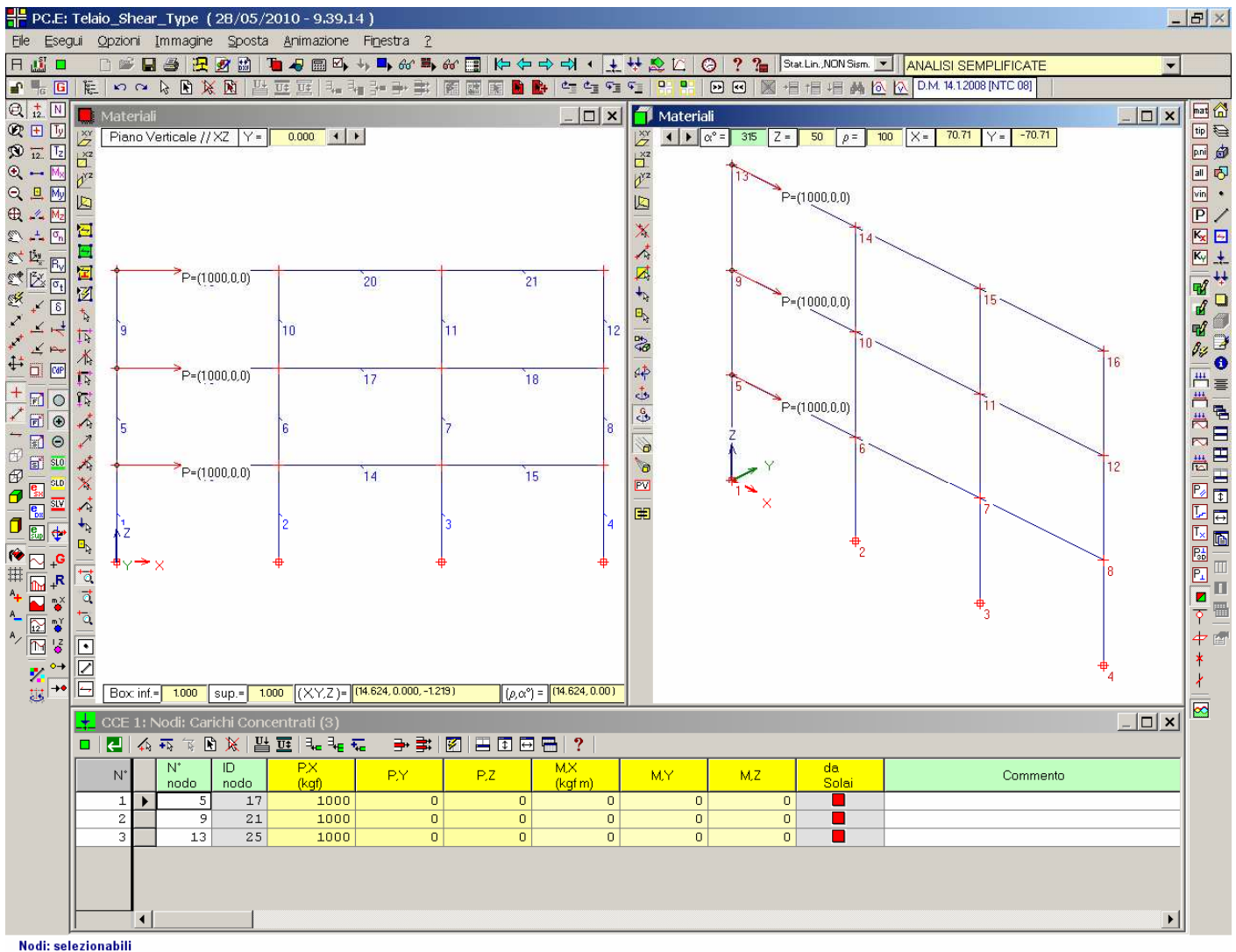
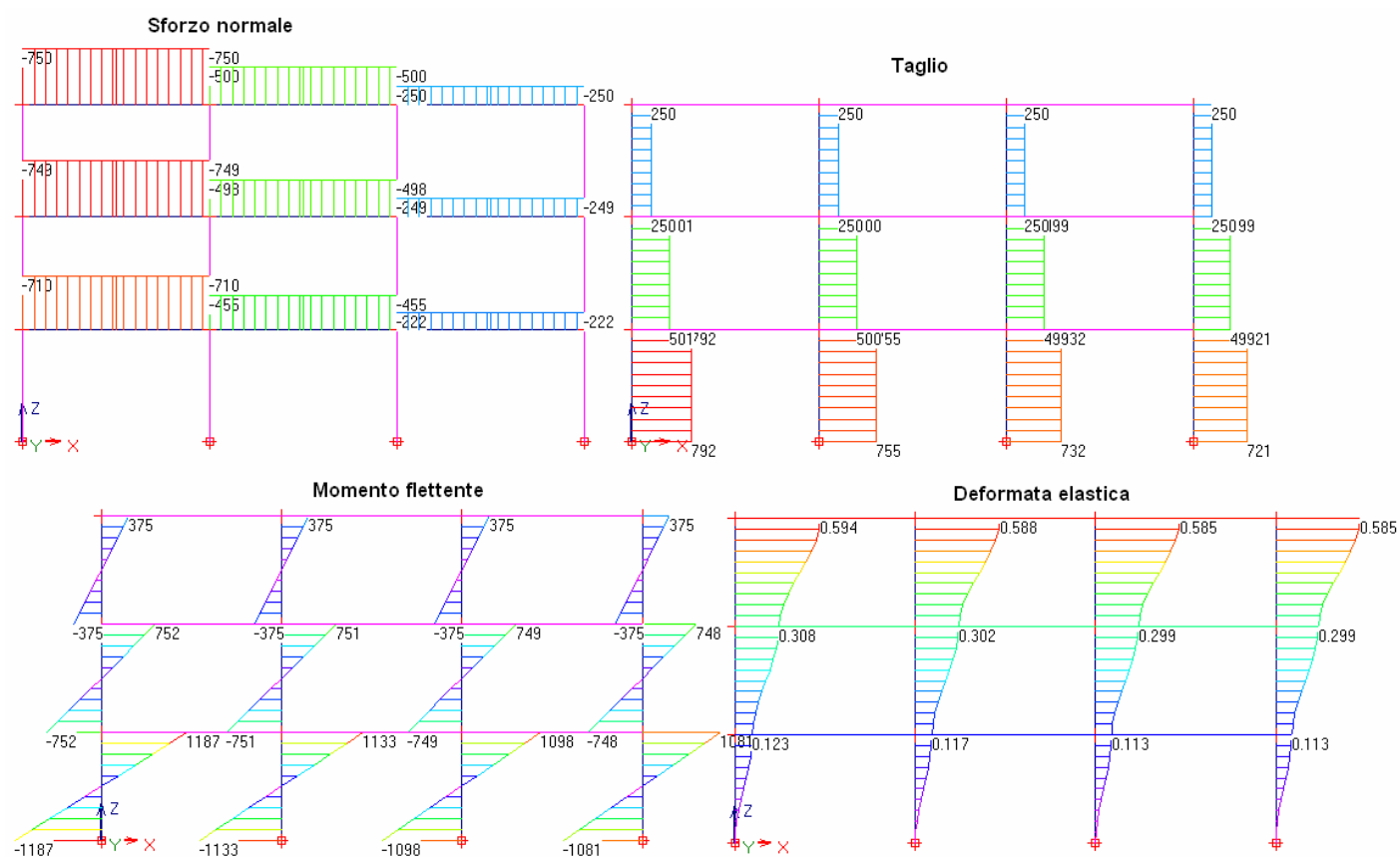


Fig. 3.2.3. Condizione di carico: forze orizzontali concentrate



**Fig. 3.2.4.** Risultati dell'analisi con PC.E

## 4. CASI RISOLTI E COMMENTATI: STRUTTURE IN MURATURA

### 4.1. PARETE MURARIA MULTIPIANO CON APERTURE

*Questo studio è stato originariamente condotto con la versione PC.E 2007 conforme alle Norme di nuova generazione a quel tempo vigenti (OPCM 3274/2003 e s.m.i.); in questo contesto il testo originario, elaborato dall'Ing. Tesse [4.1.3], viene aggiornato dall'Autore del presente testo al D.M. 14.1.2008. La validità dell'approccio risulta confermata, dato che la tecnica di modellazione a telaio equivalente è rimasta invariata nel corso dell'evoluzione normativa.*

Riferimenti bibliografici:

- [4.1.1] Magenes G., Bolognini D., Braggio C. (A cura di) "Metodi semplificati per l'analisi sismica non lineare di edifici in muratura", CNR-Gruppo Nazionale per la Difesa dai Terremoti – Roma 2000
- [4.1.2] Ordinanza del Presidente del Consiglio dei Ministri n.3431 del 3 maggio 2005: Ulteriori modifiche ed integrazioni all'OPCM n. 3274 del 20 marzo 2003, recante "Primi elementi in materia di criteri generali per la classificazione sismica del territorio nazionale e di normative tecniche per le costruzioni in zona sismica"
- [4.1.3] Tesse R., Tesse V. "Adeguamento sismico della scuola in muratura Villa Charitas di Prato. Confronto tra il metodo POR e l'analisi statica non lineare (pushover)", Tesi di laurea, Firenze 2005.

#### **Files dati di riferimento, installati dal software:**

in PC.E: \Aedes2012\Pce\Es-Validazione\Parete\_A\_1X.pce, cartella: \Aedes2012\Pce\Es-Validazione\PareteA\_1X e similmente per: Parete\_A\_1X\_Fasce, Parete\_A\_1X\_ShearType, Parete\_B\_1X, Parete\_C\_1X

Per eseguire il test del software ad elementi finiti PC.E si è analizzata una parete multipiano in muratura con aperture, caricata nel piano con forze orizzontali crescenti, applicate al livello dei solai secondo due distribuzioni di forze:

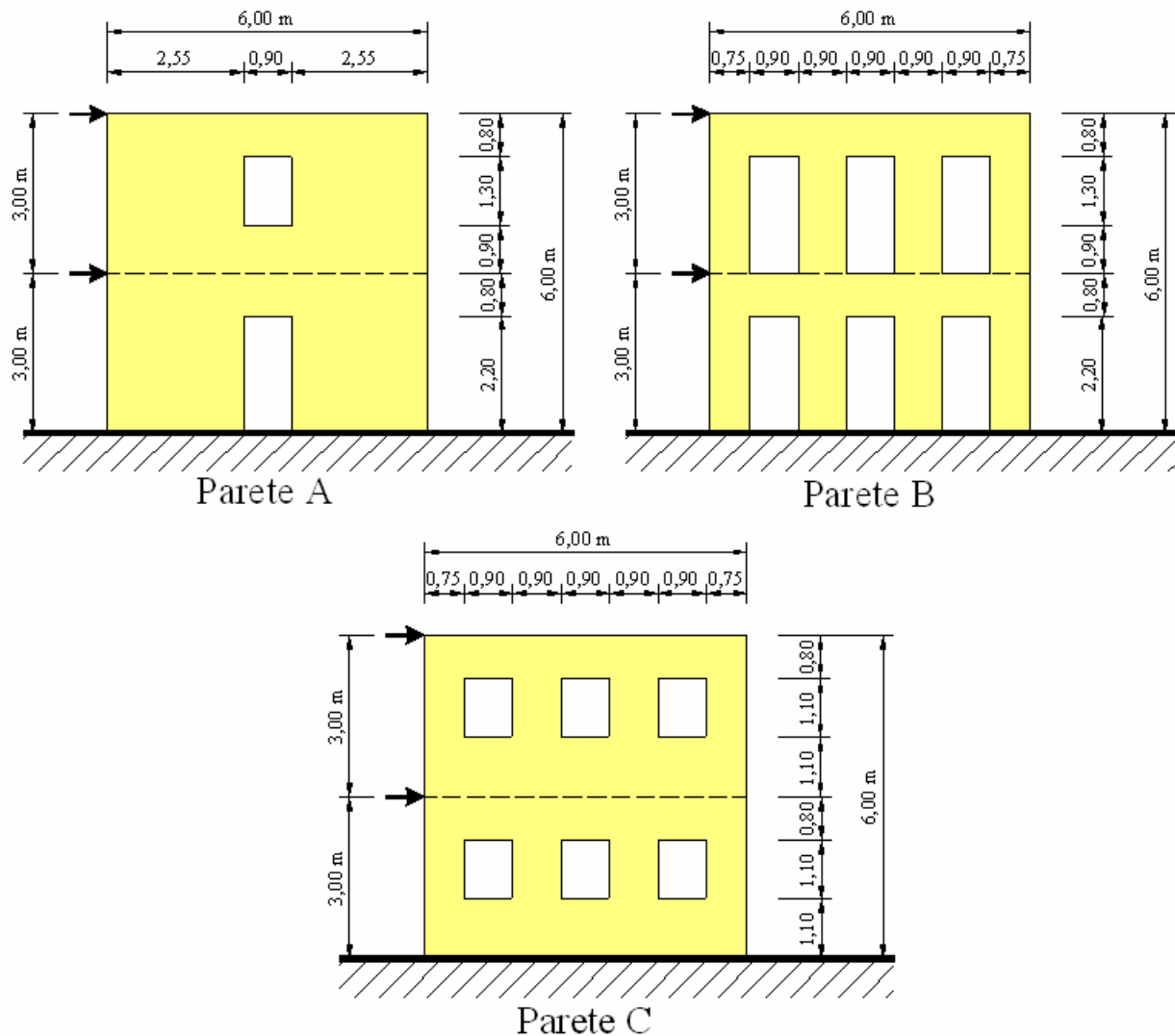
- 1- distribuzione di forze fissa proporzionale alle masse (E);
- 2- distribuzione di forze adattiva (F), proporzionali alla prima forma modale, ma tenendo conto dell'evoluzione della rigidezza e quindi delle forme di vibrazione conseguenti allo sviluppo delle deformazioni inelastiche.

Le analisi sono state svolte imponendo che i nodi di uno stesso solaio avessero uguali spostamenti orizzontali e assumendo come spostamenti incogniti nodali orizzontali la sola traslazione di un nodo master di riferimento. Tutti gli altri nodi, pur avendo la traslazione orizzontale rigidamente collegata a tale nodo master, conservano gli altri gradi di libertà: possono dunque avere libere la rotazione  $\phi$ ,  $y$  e lo spostamento verticale  $w$  ( $=s, z$ ).

Sono state prese in esame tre diverse configurazioni di pareti a due piani, i cui maschi hanno rapporti diversi altezza/larghezza, passando da  $(h/l) < 1$  a  $(h/l) > 2$ . Per poter avere un confronto qualitativo sulla esattezza dei risultati, sono state considerate pareti con rapporti geometrici simili a quelli studiati dal Prof. Guido Magenes nella monografia "Metodi semplificati per l'analisi sismica non lineare di edifici in muratura", capitolo 3 [4.1.1]. Si riportano di seguito nella figura 4.1.1 le tre pareti studiate.

Il confronto fra le tre diverse pareti è stato svolto esaminando le curve taglio-spostamento, i meccanismi di rottura degli elementi maschio e fascia ed i profili degli spostamenti orizzontali.

Le pareti sono costituite da laterizi pieni dello spessore di 30 cm. Si è considerato un peso distribuito sulle fasce dovuto al solaio, pensando la parete appartenente ad un edificio tridimensionale delle dimensioni in pianta  $6 \times 5 \text{ m}^2$ . I solai sono tutti in latero-cemento ed hanno spessore di  $20 + 4 \text{ cm}$ . Peso proprio:  $260 \text{ kg/m}^2$ , Carico permanente oltre peso proprio:  $210 \text{ kg/m}^2$ , Carico variabile:  $200 \text{ kg/m}^2$ . Altezze di interpiano: 3.00 m.



**Fig. 4.1.1.** Pareti studiate con l'analisi pushover

Caratteristiche dei materiali: laterizi pieni.

$f_{vm0}=2.86 \text{ kgf/cm}^2$ ,  $f_m=71.4 \text{ kgf/cm}^2$ ,  $E=50000 \text{ kgf/cm}^2$ ,  $G=20000 \text{ kgf/cm}^2$ ,  
peso specifico= $1800 \text{ kgf/m}^3$ , duttilità  $\mu=2$ .

Caratteristiche adottate per l'analisi pushover:

- i dati sismici sono stati aggiornati al D.M. 14.1.2008, ipotizzando che l'edificio sia ubicato nel Comune di Firenze; in figura seguente i parametri di pericolosità sismica. Al di là comunque di tali parametri, il test è principalmente finalizzato a cogliere la corretta descrizione del comportamento strutturale, più che uno specifico risultato di verifica sismica; in particolare, allo Stato Limite di salvaguardia della Vita (SLU) risulta, per l'edificio in oggetto:  $a, g = 0.131 \text{ g}$  (rispetto ad  $a, g = 0.25 \text{ g}$  che caratterizzava uniformemente la zona 2 nelle norme precedenti);
- rigidezze non fessurate;
- verifiche eseguite: a pressoflessione complanare in sommità e alla base dei maschi;
- non si effettua la verifica a pressoflessione sulle fasce, ipotizzando la presenza del cordolo di piano che inibisce questo tipo di rottura [4.1.1];
- a taglio per scorrimento considerando la parzializzazione della sezione per i maschi, senza considerare la parzializzazione della sezione per le fasce;
- a taglio per fessurazione diagonale per maschi e fasce;
- distribuzione di forze: (E) proporzionale alle masse (fissa); (F) proporzionale alla prima forma modale, ma tenendo conto dell'evoluzione della rigidezza e quindi delle forme di vibrazione conseguenti allo sviluppo delle deformazioni inelastiche (adattiva);
- direzione e verso di analisi: +X (essendo simmetriche le pareti la risposta in direzione -X è identica);
- stati limiti analizzati: SLD e SLV;
- punto di controllo, di cui rilevare lo spostamento: posto in sommità del paramento murario;
- incremento di taglio globale alla base: 1 kN;



- controllo di spostamento: eseguito secondo il controllo di duttilità;
- criterio di individuazione del punto di stato limite ultimo nel diagramma forza-spostamento: prima caduta del 20% rispetto ad un massimo relativo.

**Vita Nominale, Classi d'Uso, Periodo di riferimento [§2.4]**

Vita Nominale V.N (anni) =  Classe d'uso:

Coefficiente d'uso C.U = 1.0

Periodo di riferimento per l'azione sismica (anni): V.R = V.N \* C.U = 50

**Parametri di Calcolo**

Generali | Sismica (1) | Sismica (2) | Modale | Muratura (1) | Muratura (2) | Pushover (1) | Pushover (2) | Pushover (3) | Mur. Armata

**Determinazione dell'Azione Sismica [§3.2]**

**1. Pericolosità sismica:**  
Coordinate geografiche del sito (nel sistema ED50, utilizzato da INGV per il reticolo), in gradi decimali:  
Longitudine =  Latitudine =

Tipo di interpolazione:  
☐ Media ponderata: [3]. \$All.A  
☒ Superficie rigata [SCA]

WGS84 <--> ED50 ...

Tab. 2, All.B:

Reticolo intorno al sito...

**2. P.V.R %:** Probabilità di superamento nel periodo di riferimento V.R per ciascun Stato Limite (Tab. 3.2.I):

Stati limite	P.V.R (%)
SLE: SLO	81
SLE: SLD	63
SLU: SLV	10
SLU: SLC	5

V.R (anni) = 50  
 $T.R = V.R / [1 - \ln(1 - P.V.R)]$

**3. Valori dei parametri a.g, F.o, TC\* per i periodi di ritorno TR associati a ciascuno Stato Limite, e: S.S, C.C, S, TB, TC, TD, F.v [§3.2.3]:**

Stati	Limite	TR (anni)	a.g (g)	F.o	TC* (sec)	S.S	C.C	S	TB (sec)	TC (sec)	TD (sec)	F.v
SLE	SLO	30	0.046	2.556	0.250	1.000	1.000	1.000	0.083	0.250	1.784	0.740
SLE	SLD	50	0.056	2.590	0.268	1.000	1.000	1.000	0.089	0.268	1.824	0.827
SLU	SLV	475	0.131	2.406	0.300	1.000	1.000	1.000	0.100	0.300	2.124	1.176
SLU	SLC	975	0.166	2.389	0.310	1.000	1.000	1.000	0.103	0.310	2.264	1.314

Categoria di sottosuolo:  Categoria topografica:  h/H (h= quota sito, H=altezza rilievo topografico) (0 <= h/H <= 1) =   
(secondo §3.2.3.2.1: ST = 1.00) Coefficiente di amplificazione topografica ST =

**- Componente orizzontale:**

**SLE:** Smorzamento viscoso:  $\xi$  (%) =  →  $\eta$  =  In Analisi Statica Non Lineare (Pushover) è stato calcolato: q = 2.508  
Secondo Normativa: q = k\*(a<sub>u</sub>/a<sub>1</sub>). Si ha: k = 2.0, e quindi: q = 3.600

**SLU:**  $\alpha_v/\alpha_1$  = (secondo §7.8.1.3: 1.80)  → q<sub>0</sub> =  ☒ Regolarità in altezza → q =  →  $\eta$  =

**- Componente verticale:**

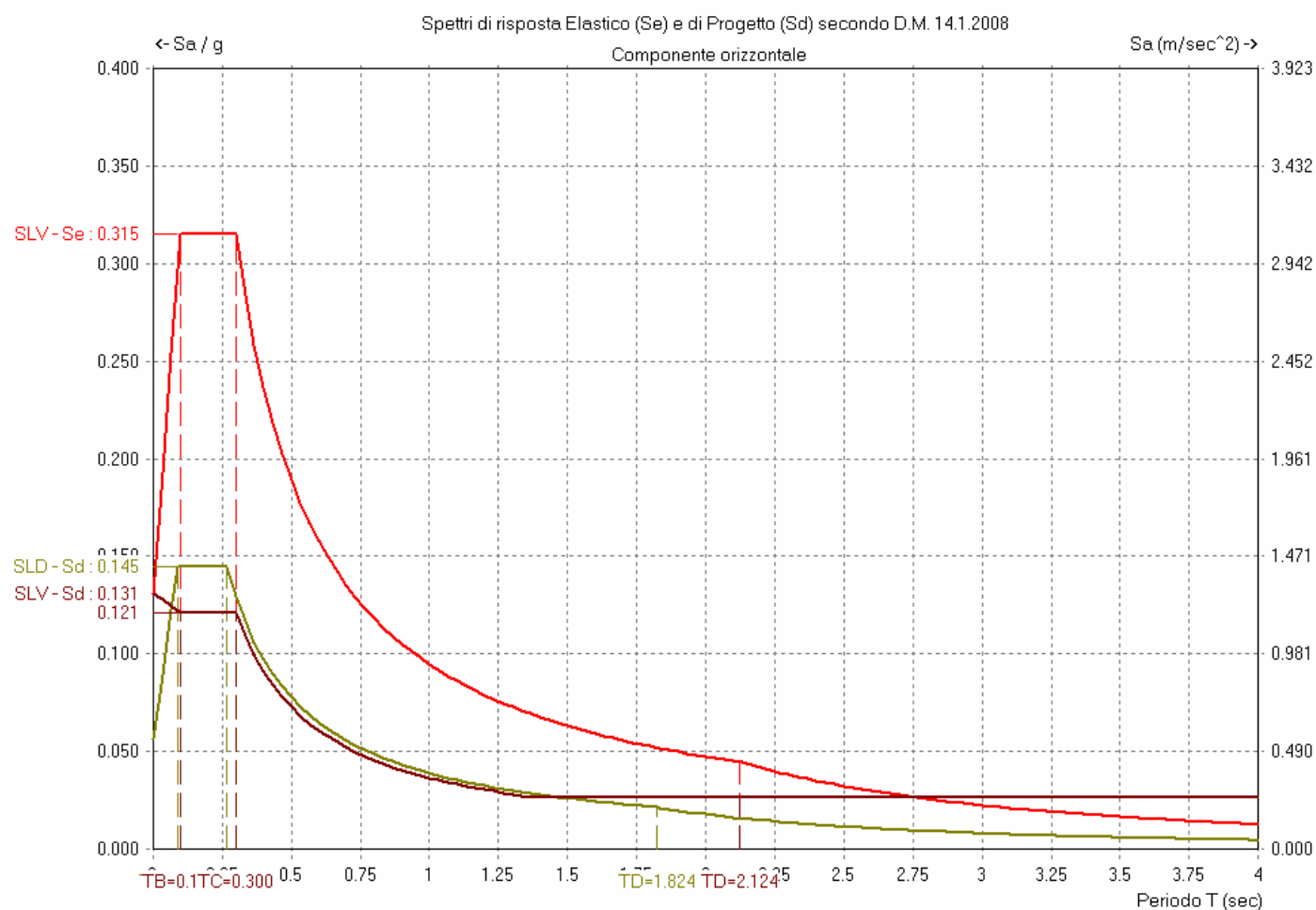
S.S =  S =  T (sec): TB =  TC =  TD =

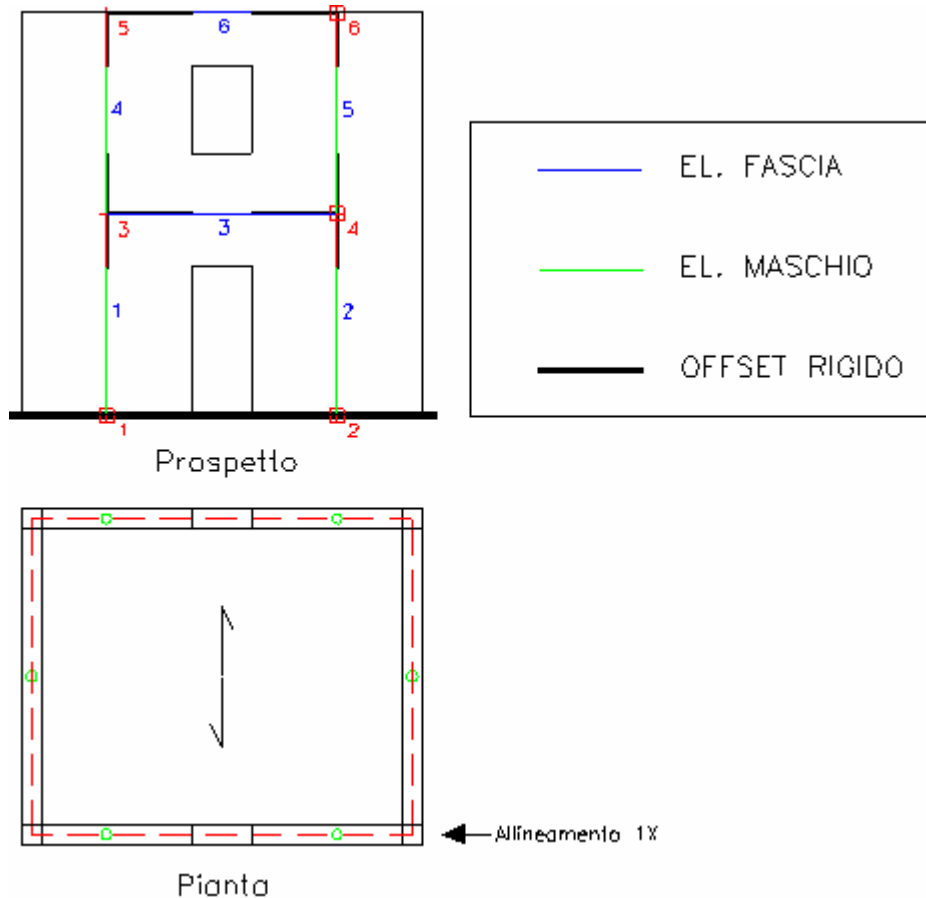
**SLE:**  $\xi$  (%) =  →  $\eta$  =  **SLU:** q =  →  $\eta$  =

Reimpostazione automatica parametri dipendenti

**Legenda Parametri:**  modificabili, ma non modificati  
 indipendenti  modificati  non modificabili

Fig. 4.1.2. Parametri di pericolosità sismica per l'edificio esaminato

**Fig. 4.1.3.** Spettri di risposta secondo D.M. 14.1.2008

**Risultati dell'analisi pushover per la Parete A****Fig. 4.1.4.** Modellazione della parete "A"

Lo schema ad elementi finiti della parete a "telaio equivalente" è riportato in fig. 4.1.4. I sottofinestra sono considerati non aventi funzione statica in sé, ma forniscono il vincolo di irrigidimento ai maschi murari laterali, modellati con bracci rigidi. Per quanto riguarda il vincolamento dei nodi: quelli alla base sono incastri; i nodi master, col significato dato nel paragrafo precedente, sono nodi di piano che governano, tramite lo schema di traverso rigido, lo spostamento orizzontale; tutti i nodi in elevazione vengono lasciati liberi di ruotare (in altri termini, non si è assunto lo schema shear-type).

I rapporti  $h/l$  dei maschi murari sono minori di 1: si attendono pertanto rotture prevalentemente per taglio.

Si riportano di seguito i risultati della distribuzione di forze più sfavorevole (E) dal punto di vista del rapporto tra capacità e domanda in termini di spostamento (la capacità risulta comunque 2.641 volte maggiore della domanda, con verifica di sicurezza soddisfatta). Seguono, per entrambe le distribuzioni (E) (F), le illustrazioni del diagramma taglio alla base-spostamento del punto di controllo ad essa relativa (figg. 4.1.5 - 4.1.6); meccanismi di rottura degli elementi (fig. 4.1.7); storia della fessurazione progressiva, con indicazione del taglio globale alla base e del corrispondente spostamento del punto di controllo per ogni configurazione (fig. 4.1.8).

**SLU DI SALVAGUARDIA DELLA VITA (SLV) - DISTR.FORZE (E) - DIREZIONE: +X****Sistema reale M-GDL (a più gradi di libertà):**

Rigidezza iniziale (elastica) (kN/m) = 277161.90  
 Resistenza massima (taglio alla base):  $F_{Max,M-GDL}$  (kN) = 163.09  
 Resistenza a SLV (Stato limite ultimo):  $F_{SLV,M-GDL}$  (kN) = 130.48

Punto di controllo ubicato al 2° piano. Spostamento orizzontale:  $dc$  (mm):

- iniziale = 0.00
- al limite ultimo:  $dc_{SLV,M-GDL}$  = 0.68, di cui dovuto alle forze orizzontali = 0.68

**Sistema equivalente 1-GDL (a 1 grado di libertà):**

Calcolo della Massa  $m^*$  e del Fattore di partecipazione modale  $\Gamma$  (§C7.3.4.1):

è stata scelta l'opzione  $\Gamma=1.000$  per la distribuzione di forze (E).

La massa  $m^*$  è pari alla somma delle masse traslazionali nella direzione di analisi (X):

Massa  $m^* = \Sigma(m,i)$  (k\*kgm) = 28.00  
 Coefficiente di partecipazione  $\Gamma = 1.000$

Resistenza massima (taglio alla base):  $F_{Max,1-GDL} = (F_{Max,M-GDL} / \Gamma)$  (kN) = 163.09  
 Resistenza a SLV (Stato limite ultimo):  $F_{SLV,1-GDL} = (F_{SLV,M-GDL} / \Gamma)$  (kN) = 130.48  
 Spostamento a SLV (Stato limite ultimo):  $d_{SLV,1-GDL} = (d_{SLV,M-GDL} / \Gamma)$  (mm) = 0.68

#### Sistema bi-lineare equivalente 1-GDL (a 1 grado di libertà):

70% della Resistenza massima del sistema 1-GDL = 70%  $F_{Max,1-GDL}$  (kN) = 114.17  
 Rigidezza elastica:  $k^*$  (kN/m) = 271061.30 (=97.799% della rigidezza elastica del sistema M-GDL)  
 Periodo elastico:  $T^* = 2\pi\sqrt{m^*/k^*}$  (sec) = 0.064  
 Punto di snervamento: spostamento  $dy^*$  (mm) = 0.55  
 forza  $Fy^*$  (kN) = 149.98

Stato Limite SLV e relativa probabilità di superamento (§3.2.1):

PVR: Probabilità di superamento nel periodo di riferimento V,R = 10 %  
 Da PVR e V,R, per SLV risulta definito il valore di T,R (§ All. A)  
 attraverso la relazione:  $T,R = -V,R / [1 - \ln(1 - PVR)]$

Valori dei parametri  $ag$ ,  $Fo$ ,  $TC^*$  per i periodi di ritorno TR associati allo Stato Limite SLV

e: SS, CC, S, TB, TC, TD, Fv [§3.2.3], dove:  
 $ag$  = accelerazione orizzontale massima al sito,  
 $Fo$  = valore massimo del fattore di amplificazione dello spettro in accelerazione orizzontale,  
 $TC^*$  = periodo di inizio del tratto a velocità costante dello spettro in accelerazione orizzontale,  
 SS = coefficiente di sottosuolo;  
 CC = coefficiente per TC dipendente dal sottosuolo;  
 S = coefficiente che tiene conto della categoria di sottosuolo e delle condizioni topografiche;  
 TB, TC, TD = periodi di spettro;  
 Fv = fattore di amplificazione spettrale massima per spettro in accelerazione verticale:

Stato Limite	TR	a,g	Fo	TC*	SS	CC	S	TB	TC	TD	Fv
	(anni)	(*g)		(sec)				(sec)	(sec)	(sec)	
SLU - SLV	475	0.131	2.406	0.300	1.000	1.000	1.000	0.100	0.300	2.124	1.176

#### Risposta massima in spostamento del sistema equivalente:

Risposta del sistema elastico di pari periodo:

- in accelerazione:  $S_e(T^*) = 0.249$  g
- in spostamento:  $d^*,e,max = S_e(T^*)$  (mm) = 0.26
- forza di risposta elastica =  $S_e(T^*) m^*$  (kN) = 68.47
- (taglio totale agente sulla base del sistema equivalente 1-GDL calcolato dallo spettro di risposta elastico);
- forza di snervamento  $Fy^*$  (kN) = 149.98
- (taglio alla base resistente del sistema equivalente 1-GDL ottenuto dall'analisi non lineare)

Rapporto tra forza di risposta elastica e forza di snervamento:  $q^* = 0.462$

Controllo su  $q^*$  secondo §7.8.1.6:

risultato:  $q^* \leq 3$ : la verifica di sicurezza può essere eseguita.

$q^* \leq 1$ , e quindi:  $d^*,max = d^*,e,max$

Risposta in spostamento del sistema anelastico:  $d^*,max$  (mm) = 0.26

#### Conversione della risposta equivalente in quella effettiva dell'edificio:

Spostamento effettivo di risposta del punto di controllo:  $\Gamma d^*,max$  (mm) = 0.26

#### Verifica di sicurezza (§7.3.4.1 - §7.8.1.5.4 - §C7.3.4.1 - §C7.8.1.5.4):

Domanda sismica in spostamento: (mm) = 0.26

Capacità di spostamento a SLV: (mm) = 0.68

**Rapporto: Capacità/Domanda = 2.641: Capacità > Domanda**

#### Verifiche per edifici strategici o importanti:

Accelerazione sostenibile (Capacità) per SLV (PGA,CLV)  $\geq 0.219$  g

corrispondente, per il sito di ubicazione dell'edificio, al periodo di ritorno TR = 2475 anni.

Tale accelerazione, nel periodo di riferimento VR = 50 anni,

ha la probabilità di essere superata pari a: PVR = 2 %

(rispetto ai valori di progetto per SLV - sopra riportati - deve risultare:

in caso di verifica di sicurezza non soddisfatta, PGA sostenibile ed il corrispondente TR minori,  
 e la corrispondente PVR maggiore; per verifica soddisfatta, PGA sost.e TR maggiori, e PVR minore).

#### Riepilogo per SLV

	TR	PGA	PVR
	(anni)	(*g)	(%)
Dati	475	0.131	10.0
Risultati	2475	0.219	2.0

#### Verifiche di vulnerabilità - Indicatore di rischio:

- secondo PGA:  $\alpha,V = PGA_{CLV} / PGA_{DLV}(=a,g \text{ in input per SLV}) = 0.219/0.131 = 1.672$

- secondo TR:  $\alpha,V = TR_{CLV} / TR_{DLV}(=TR \text{ in input per SLV}) = 2475/475 = 5.211$

#### Indicatore di rischio: Rapporto fra Capacità e Domanda in termini di PGA:

-  $\alpha,V = PGA_{CLV} / PGA_{DLV}(=a,g \text{ in input per SLV}) = 0.219/0.131 = 1.672$

- periodi di ritorno:  $TR_{CLV} = 2475$ ;  $TR_{DLV} = 475$

(i risultati dell'analisi statica non lineare forniscono il valore dell'indicatore di rischio per la Resistenza e la Deformazione nel piano; per le altre verifiche di sicurezza:

- Resistenza fuori piano e Capacità limite del terreno: occorre eseguire un'analisi lineare

dove si può utilizzare il fattore di struttura 'q' calcolato in pushover; in essa si prenderanno in considerazione le verifiche a pressoflessione ortogonale e gli stati limite ultimi di tipo geotecnico;  
- Cinematismo: occorre studiare i meccanismi di collasso (Analisi Cinematica), cfr. §C8A.4).

**Calcolo del Fattore di Struttura 'q' (§7.8.1.3 - §C8.7.1.2):**

Taglio di prima plasticizzazione (kN) = 113.02

90% del Taglio massimo (kN) = 146.78

Rapporto  $\alpha_u/\alpha_1 = 1.299$

Edificio regolare in altezza:  $q = 2.598$

**SLD di Danno (SLD) - Distr.Forze (E) - Direzione: +X**

La curva di capacità a SLD coincide con la curva a SLV: il sistema bilineare equivalente è già stato sopra definito. I risultati a SLD consistono quindi direttamente nella verifica di compatibilità degli spostamenti.

**Sistema reale M-GDL (a più gradi di libertà):**

Resistenza a SLD:  $F_{SLD,M-GDL}$  (kN) = 163.09

Punto di controllo ubicato al 2° piano. Spostamento orizzontale:  $d_c$  (mm):

- iniziale = 0.00

- al limite di danno:  $d_c, SLD, M-GDL = 0.68$ , di cui dovuto alle forze orizzontali = 0.68

Stato Limite SLD e relativa probabilità di superamento (§3.2.1):

PVR: Probabilità di superamento nel periodo di riferimento  $V,R = 63\%$

Da PVR e  $V,R$ , per SLD risulta definito il valore di  $T,R$  (§ All. A)

attraverso la relazione:  $T,R = -V,R / [1 - \ln(1 - PVR)]$

Valori dei parametri  $a_g, F_o, T_C^*$  per i periodi di ritorno  $T_R$  associati allo Stato Limite SLD

e: SS, CC, S, TB, TC, TD,  $F_v$  (§3.2.3), dove:

$a_g$  = accelerazione orizzontale massima al sito,

$F_o$  = valore massimo del fattore di amplificazione dello spettro in accelerazione orizzontale,

$T_C^*$  = periodo di inizio del tratto a velocità costante dello spettro in accelerazione orizzontale,

SS = coefficiente di sottosuolo;

CC = coefficiente per TC dipendente dal sottosuolo;

S = coefficiente che tiene conto della categoria di sottosuolo e delle condizioni topografiche;

TB, TC, TD = periodi di spettro;

$F_v$  = fattore di amplificazione spettrale massima per spettro in accelerazione verticale:

Stato Limite	$T_R$ (anni)	$a_g$ (*g)	$F_o$	$T_C^*$ (sec)	SS	CC	S	TB (sec)	TC (sec)	TD (sec)	$F_v$
SLE - SLD	50	0.056	2.590	0.268	1.000	1.000	1.000	0.089	0.268	1.824	0.827

**Risposta massima in spostamento del sistema equivalente:**

Risposta del sistema elastico di pari periodo:

- in accelerazione:  $S_e(T^*) = 0.120$  g

- in spostamento:  $d^*,e,max = S_{De}(T^*)$  (mm) = 0.12

- forza di risposta elastica =  $S_e(T^*) m^*$  (kN) = 33.03

(taglio totale agente sulla base del sistema equivalente 1-GDL calcolato dallo spettro di risposta elastico);

- forza di snervamento  $F_y^*$  (kN) = 149.98

(taglio alla base resistente del sistema equivalente 1-GDL ottenuto dall'analisi non lineare)

Rapporto tra forza di risposta elastica e forza di snervamento:  $q^* = 0.223$

Controllo su  $q^*$  secondo §7.8.1.6:

risulta:  $q^* \leq 3$ : la verifica di sicurezza può essere eseguita.

$q^* \leq 1$ , e quindi:  $d^*,max = d^*,e,max$

Risposta in spostamento del sistema anelastico:  $d^*,max$  (mm) = 0.12

**Conversione della risposta equivalente in quella effettiva dell'edificio:**

Spostamento effettivo di risposta del punto di controllo:  $\Gamma d^*,max$  (mm) = 0.12

**Verifica di sicurezza (§7.3.4.1 - §7.8.1.5.4 - §C7.3.4.1 - §C7.8.1.5.4):**

Domanda sismica in spostamento (mm) = 0.12

Capacità di spostamento a SLD (mm) = 0.68

**Rapporto: Capacità / Domanda = 5.475: Capacità > Domanda**

**Verifiche per edifici strategici o importanti:**

Accelerazione sostenibile (Capacità) per SLD (PGA,CLD)  $\geq 0.219$  g

corrispondente, per il sito di ubicazione dell'edificio, al periodo di ritorno  $T_R = 2475$

Tale accelerazione, nel periodo di riferimento  $V_R = 50$  anni,

ha la probabilità di essere superata pari a:  $PVR = 2\%$

(rispetto ai valori di progetto per SLD - sopra riportati - deve risultare:

in caso di verifica di sicurezza non soddisfatta, PGA sostenibile ed il corrispondente  $T_R$  minori,

e la corrispondente PVR maggiore; per verifica soddisfatta, PGA sost.e  $T_R$  maggiori, e PVR minore).

**Riepilogo per SLD**

	$T_R$ (anni)	PGA (*g)	PVR (%)
Dati	50	0.056	63.0
Risultati	2475	0.219	2.0

**Indicatore di rischio:**

- secondo PGA:  $\alpha, D = \text{PGA}_{\text{CLD}} / \text{PGA}_{\text{DLD}} (=a, g \text{ in input per SLD}) = 0.219/0.056 = 3.911$
- secondo TR:  $\alpha, D = \text{TR}_{\text{CLD}} / \text{TR}_{\text{DLD}} (= \text{TR in input per SLD}) = 2475/50 = 49.500$

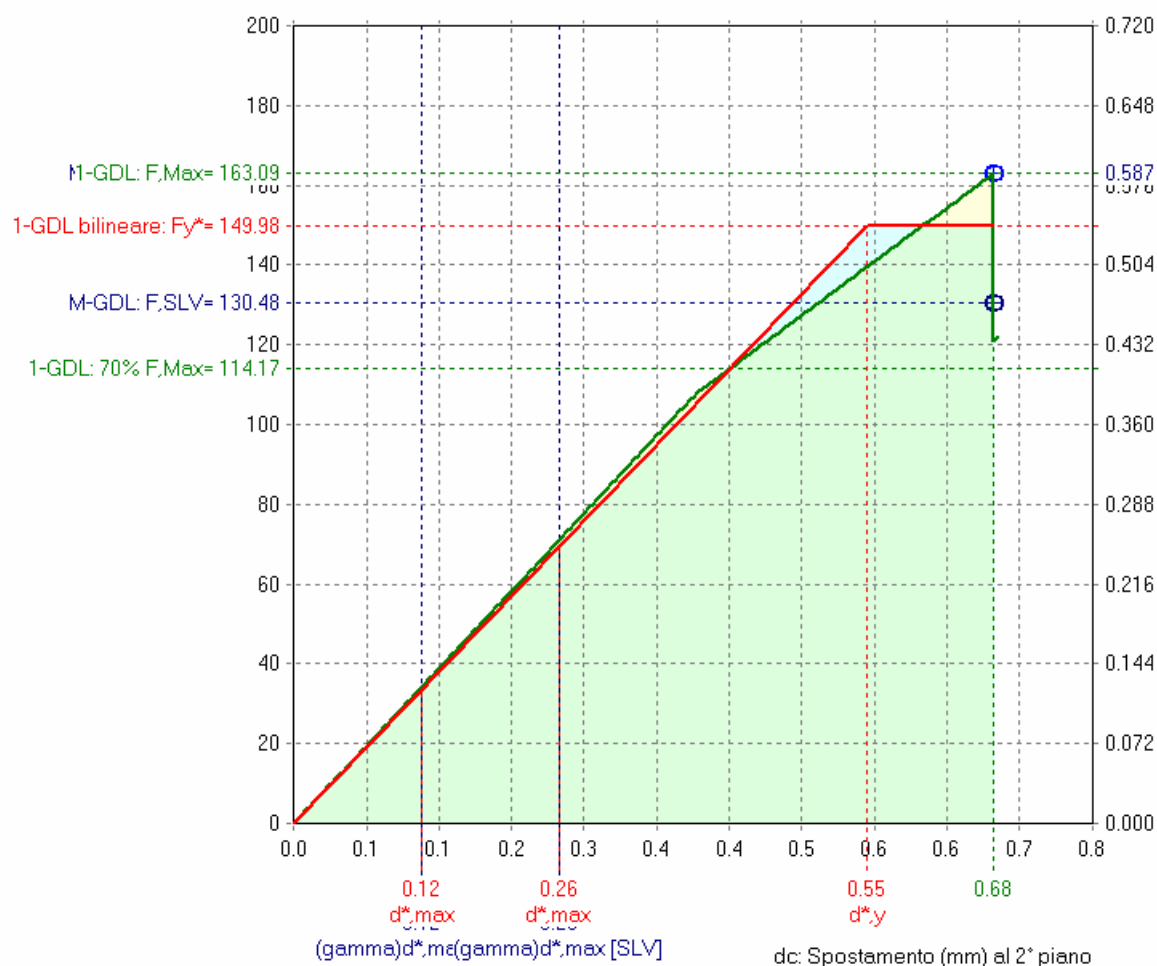
N°curva	Distr.	Direz.	Mt	q	aV,PGA	aD,PGA
3 / 4	E	+X		2.598	1.672	3.911

&lt;- Vb: Taglio totale alla base (kN)

Taglio totale alla base / Carico verticale totale -&gt;

[  $q^* = 0.462$  ] q (reg.in altezza) = 2.598

[ F.Stat. / W: 7.3.3.2 = 0.128 ]



SLV:  $(C/D)_{\text{Spost.}} = 0.68/0.26 = 2.641$  -  $\text{PGA}_{\text{CLV}}/\text{PGA}_{\text{DLV}} = 1.672$  -  $\text{TR}_{\text{CLV}}/\text{TR}_{\text{DLV}} = 5.211$

(dati: VR=50 anni, TR=475 anni,  $a, g = 0.131$  g, PVR=10%; risultati (CLV): TR>=2475 anni - PGA=0.219 g - PVR=2.0%)

SLD:  $(C/D)_{\text{Spost.}} = 0.68/0.12 = 5.475$  -  $\text{PGA}_{\text{CLD}}/\text{PGA}_{\text{DLD}} = 3.911$  -  $\text{TR}_{\text{CLD}}/\text{TR}_{\text{DLD}} = 49.500$

(dati: TR=50 anni,  $a, g = 0.056$  g, PVR=63%; risultati: TR>=2475 anni - PGA=0.219 g - PVR=2.0%)

**Fig. 4.1.5.** Curva taglio-spostamento e risultati per SLV e SLD per la distribuzione (E) (proporzionale alle masse)

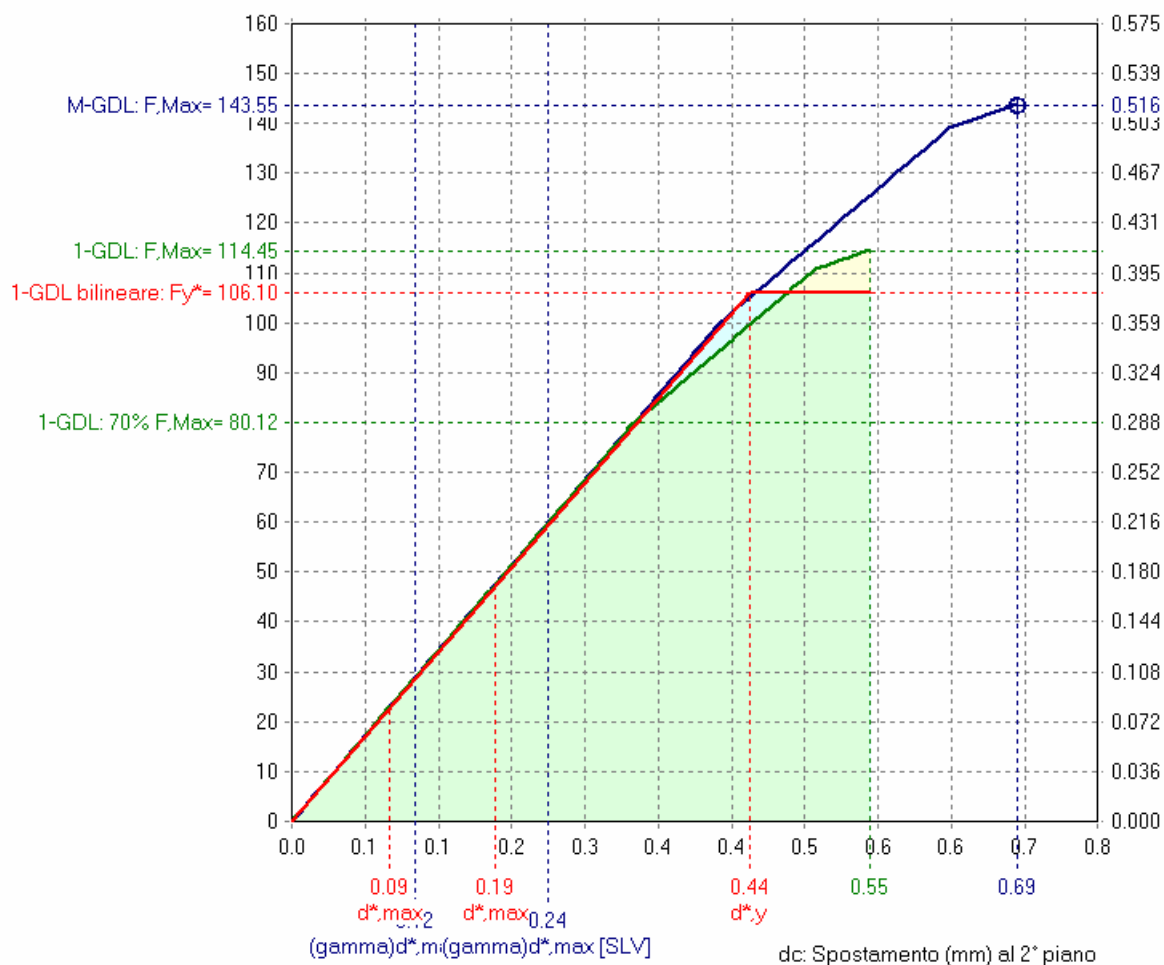
N° curva	Distr.	Direz.	Mt	q	aV,PGA	aD,PGA
4 / 4	F	+X		2.620	1.672	3.911

&lt;- Vb: Taglio totale alla base (kN)

Taglio totale alla base / Carico verticale totale -&gt;

[  $q^* = 0.445$  ] q (reg.in altezza) = 2.620

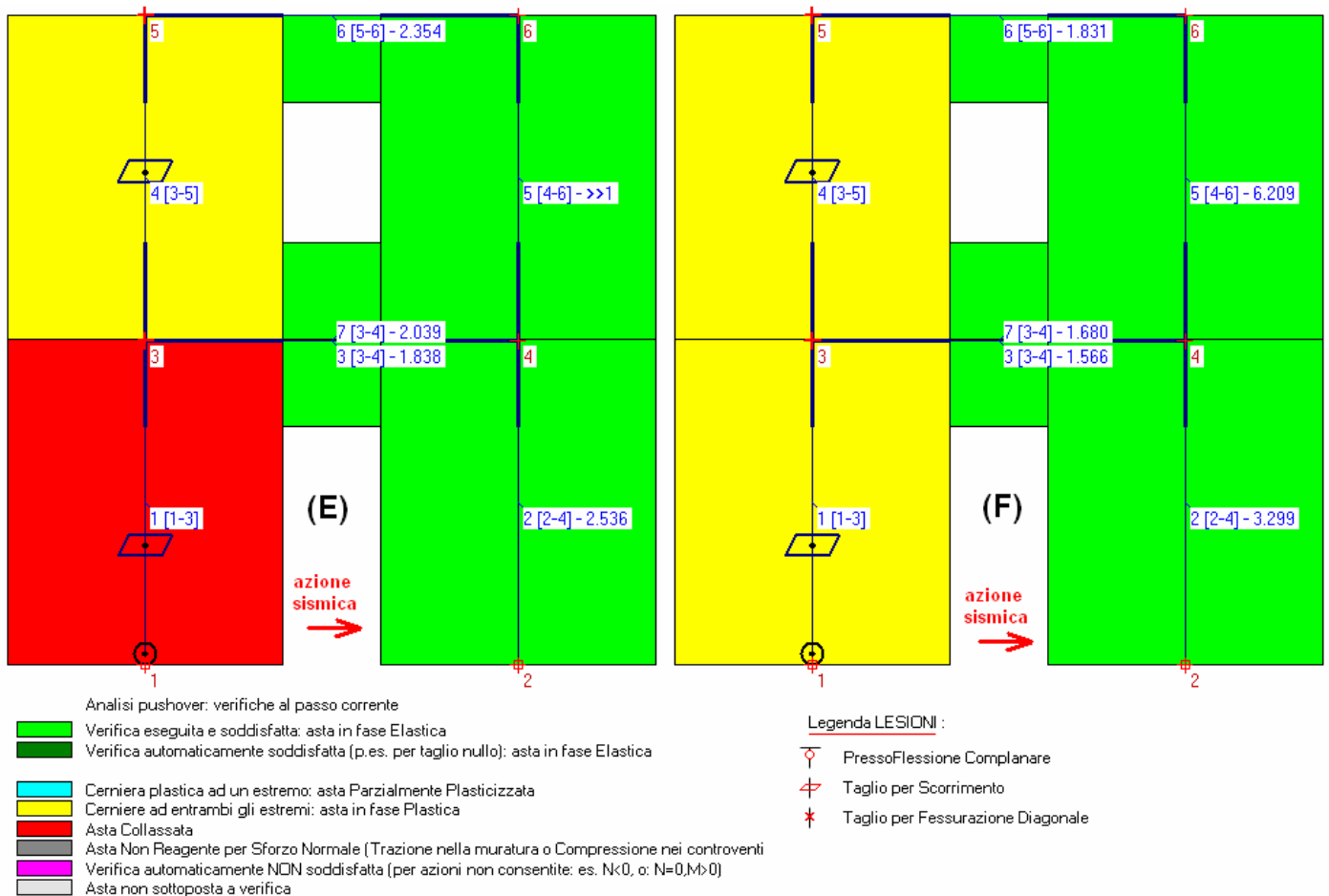
[ F.Stat / W: 57.3.3.2 = 0.128 ]



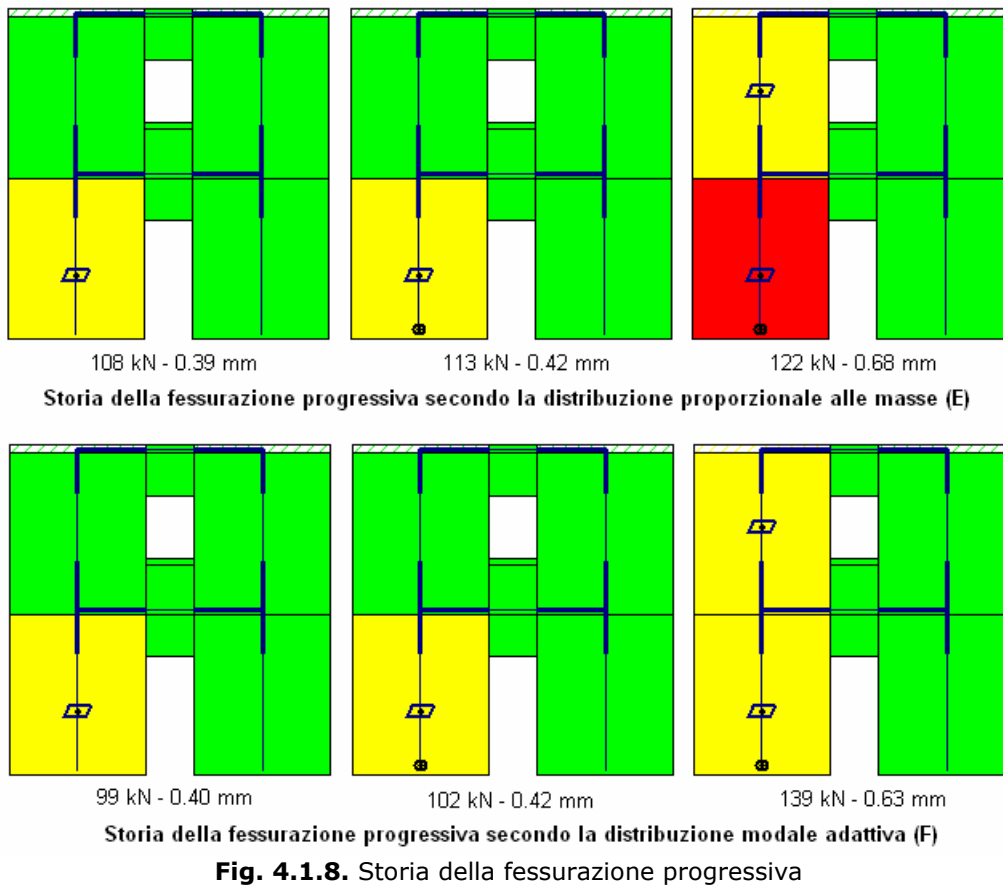
**SLV:  $(C/D)S_{post} = 0.69/0.24 = 2.841$  -  $PGA_{CLV}/PGA_{DLV} = 1.672$  -  $TR_{CLV}/TR_{DLV} = 5.211$**   
 (dati: VR=50 anni, TR=475 anni,  $a_g = 0.131$  g, PVR=10%; risultati (CLV): TR>=2475 anni -  $PGA = 0.219$  g - PVR=2.0%)

**SLD:  $(C/D)S_{post} = 0.69/0.12 = 5.929$  -  $PGA_{CLD}/PGA_{DLD} = 3.911$  -  $TR_{CLD}/TR_{DLD} = 49.500$**   
 (dati: TR=50 anni,  $a_g = 0.056$  g, PVR=63%; risultati: TR>=2475 anni -  $PGA_{CLD} = 0.219$  g - PVR=2.0%)

**Fig. 4.1.6.** Curva taglio-spostamento e risultati per SLV e SLD per la distribuzione (F) (secondo il primo modo e adattiva)



**Fig. 4.1.7.** Meccanismi di rottura (stato limite ultimo, distribuzioni (E) (F))



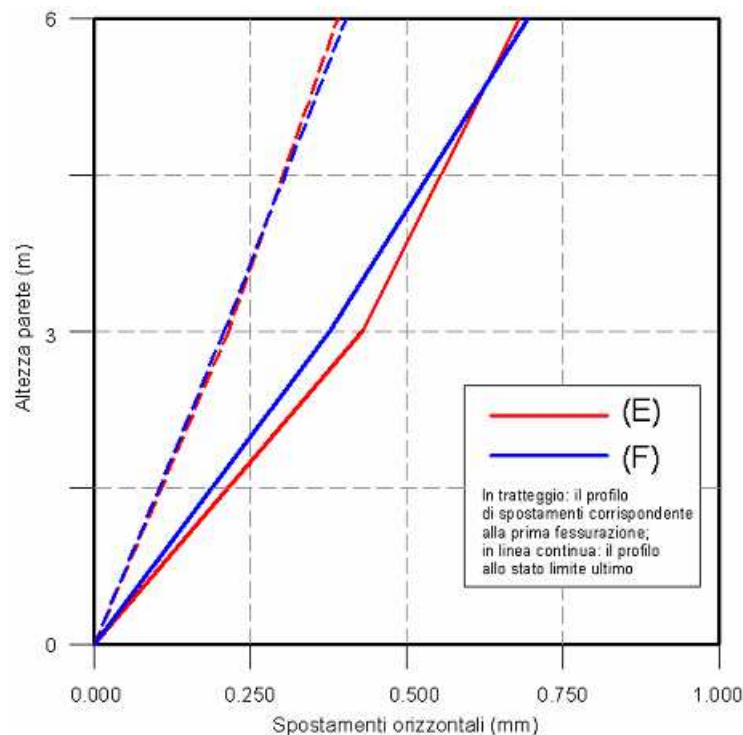
**Fig. 4.1.8.** Storia della fessurazione progressiva



Le analisi evidenziano una risposta dominata dalla rottura per scorrimento e pressoflessione: la rottura per scorrimento anticipa quella per flessione. I maschi "sopra vento", rispetto alla direzione delle forze sismiche, raggiungono il taglio ultimo per primi; come si potrebbe osservare prolungando lo sviluppo delle curve (ad esempio, considerando lo stato limite ultimo al raggiungimento della labilità finale anziché alla prima caduta del 20% rispetto ad un massimo relativo), i maschi "sottovento" si plasticizzano soltanto dopo la crisi dei maschi 1 e 4. Infatti per effetto dell'azione ribaltante dovuta alle forze orizzontali si ha una diminuzione dell'azione assiale sui maschi 1 e 4 che influisce sulla resistenza a taglio e a flessione; viceversa per i maschi 2 e 5 "sotto vento" si ha un incremento dell'azione assiale con aumento della resistenza sia flessionale che a taglio.

Infine si riportano i profili degli spostamenti orizzontali ai piani in corrispondenza della prima fessurazione e dello stato limite ultimo per le due distribuzioni di forze.

N.piano (nodo)	H (m)	Spост.distr.(E) prima fess./SLU	Spост.distr.(F) prima fess./SLU
1 (3)	3.00	0.214 / 0.428	0.207 / 0.377
2 (5)	3.00	0.389 / 0.680	0.403 / 0.693



**Fig. 4.1.9.** Parete A: profilo degli spostamenti orizzontali ai piani

Per la distribuzione di forze proporzionale alle masse (E) il piano inferiore presenta maggiore spostamento; ovviamente ciò è in accordo con un taglio minore al livello superiore e maggiore al livello inferiore, rispetto alla distribuzione modale (F). Dal punto di vista dello stato limite di danno, gli spostamenti sono comunque molto bassi e i confronti con le richieste di normativa sono ampiamente soddisfatti; questo è un comportamento normale per le murature, trattandosi di un materiale molto rigido: possono fare eccezione strutture aventi geometria particolarmente sfavorevole.

Alcune considerazioni, infine, sul fattore di struttura  $q$  calcolato in analisi pushover. Tale parametro può essere utilizzato per condurre analisi lineari; in questo contesto si osserva che il valore fornito dall'analisi, coincidente con il minimo fra le due curve esaminate (distribuzione (E)), è pari a:  $q=2.598$ . Risulta infatti:

**Distribuzione (E):**  
**Calcolo del Fattore di Struttura 'q' (§7.8.1.3 - §C8.7.1.2):**  
 Taglio di prima plasticizzazione (kN) = 113.02  
 90% del Taglio massimo (kN) = 146.78  
 Rapporto  $\alpha_u/\alpha_l = 1.299$   
 Edificio regolare in altezza:  $q = 2.598$

**Distribuzione (F):**  
**Calcolo del Fattore di Struttura 'q' (§7.8.1.3 - §C8.7.1.2):**  
 Taglio di prima plasticizzazione (kN) = 98.64  
 90% del Taglio massimo (kN) = 129.20

Rapporto  $\alpha_u/\alpha_1 = 1.310$   
 Edificio regolare in altezza:  $q = 2.620$

Si noti che il rapporto  $a_u/a_1$  nel caso di edifici in muratura ordinaria a due o più piani è indicato nel D.M. 14.1.2008 (§7.8.1.3) col valore 1.8, più elevato del caso in esame: questo può essere interpretato col fatto che la parete A infatti ha un comportamento fragile essendo composta da maschi tozzi.

Per quanto riguarda i risultati delle analisi lineari, queste devono essere anch'esse condotte nell'ipotesi di trascurare il comportamento a pressoflessione delle fasce (che viene quindi disattivato nei Dati Aste). I risultati ottenuti sono i seguenti:

<b>Analisi Sismica Statica Lineare [§7.8.1.5.2]</b> <b>Verifiche di sicurezza per Edifici in Muratura</b>			<b>Analisi Sismica Dinamica Modale [§7.8.1.5.3]</b> <b>Verifiche di sicurezza per Edifici in Muratura</b>		
<b>SLU di salvaguardia della Vita (SLV)</b> <b>Verifiche di Resistenza</b> <b>Costruzione di Classe II: obbligatoria</b> [§7.3.6.1, §7.8.2.2]			<b>SLU di salvaguardia della Vita (SLV)</b> <b>Verifiche di Resistenza</b> <b>Costruzione di Classe II: obbligatoria</b> [§7.3.6.1, §7.8.2.2]		
PressoFlessione Complanare [§7.8.2.2.1]	3.202	100%	PressoFlessione Complanare [§7.8.2.2.1]	3.514	100%
Taglio per Scorrimento [§7.8.2.2.2]	1.290	100%	Taglio per Scorrimento [§7.8.2.2.2]	1.349	100%
Taglio per Fessuraz. Diagonale [§8.7.1.5]	1.842	100%	Taglio per Fessuraz. Diagonale [§8.7.1.5]	1.927	100%
PressoFlessione Ortogonale (da modello 3D)			PressoFlessione Ortogonale (da modello 3D)		
PressoFlessione Ortogonale [§7.2.3]	5.846	100%	PressoFlessione Ortogonale [§7.2.3]	5.846	100%
SL di tipo geotecnico (GEO): Capacità portante del terreno e Scorrimento sul piano di posa [§6.4.2.1, §7.2.5]			SL di tipo geotecnico (GEO): Capacità portante del terreno e Scorrimento sul piano di posa [§6.4.2.1, §7.2.5]		
<b>SLE di Danno (SLD)</b> <b>Verifica degli Spostamenti</b> <b>Costruzione di Classe II: obbligatoria</b> [§7.3.7.2, §C7.3.7]			<b>SLE di Danno (SLD)</b> <b>Verifica degli Spostamenti</b> <b>Costruzione di Classe II: obbligatoria</b> [§7.3.7.2, §C7.3.7]		
(d,r / h).max ('per mille'; deve essere: < 3) =	0.037		(d,r / h).max ('per mille'; deve essere: < 3) =	0.026	
Coefficiente di sicurezza (= 3 / (d,r / h).max) =	81.081		Coefficiente di sicurezza (= 3 / (d,r / h).max) =	>> 1	

**Fig. 4.1.10.** Parete A: risultati delle analisi sismiche lineari

Il meccanismo resistente è governato dai soli maschi murari, e le analisi lineari forniscono un risultato in linea con quello della pushover. Si noti come i risultati dell'analisi dinamica modale siano più favorevoli rispetto alla statica lineare: le forze alle quote più elevate risultano minori nell'analisi dinamica, che crea le forze sismiche sulla base della reale forma modale e non su una approssimazione del primo modo, come invece fa l'analisi statica lineare.

In realtà, la differenza fra analisi pushover e analisi lineari diviene evidente quando è importante anche il comportamento a pressoflessione delle fasce. In tal caso, infatti, le analisi lineari, ipotizzando nulla la resistenza a trazione in intradosso e in estradosso (ipotesi-limite), forniscono i seguenti risultati:

Analisi Sismica Statica Lineare [§7.8.1.5.2] Verifiche di sicurezza per Edifici in Muratura		Analisi Sismica Dinamica Modale [§7.8.1.5.3] Verifiche di sicurezza per Edifici in Muratura	
<b>SLU di salvaguardia della Vita (SLV)</b>		<b>SLU di salvaguardia della Vita (SLV)</b>	
<b>Verifiche di Resistenza</b>		<b>Verifiche di Resistenza</b>	
<b>Costruzione di Classe II: obbligatoria</b>		<b>Costruzione di Classe II: obbligatoria</b>	
[§7.3.6.1, §7.8.2.2]		[§7.3.6.1, §7.8.2.2]	
PressoFlessione Complanare [§7.8.2.2.1]	0.000 57.1%	PressoFlessione Complanare [§7.8.2.2.1]	0.000 57.1%
Taglio per Scorrimento [§7.8.2.2.2]	1.290 100%	Taglio per Scorrimento [§7.8.2.2.2]	1.349 100%
Taglio per Fessuraz. Diagonale [§C8.7.1.5]	1.842 100%	Taglio per Fessuraz. Diagonale [§C8.7.1.5]	1.927 100%
PressoFlessione Ortogonale (da modello 3D)		PressoFlessione Ortogonale (da modello 3D)	
PressoFlessione Ortogonale [§7.2.3]	5.846 100%	PressoFlessione Ortogonale [§7.2.3]	5.846 100%
SL di tipo geotecnico (GEO): Capacità portante del terreno e Scorrimento sul piano di posa [§6.4.2.1, §7.2.5]		SL di tipo geotecnico (GEO): Capacità portante del terreno e Scorrimento sul piano di posa [§6.4.2.1, §7.2.5]	
<b>SLE di Danno (SLD)</b>		<b>SLE di Danno (SLD)</b>	
<b>Verifica degli Spostamenti</b>		<b>Verifica degli Spostamenti</b>	
<b>Costruzione di Classe II: obbligatoria</b>		<b>Costruzione di Classe II: obbligatoria</b>	
[§7.3.7.2, §C7.3.7]		[§7.3.7.2, §C7.3.7]	
$(d,r/h)_{max}$ ("per mille"; deve essere: $< 3$ ) =	0.037	$(d,r/h)_{max}$ ("per mille"; deve essere: $< 3$ ) =	0.026
Coefficiente di sicurezza $(= 3 / (d,r/h)_{max})$ =	81.081	Coefficiente di sicurezza $(= 3 / (d,r/h)_{max})$ =	>> 1

**Fig. 4.1.11.** Parete A: risultati delle analisi sismiche lineari con fasce sottoposte anche a verifica a pressoflessione

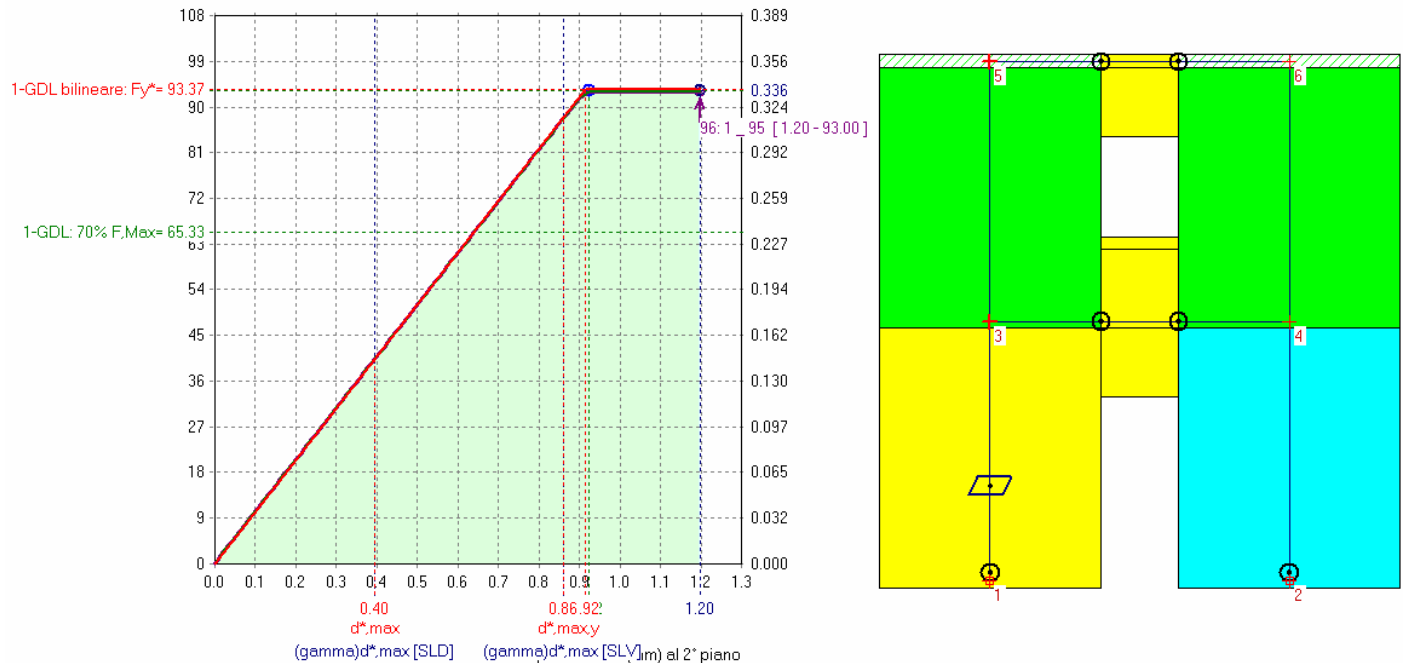
La percentuale di pareti non verificate a pressoflessione si riferisce proprio alle fasce, e ciò abbassa il coefficiente di sicurezza di tutto l'edificio, che in un'analisi lineare non può che essere identificato con la capacità del suo elemento più debole. Ciò premesso, per considerare il comportamento d'insieme della struttura appare più appropriato rieseguire l'analisi non lineare: sarà così tenuto in conto l'accoppiamento fornito dalle fasce, anche se degradate a biella a causa della verifica a pressoflessione non soddisfatta già nella configurazione statica iniziale (prima dell'azione incrementale delle forze orizzontali). Con riferimento alla distribuzione (E), si ottiene il seguente risultato:

N°curva	Distr.	Direz.	Mt	q	aV,PGA	aD,PGA
1 / 2	E	+X		1.800	1.183	2.500

&lt; Vb: Taglio totale alla base (kN)

Taglio totale alla base / Carico verticale totale -&gt;

[q\* = 0.939] q (reg.in altezza) = 1.800 [F.Stat. / W: 57.3.3.2 = 0.175]



SLV: (C/D)Spost.=1.20/0.86=1.392 - PGA,CLV/PGA,DLV=1.183 - TR,CLV/TR,DLV=1.652  
 (dati: VR=50 anni, TR=475 anni, a.g=0.131 g, PVR=10%; risultati (CLV): TR=785 anni - PGA=0.155 g - PVR=6.2%)  
 SLD: (C/D)Spost.=0.92/0.40=2.335 - PGA,CLD/PGA,DLD=2.500 - TR,CLD/TR,DLD=11.740  
 (dati: TR=50 anni, a.g=0.056 g, PVR=63%; risultati: TR=587 anni - PGA,CLD=0.140 g - PVR=8.2%)

**Fig. 4.1.12.** Curva taglio-spostamento per la distribuzione (E) considerando anche la verifica a pressoflessione delle fasce

L'esecuzione della verifica a pressoflessione di fasce non resistenti a trazione comporta un evidente peggioramento: il taglio massimo globale scende da 163.09 kN a 93.37 kN (-42%). Questo risultato è in accordo con le prove eseguite in [4.1.1] dove uno stesso modello è stato analizzato con varie ipotesi sulla capacità di resistenza degli elementi orizzontali; il concetto fondamentale è che diminuendo il grado di accoppiamento dei maschi murari la forza massima sostenibile diminuisce. Tuttavia, il risultato finale, dal punto di vista della verifica sismica, resta soddisfatto: ciò significa che comunque l'analisi pushover è in grado di descrivere il comportamento d'insieme in modo migliore rispetto alle analisi lineari, al fine di individuare il valore 'effettivo' della capacità antisismica della struttura esaminata.

**Nota bene** Come confronto tra la metodologia seguita in PC.E ed il testo di riferimento [4.1.1], è opportuno osservare che mentre in quel testo l'elemento di accoppiamento orizzontale viene modellato con due aste che rappresentano separatamente cordolo e fascia, in PC.E si modella un unico elemento orizzontale, rappresentativo di un elemento strutturale d'insieme dove il cordolo, se presente, è di fatto connesso alla fascia. Alla fascia di PC.E è comunque possibile attribuire resistenza a trazione in intradosso (corrisponde all'architrave sopra l'apertura sottostante) e/o in estradosso (corrisponde appunto al cordolo). Trascurare la verifica a pressoflessione della fascia ha significato, nel primo test, attribuire tale capacità di resistenza al cordolo, trascurando appunto il contributo alla pressoflessione offerto dalla muratura. Nel secondo test, eseguire tale verifica nella fascia muraria ha significato supporre assenza (o insufficienza) di cordolo e attribuzione della resistenza a pressoflessione alla capacità della sola muratura: ponendo nulle (ipotesi-limite) le resistenze a trazione in intradosso e in estradosso si è di fatto esclusa qualunque capacità di resistenza a pressoflessione dell'elemento di accoppiamento orizzontale. Questa è da considerarsi, come già evidenziato, un'ipotesi-limite; in generale, nei casi reali, una pur minima resistenza a pressoflessione sarà presente e potrà essere considerata in input nella definizione dei dati delle fasce. ■

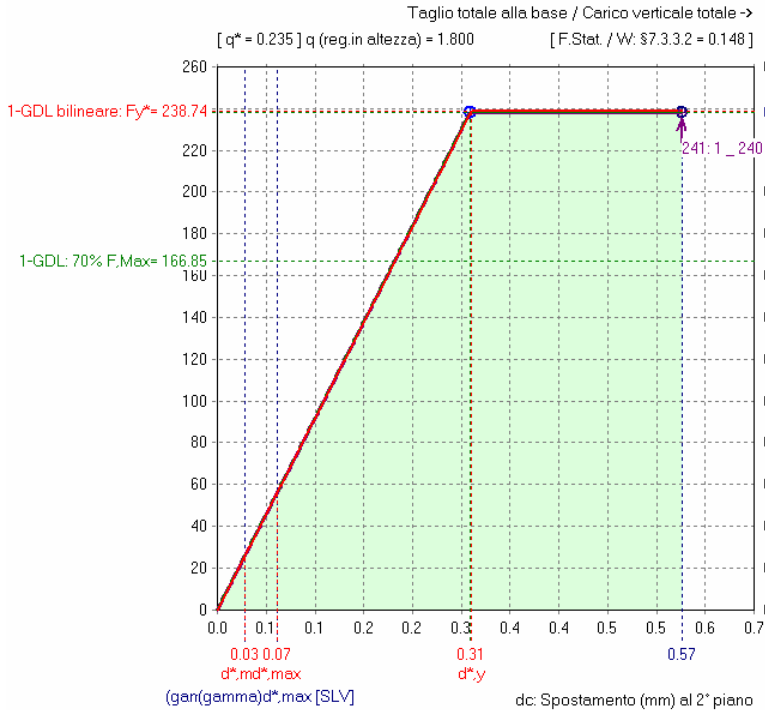
Come ultimo caso di studio della parete A, si analizzano i risultati vincolando le rotazioni nel piano  $\phi_y$  dei nodi 3, 4, 5 e 6. Si assume lo schema shear-type del telaio equivalente, tipico del metodo di analisi sismica non lineare POR: in questo modo non si considera l'effetto ribaltante dovuto alle forze orizzontali applicate sul telaio, per cui diminuisce la variazione di sforzo normale agente sui maschi murari. I risultati dovrebbero evidenziare un

meccanismo di rottura di piano, in cui le pareti dello stesso piano raggiungono analogo stato fessurativo indipendentemente dall'essere sopravento.

In questo modello, si riprende l'ipotesi iniziale sulla presenza di cordoli. Con riferimento alla distribuzione di forze (E), i risultati ottenuti sono i seguenti:

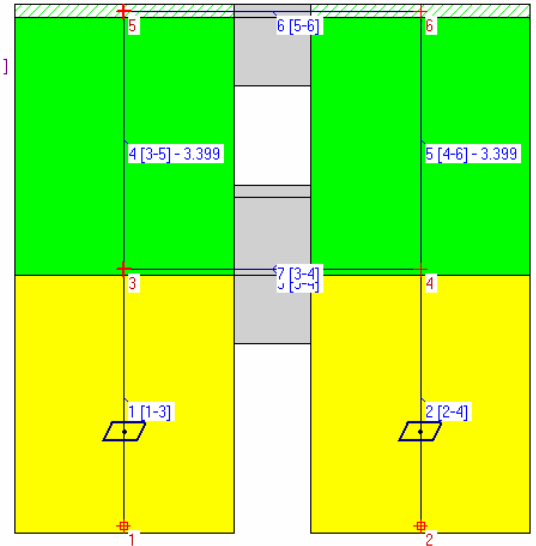
N°curva	Distr.	Direz.	Mt	q	aV,PGA	aD,PGA
1 / 2	E	+X		1.800	1.672	3.911

<- Vb: Taglio totale alla base (kN)



SLV: (C/D)Spost.=0.57/0.07=7.785 - PGA,CLV/PGA,DLV=1.672 - TR,CLV/TR,DLV=5.211  
(dati: VR=50 anni, TR=475 anni, a.g=0.131 g, PVR=10%; risultati (CLV): TR=2475 anni - PGA=0.219 g - PVR=2.0%)  
SLD: (C/D)Spost.=0.31/0.03=9.052 - PGA,CLD/PGA,DLD=3.911 - TR,CLD/TR,DLD=49.500  
(dati: TR=50 anni, a.g=0.056 g, PVR=63%; risultati: TR=2475 anni - PGA,CLD=0.219 g - PVR=2.0%)

Coefficienti di sicurezza: si riferiscono alla verifica a Taglio per Scorrimento [§7.8.2.2.2]



**Fig. 4.1.13.** Curva taglio-spostamento per la distribuzione (E) nell'ipotesi di comportamento shear-type

	$\varphi_y \neq 0$	$\varphi_y = 0$ (shear-type)
Rigidezza iniziale (elastica) (kN/m)	277161.90	763941.90
Resistenza massima (taglio alla base): F,Max,M-GDL (kN)	163.09	238.36
Spostamento orizzontale a quota 6.00 m (sommità): dc (mm)	0.68	0.57
Domanda sismica in spostamento: (mm)	0.26	0.07
Capacità di spostamento allo SLU: (mm)	0.68	0.57
Rapporto: Capacità/Domanda	2.641	7.785
Rapporto $\alpha_u / \alpha_1$	1.299	0.900

**Fig. 4.1.14.** Confronto fra rotazioni libere e shear-type

Le analisi evidenziano una risposta dominata dalla rottura per taglio per scorrimento dei soli maschi del piano inferiore (aste 1 e 2). L'effetto dell'azione ribaltante dovuta all'azione sismica è trascurabile, l'asta 4 sopravento

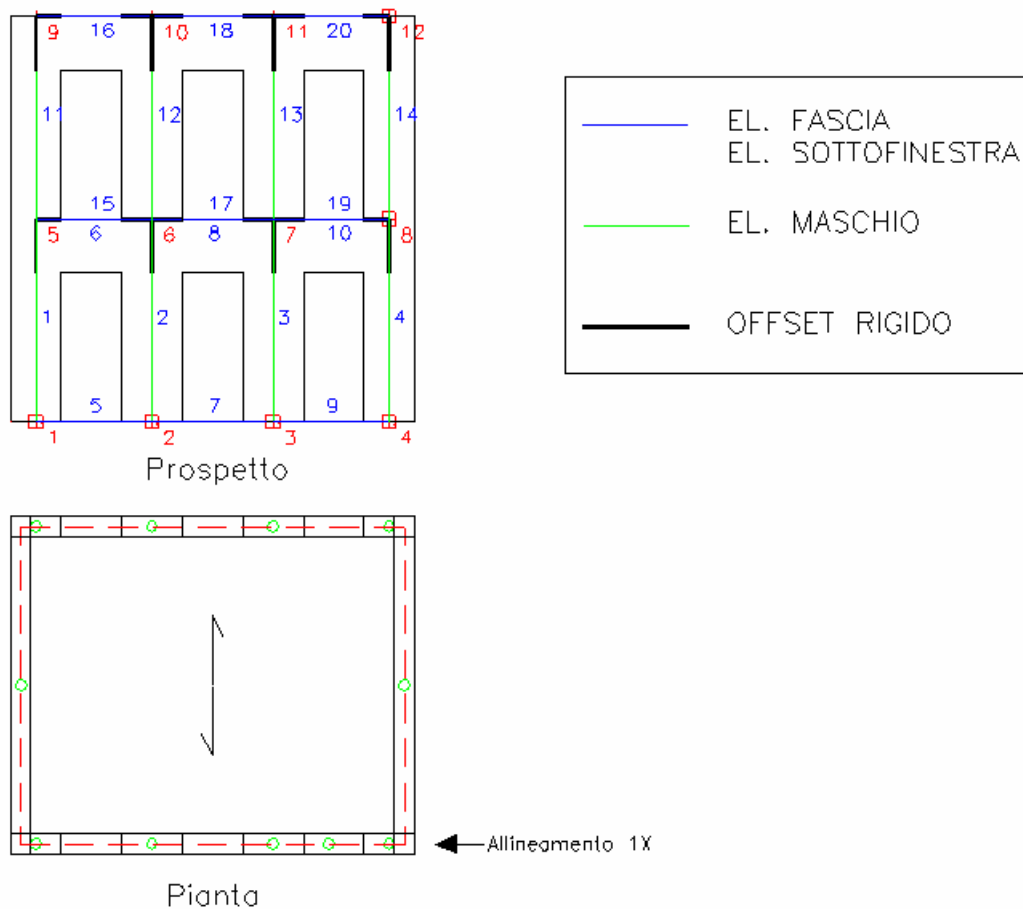
non raggiunge la plasticità (il coefficiente di sicurezza - rapporto tra resistenza e sollecitazione di progetto - a taglio per scorrimento per tale maschio è uguale a 3.399).

Rispetto al modello con rotazioni libere nel piano delle pareti, nello schema shear-type la parete è globalmente molto più rigida, la resistenza massima registrata nella curva di capacità è più elevata, ma risulta anche avere comportamento più fragile, essendo lo spostamento al limite ultimo più basso.

Si riporta in fig. 4.1.14 una tabella riassuntiva dei risultati analizzati nei due casi, al fine di poter meglio valutarne le differenze. L'analisi shear-type appare quindi a sfavore di sicurezza.

### Risultati dell'analisi pushover per la Parete B

Lo schema ad elementi finiti della parete a "telaio equivalente" è riportato in figura 4.1.15.



**Fig. 4.1.15.** Modellazione della parete "B"

Tutte le considerazioni fatte per la parete A valgono anche per questo esempio di studio. In questo caso però i sottofinestra non sono stati considerati controventanti, quindi i maschi non presentano un braccio rigido alla base: ne derivano rapporti  $h/l$  maggiori di 2; si aspettano quindi delle rotture prevalentemente per flessione. Nel modello non si eseguono le verifiche sulle aste di sottofinestra.

Si riportano di seguito i risultati della distribuzione di forze più sfavorevole (F) dal punto di vista del rapporto tra capacità e domanda in termini di spostamento: tale rapporto vale 1.244 per (E) (con verifica sismica soddisfatta) e 0.770 per (F) (con verifica sismica non soddisfatta). Seguono, per entrambe le distribuzioni (E) (F), le illustrazioni del diagramma taglio alla base-spostamento del punto di controllo ad essa relativa (figg. 4.1.16 - 4.1.17); meccanismi di rottura degli elementi (fig. 4.1.18); storia della fessurazione progressiva, con indicazione del taglio globale alla base e del corrispondente spostamento del punto di controllo per ogni configurazione (fig. 4.1.19).

**RISULTATI ANALISI SISMICA STATICA NON LINEARE (PUSHOVER)****SLU DI SALVAGUARDIA DELLA VITA (SLV) - DISTR.FORZE (F) - DIREZIONE: +X****Sistema reale M-GDL (a più gradi di libertà):**

Rigidezza iniziale (elastica) (kN/m) = 75336.21

Resistenza massima (taglio alla base): F,Max,M-GDL (kN) = 62.14

Resistenza a SLV (Stato limite ultimo): F,SLV,M-GDL (kN) = 62.14

Punto di controllo ubicato al 2° piano. Spostamento orizzontale: dc (mm):

- iniziale = 0.00

- al limite ultimo: dc,SLV,M-GDL = 1.06, di cui dovuto alle forze orizzontali = 1.06

**Sistema equivalente 1-GDL (a 1 grado di libertà):**Calcolo della Massa  $m^*$  e del Fattore di partecipazione modale  $\Gamma$  (§C7.3.4.1):

è stato scelto il calcolo con le sole masse traslazionali nella direzione di analisi;

per ogni piano, risultano i seguenti parametri (elencati nel seguito):

- completamente rigido: è tale un piano rigido (quindi con relazione master-slave)

al quale non appartenga nessuna massa non riferita al nodo master. In tal caso,

la massa di piano coincide con la massa concentrata nel nodo master

e lo spostamento di piano è esattamente lo spostamento del nodo master;

- masse di piano  $m_i$  traslazionali;- corrispondenti spostamenti modali  $\phi_i$  secondo il modo principale

nella direzione di analisi (X): dall'analisi modale, il modo principale è il modo 1

con massa modale efficace (in direzione X) pari a: 90.9%

(i risultati dell'analisi modale sono riferiti alle rigidità utilizzate in analisi pushover,

che possono differire dalle rigidità considerate in analisi modale. In Analisi Modale

le rigidità considerate corrispondono al parametro  $\%K_{elast}$  dei dati Aste e tengono quindiconto dell'eventuale rigidità fessurata ( $\%K_{elast} < 100\%$ ); in Analisi Pushover al tipo di

comportamento scelto per i maschi murari corrispondono rigidità iniziali elastiche,

ignorando quindi le rigidità fessurate cioè assumendo  $\%K_{elast}=100\%$  per tutte le aste);

- piano del Punto di Controllo (scelto al piano il cui baricentro ha spostamento in direzione X

maggiore, nel modo di vibrare principale secondo la direzione di analisi);

- spostamenti normalizzati rispetto allo spostamento del punto di controllo

(nel caso di piano deformabile, la massa di piano coincide con la somma delle masse di piano

e lo spostamento del baricentro è dato dalla distanza fra il baricentro delle masse spostate

-secondo la forma modale- ed il baricentro delle masse nella configurazione indeformata):

Piano	Compl. rigido	Massa (k*kgm)	Spostamento (mm)	Punto di controllo	Spostamento normalizzato
1	X	15.22	532.40		0.532
2	X	11.15	1000.00	X	1.000

Dai parametri precedenti risulta:

Massa  $m^* = \sum(m_i \phi_i^2)$  (k\*kgm) = 19.00Coefficiente di partecipazione  $\Gamma = \sum(m_i \phi_i) / \sum(m_i \phi_i^2) = 1.245$ Resistenza massima (taglio alla base): F,Max,1-GDL = (F,Max,M-GDL /  $\Gamma$ ) (kN) = 49.92Resistenza a SLV (Stato limite ultimo): F,SLV,1-GDL = (F,SLV,M-GDL /  $\Gamma$ ) (kN) = 49.92Spostamento a SLV (Stato limite ultimo): d,SLV,1-GDL = (d,SLV,M-GDL /  $\Gamma$ ) (mm) = 0.85**Sistema bi-lineare equivalente 1-GDL (a 1 grado di libertà):**

70% della Resistenza massima del sistema 1-GDL = 70% F,Max,1-GDL (kN) = 34.94

Rigidità elastica:  $k^*$  (kN/m) = 75226.98 (=99.855% della rigidità elastica del sistema M-GDL)Periodo elastico:  $T^* = 2\pi \sqrt{m^*/k^*}$  (sec) = 0.101Punto di snervamento: spostamento  $dy^*$  (mm) = 0.63forza  $Fy^*$  (kN) = 47.64

Stato Limite SLV e relativa probabilità di superamento (§3.2.1):

PVR: Probabilità di superamento nel periodo di riferimento  $V,R = 10\%$ Da PVR e  $V,R$ , per SLV risulta definito il valore di  $T,R$  (§ All. A)attraverso la relazione:  $T,R = -V,R / [1 - \ln(1 - PVR)]$ Valori dei parametri  $ag$ ,  $Fo$ ,  $TC^*$  per i periodi di ritorno  $TR$  associati allo Stato Limite SLV

e: SS, CC, S, TB, TC, TD, Fv [§3.2.3], dove:

 $ag$  = accelerazione orizzontale massima al sito, $Fo$  = valore massimo del fattore di amplificazione dello spettro in accelerazione orizzontale, $TC^*$  = periodo di inizio del tratto a velocità costante dello spettro in accelerazione orizzontale,

SS = coefficiente di sottosuolo;

CC = coefficiente per TC dipendente dal sottosuolo;

S = coefficiente che tiene conto della categoria di sottosuolo e delle condizioni topografiche;

TB, TC, TD = periodi di spettro;

Fv = fattore di amplificazione spettrale massima per spettro in accelerazione verticale:

Stato Limite	TR (anni)	a,g (*g)	Fo	TC* (sec)	SS	CC	S	TB (sec)	TC (sec)	TD (sec)	Fv
SLU - SLV	475	0.131	2.406	0.300	1.000	1.000	1.000	0.100	0.300	2.124	1.176

**Risposta massima in spostamento del sistema equivalente:**

Risposta del sistema elastico di pari periodo:

- in accelerazione:  $S_e(T^*) = 0.315 g$

- in spostamento:  $d^*, e, \max = S, De(T^*)$  (mm) = 0.79  
 - forza di risposta elastica =  $S, e(T^*) m^*$  (kN) = 58.73  
 (taglio totale agente sulla base del sistema equivalente 1-GDL calcolato dallo spettro di risposta elastico);  
 - forza di snervamento  $Fy^*$  (kN) = 47.64  
 (taglio alla base resistente del sistema equivalente 1-GDL ottenuto dall'analisi non lineare)  
 Rapporto tra forza di risposta elastica e forza di snervamento:  $q^* = 1.249$   
 Controllo su  $q^*$  secondo §7.8.1.6:  
 risulta:  $q^* \leq 3$ : la verifica di sicurezza può essere eseguita.  
 Risposta in spostamento del sistema anelastico:  $d^*, \max$  (mm) = 1.10

#### Conversione della risposta equivalente in quella effettiva dell'edificio:

Spostamento effettivo di risposta del punto di controllo:  $\Gamma d^*, \max$  (mm) = 1.38

#### Verifica di sicurezza (§7.3.4.1 - §7.8.1.5.4 - §C7.3.4.1 - §C7.8.1.5.4):

Domanda sismica in spostamento: (mm) = 1.38

Capacità di spostamento a SLV: (mm) = 1.06

**Rapporto: Capacità/Domanda = 0.77: Capacità < Domanda**

#### Verifiche per edifici strategici o importanti:

Accelerazione sostenibile (Capacità) per SLV (PGA, CLV) = 0.115 g  
 corrispondente, per il sito di ubicazione dell'edificio, al periodo di ritorno  $TR = 345$  anni.  
 Tale accelerazione, nel periodo di riferimento  $VR = 50$  anni,  
 ha la probabilità di essere superata pari a:  $PVR = 13.473\%$   
 (rispetto ai valori di progetto per SLV - sopra riportati - deve risultare:  
 in caso di verifica di sicurezza non soddisfatta, PGA sostenibile ed il corrispondente  $TR$  minori,  
 e la corrispondente  $PVR$  maggiore; per verifica soddisfatta, PGA sost.e  $TR$  maggiori, e  $PVR$  minore).

#### Riepilogo per SLV

	TR (anni)	PGA (*g)	PVR (%)
Dati	475	0.131	10.0
Risultati	345	0.115	13.5

#### Verifiche di vulnerabilità - Indicatore di rischio:

- secondo PGA:  $\alpha, V = PGA, CLV / PGA, DLV (=a, g \text{ in input per SLV}) = 0.115/0.131 = 0.878$
- secondo TR:  $\alpha, V = TR, CLV / TR, DLV (=TR \text{ in input per SLV}) = 345/475 = 0.727$

#### Indicatore di rischio: Rapporto fra Capacità e Domanda in termini di PGA:

- $\alpha, V = PGA, CLV / PGA, DLV (=a, g \text{ in input per SLV}) = 0.115/0.131 = 0.878$
- periodi di ritorno:  $TR, CLV = 345$ ;  $TR, DLV = 475$
- (i risultati dell'analisi statica non lineare forniscono il valore dell'indicatore di rischio per la Resistenza e la Deformazione nel piano; per le altre verifiche di sicurezza:
  - Resistenza fuori piano e Capacità limite del terreno: occorre eseguire un'analisi lineare dove si può utilizzare il fattore di struttura 'q' calcolato in pushover; in essa si prenderanno in considerazione le verifiche a pressoflessione ortogonale e gli stati limite ultimi di tipo geotecnico;
  - Cinematismo: occorre studiare i meccanismi di collasso (Analisi Cinematica), cfr. §C8A.4).

#### Calcolo del Fattore di Struttura 'q' (§7.8.1.3 - §C8.7.1.2):

Taglio di prima plasticizzazione (kN) = 51.72

90% del Taglio massimo (kN) = 55.93

Rapporto  $\alpha, u/\alpha, l = 1.081$

Edificio regolare in altezza:  $q = 2.163$

#### SLE di Danno (SLD) - Distr.Forze (F) - Direzione: +X

La curva di capacità a SLD coincide con la curva a SLV: il sistema bilineare equivalente è già stato sopra definito. I risultati a SLD consistono quindi direttamente nella verifica di compatibilità degli spostamenti.

#### Sistema reale M-GDL (a più gradi di libertà):

Resistenza a SLD:  $F, SLD, M-GDL$  (kN) = 62.14

Punto di controllo ubicato al 2° piano. Spostamento orizzontale:  $dc$  (mm):

- iniziale = 0.00
- al limite di danno:  $dc, SLD, M-GDL = 1.06$ , di cui dovuto alle forze orizzontali = 1.06

Stato Limite SLD e relativa probabilità di superamento (§3.2.1):

$PVR$ : Probabilità di superamento nel periodo di riferimento  $V, R = 63\%$

Da  $PVR$  e  $V, R$ , per SLD risulta definito il valore di  $T, R$  (§ All. A)

attraverso la relazione:  $T, R = -V, R / [1 - \ln(1 - PVR)]$

Valori dei parametri  $ag, Fo, TC^*$  per i periodi di ritorno  $TR$  associati allo Stato Limite SLD

e:  $SS, CC, S, TB, TC, TD, Fv$  [§3.2.3], dove:

$ag$  = accelerazione orizzontale massima al sito,

$Fo$  = valore massimo del fattore di amplificazione dello spettro in accelerazione orizzontale,

$TC^*$  = periodo di inizio del tratto a velocità costante dello spettro in accelerazione orizzontale,

$SS$  = coefficiente di sottosuolo;

$CC$  = coefficiente per  $TC$  dipendente dal sottosuolo;

$S$  = coefficiente che tiene conto della categoria di sottosuolo e delle condizioni topografiche;

$TB, TC, TD$  = periodi di spettro;

$Fv$  = fattore di amplificazione spettrale massima per spettro in accelerazione verticale;



Stato Limite	TR (anni)	a,g (*g)	Fo	TC* (sec)	SS	CC	S	TB (sec)	TC (sec)	TD (sec)	Fv
SLE - SLD	50	0.056	2.590	0.268	1.000	1.000	1.000	0.089	0.268	1.824	0.827

**Risposta massima in spostamento del sistema equivalente:**

Risposta del sistema elastico di pari periodo:

- in accelerazione:  $S_e(T^*) = 0.145 \text{ g}$
- in spostamento:  $d^*,e,max = S_{De}(T^*) \text{ (mm)} = 0.36$
- forza di risposta elastica =  $S_e(T^*) m^* \text{ (kN)} = 27.02$   
(taglio totale agente sulla base del sistema equivalente 1-GDL calcolato dallo spettro di risposta elastico);
- forza di snervamento  $F_y^* \text{ (kN)} = 47.64$   
(taglio alla base resistente del sistema equivalente 1-GDL ottenuto dall'analisi non lineare)

Rapporto tra forza di risposta elastica e forza di snervamento:  $q^* = 0.575$

Controllo su  $q^*$  secondo §7.8.1.6:

risulta:  $q^* \leq 3$ : la verifica di sicurezza può essere eseguita.

$q^* \leq 1$ , e quindi:  $d^*,max = d^*,e,max$

Risposta in spostamento del sistema anelastico:  $d^*,max \text{ (mm)} = 0.36$

**Conversione della risposta equivalente in quella effettiva dell'edificio:**

Spostamento effettivo di risposta del punto di controllo:  $\Gamma d^*,max \text{ (mm)} = 0.45$

**Verifica di sicurezza** (§7.3.4.1 - §7.8.1.5.4 - §C7.3.4.1 - §C7.8.1.5.4):

Domanda sismica in spostamento (mm) = 0.45

Capacità di spostamento a SLD (mm) = 1.06

**Rapporto: Capacità / Domanda = 2.336: Capacità > Domanda**

**Verifiche per edifici strategici o importanti:**

Accelerazione sostenibile (Capacità) per SLD (PGA,CLD) = 0.116 g

corrispondente, per il sito di ubicazione dell'edificio, al periodo di ritorno TR = 346.6125

Tale accelerazione, nel periodo di riferimento VR = 50 anni,

ha la probabilità di essere superata pari a: PVR = 13.433 %

(rispetto ai valori di progetto per SLD - sopra riportati - deve risultare:

in caso di verifica di sicurezza non soddisfatta, PGA sostenibile ed il corrispondente TR minori,  
e la corrispondente PVR maggiore; per verifica soddisfatta, PGA sost.e TR maggiori, e PVR minore).

**Riepilogo per SLD**

	TR (anni)	PGA (*g)	PVR (%)
Dati	50	0.056	63.0
Risultati	347	0.116	13.4

**Indicatore di rischio:**

- secondo PGA:  $\alpha_D = PGA_{CLD} / PGA_{DLD}(=a,g \text{ in input per SLD}) = 0.116/0.056 = 2.071$

- secondo TR:  $\alpha_D = TR_{CLD} / TR_{DLD}(=TR \text{ in input per SLD}) = 347/50 = 6.932$

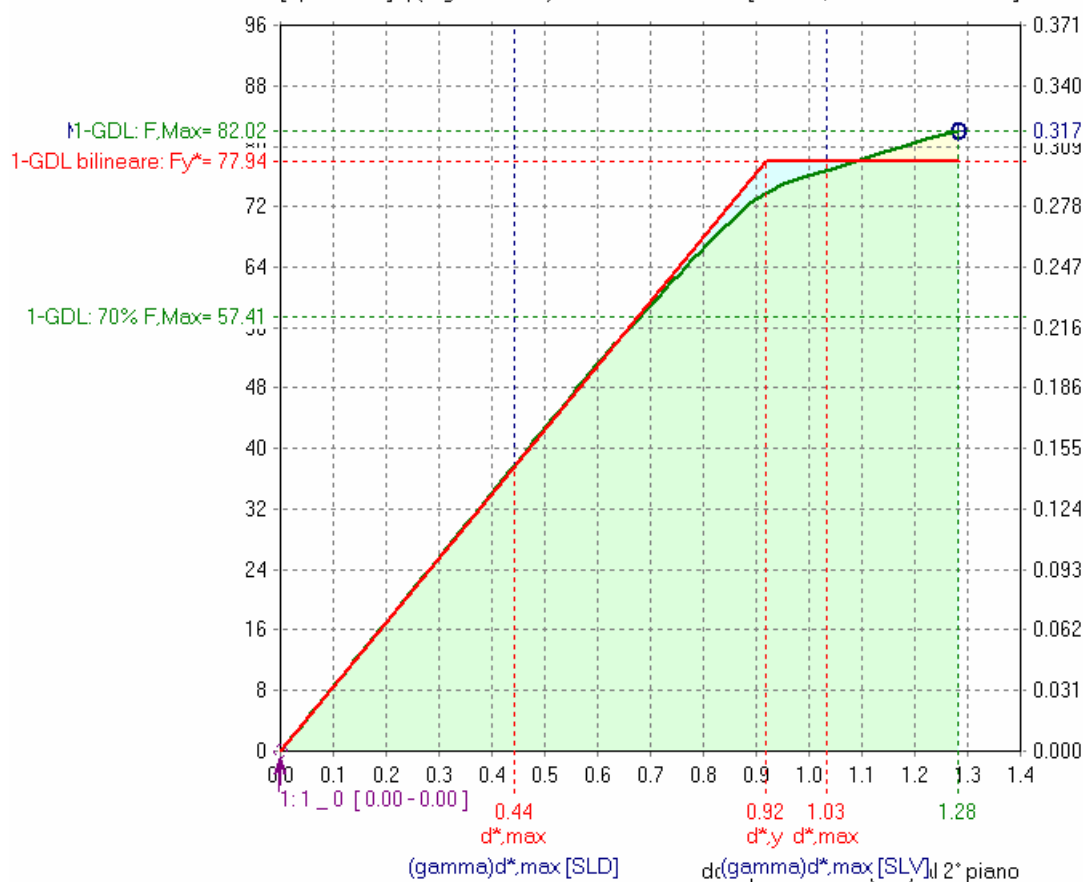
N° curva	Distr.	Direz.	Mt	q	aV,PGA	aD,PGA
1 / 2	E	+X		2.668	1.092	2.571

&lt;- Vb: Taglio totale alla base (kN)

Taglio totale alla base / Carico verticale totale -&gt;

[  $q^* = 1.046$  ] q (reg.in altezza) = 2.668

[ F.Stat. / W: \$7.3.3.2 = 0.146 ]



**SLV:  $(C/D)S_{post} = 1.28/1.03 = 1.244$  -  $PGA_{CLV}/PGA_{DLV} = 1.092$  -  $TR_{CLV}/TR_{DLV} = 1.319$**

(dati: VR=50 anni, TR=475 anni,  $a_g = 0.131$  g, PVR=10%; risultati (CLV): TR=626 anni - PGA=0.143 g - PVR=7.7%)

**SLD:  $(C/D)S_{post} = 1.28/0.44 = 2.905$  -  $PGA_{CLD}/PGA_{DLD} = 2.571$  -  $TR_{CLD}/TR_{DLD} = 12.521$**

(dati: TR=50 anni,  $a_g = 0.056$  g, PVR=63%; risultati: TR=626 anni - PGA=0.144 g - PVR=7.7%)

**Fig. 4.1.16.** Curva taglio-spostamento e risultati per SLV e SLD per la distribuzione (E) (proporzionale alle masse)

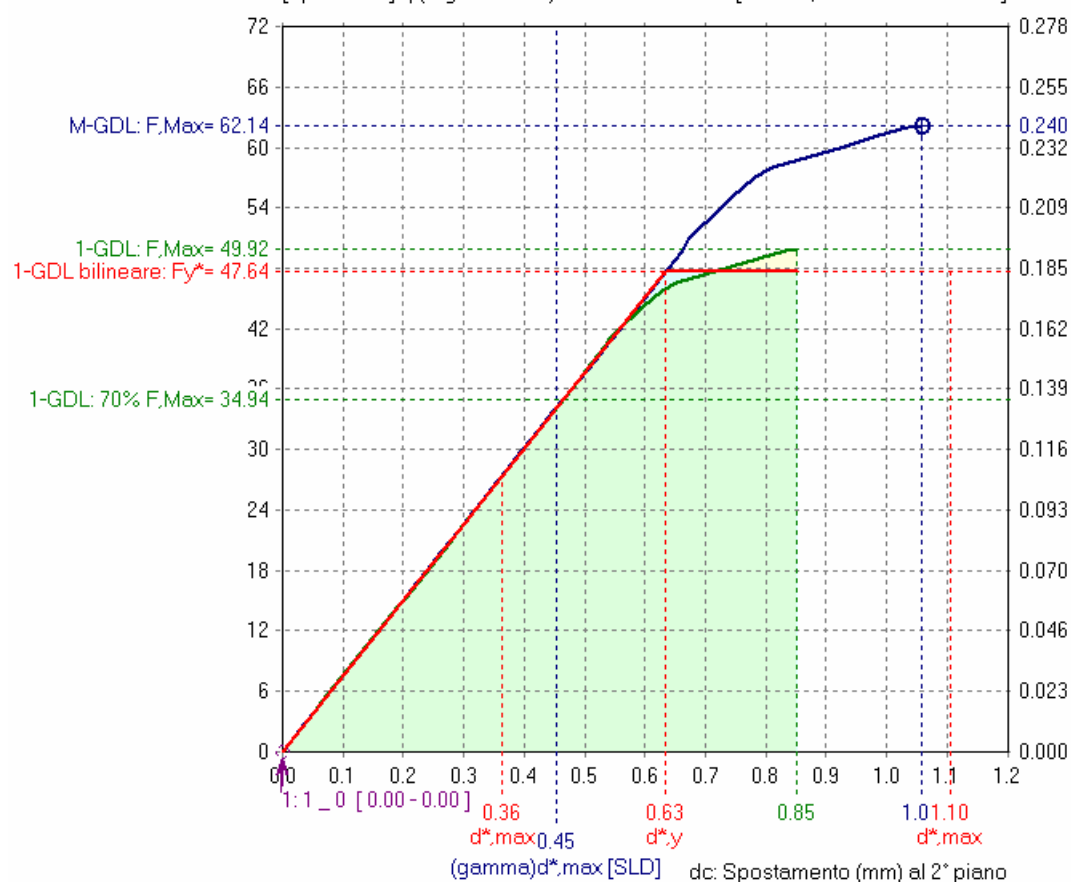
N°curva	Distr.	Direz.	Mt	q	aV,PGA	aD,PGA
2 / 2	F	+X		2.163	0.878	2.071

&lt;- Vb: Taglio totale alla base (kN)

Taglio totale alla base / Carico verticale totale -&gt;

[  $q^* = 1.249$  ] q (reg.in altezza) = 2.163

[ F.Stat / W: \$7.3.3.2 = 0.146 ]



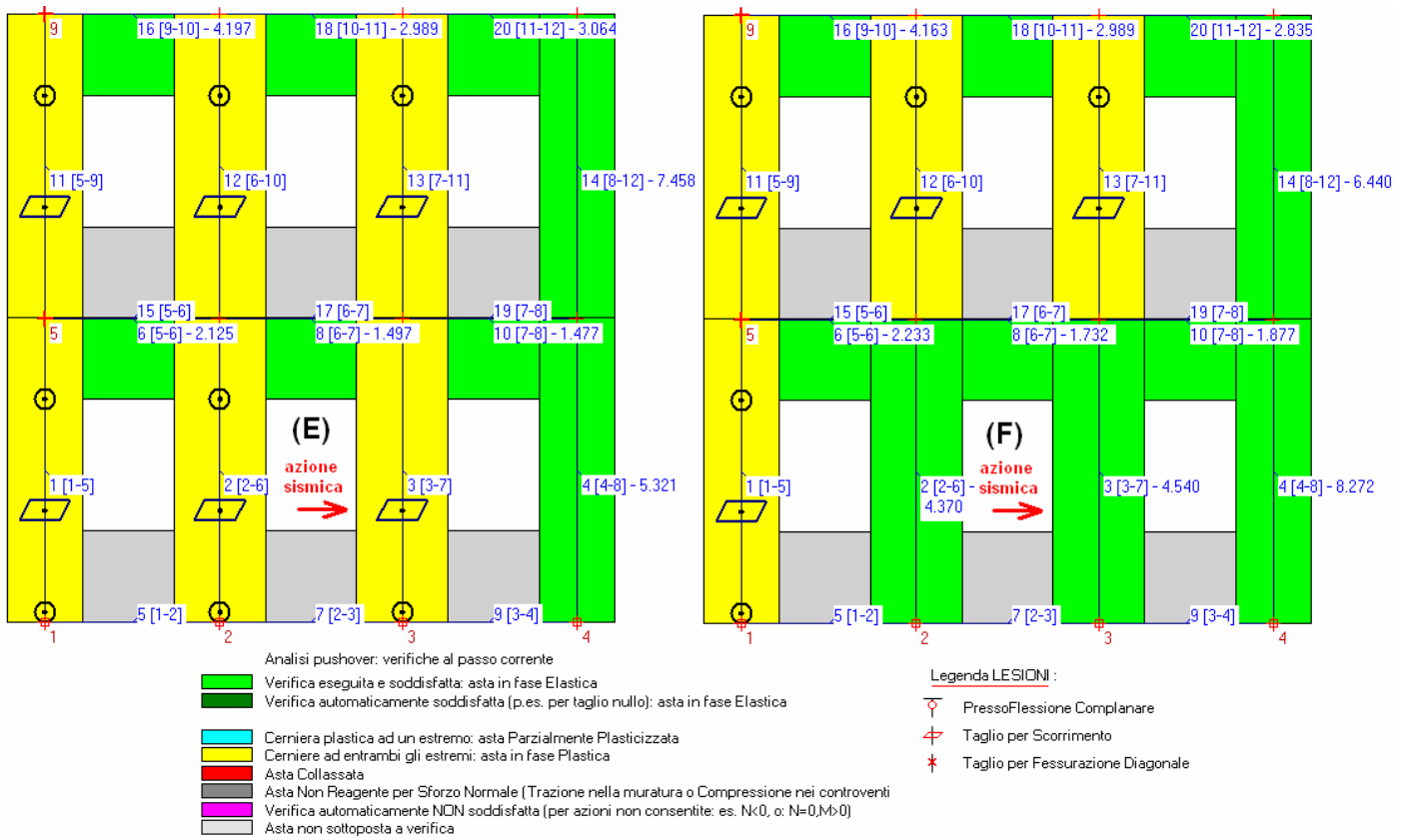
**SLV: (C/D)Spost.=1.06/1.38=0.77 - PGA,CLV/PGA,DLV=0.878 - TR,CLV/TR,DLV=0.727**

(dati: VR=50 anni, TR=475 anni, a,g=0.131 g, PVR=10%; risultati (CLV): TR=345 anni - PGA=0.115 g - PVR=13.5%)

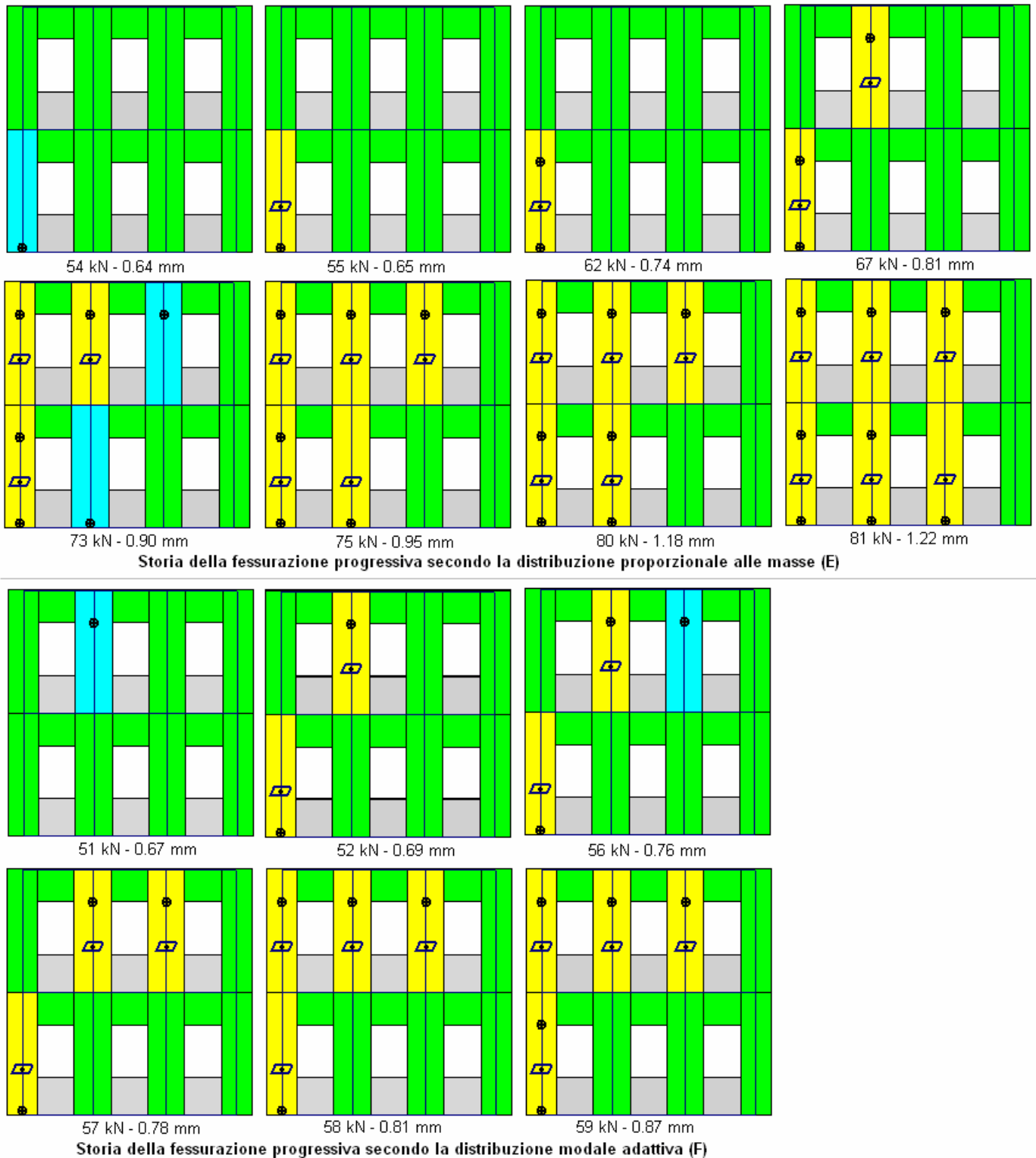
**SLD: (C/D)Spost.=1.06/0.45=2.336 - PGA,CLD/PGA,DLD=2.071 - TR,CLD/TR,DLD=6.932**

(dati: TR=50 anni, a,g=0.056 g, PVR=63%; risultati: TR=347 anni - PGA,CLD=0.116 g - PVR=13.4%)

**Fig. 4.1.17.** Curva taglio-spostamento e risultati per SLV e SLD per la distribuzione (F) (secondo il primo modo e attiva)



**Fig. 4.1.18.** Meccanismi di rottura (stato limite ultimo, distribuzioni (E) (F))

**Fig. 4.1.19.** Storia della fessurazione progressiva

Per entrambe le distribuzioni di forza, e soprattutto per la modale adattiva, il piano debole risulta il piano superiore; nel piano inferiore raggiungono la plasticizzazione 3 maschi (resta escluso il maschio sottovento) nella distribuzione di forze proporzionali alle masse, rispetto al solo maschio "sopra vento" della distribuzione (F).

Per la distribuzione (E) i coefficienti di ripartizione del taglio globale sono i seguenti:

piano inferiore (nodo 5): 0.577, piano superiore (nodo 9): 0.423.

Per la distribuzione modale adattiva (F) risultano i seguenti coefficienti di ripartizione (modificati nei passi progressivi dell'analisi): (passo incrementale, coeff.rip. piano inferiore, coeff.rip. piano superiore):

0	0.4207	0.5793
52	0.3948	0.6052
53	0.3945	0.6055

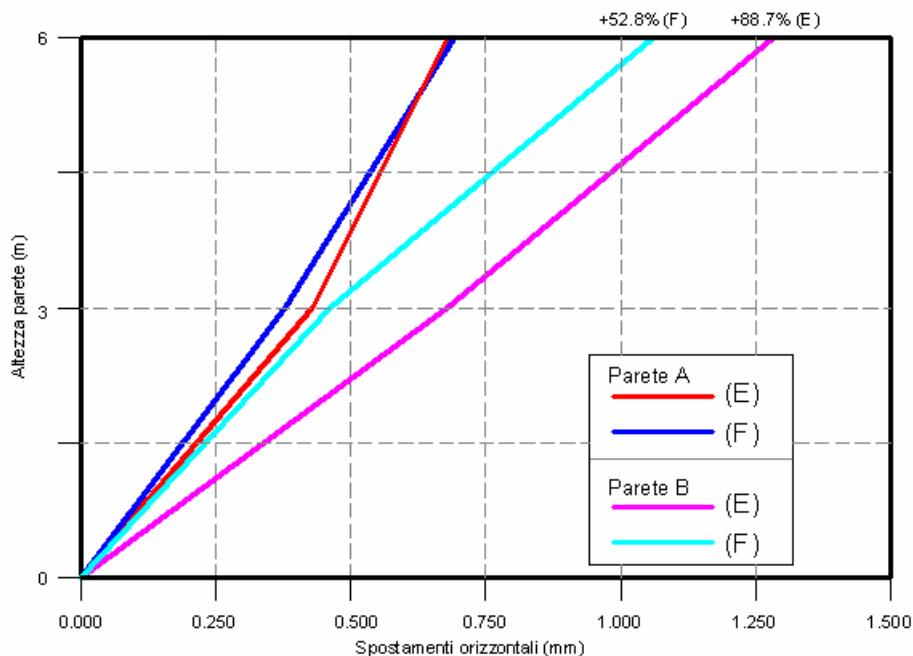
57	0.3504	0.6496
58	0.2809	0.7191
59	0.1972	0.8028

Il degrado della struttura comporta un progressivo aumento delle azioni in sommità.

Le rotture per pressoflessione si manifestano dapprima alla base per i maschi del piano inferiore (cui seguono, nella distribuzione (E) plasticizzazioni anche in sommità), e in sommità per i maschi del piano superiore, in accordo ai risultati ottenuti in [4.1.1]. Le rotture a flessione tendono a precedere quelle per taglio da scorrimento; spesso sono praticamente contemporanee.

Infine si riportano i profili degli spostamenti orizzontali ai piani in corrispondenza dello stato limite ultimo per le due distribuzioni di forze, confrontati con la Parete A. E' così possibile constatare come la parete B, pur essendo meno resistente della parete A, è però molto più duttile: presenta infatti un incremento di spostamento allo stato limite ultimo superiore al 50%.

N.piano (nodo)	H (m)	Spost.distr.(E) prima fess./SLU	Spost.distr.(F) prima fess./SLU
1 (5)	3.00	0.370 / 0.677	0.360 / 0.462
2 (9)	3.00	0.636 / 1.283	0.674 / 1.059



**Fig. 4.1.20.** Parete B: profilo di spostamenti allo stato limite ultimo e confronto con la parete A

Per quanto riguarda il fattore di struttura  $q$  calcolato in analisi pushover, per la parete B si ha:

**Distribuzione (E):**

Calcolo del Fattore di Struttura ' $q$ ' (§7.8.1.3 - §C8.7.1.2):

Taglio di prima plasticizzazione (kN) = 55.33

90% del Taglio massimo (kN) = 73.81

Rapporto  $\alpha_u/\alpha_1$  = 1.334

Edificio regolare in altezza:  $q = 2.668$

**Distribuzione (F):**

Calcolo del Fattore di Struttura ' $q$ ' (§7.8.1.3 - §C8.7.1.2):

Taglio di prima plasticizzazione (kN) = 51.72

90% del Taglio massimo (kN) = 55.93

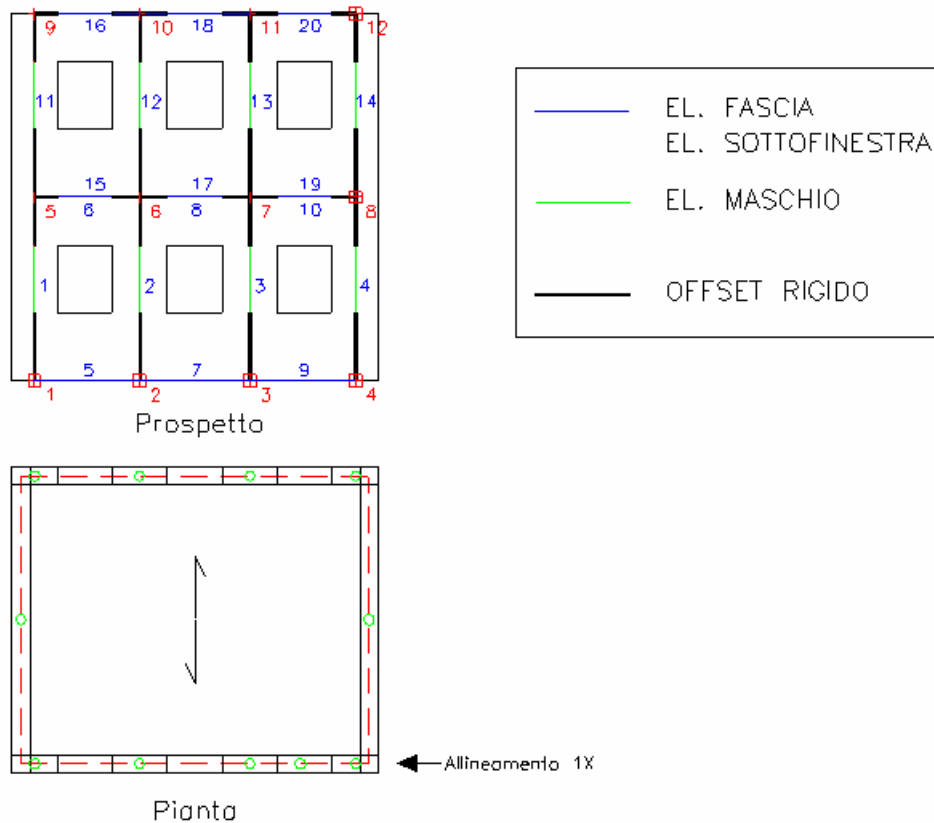
Rapporto  $\alpha_u/\alpha_1$  = 1.081

Edificio regolare in altezza:  $q = 2.163$

Come per la parete A, il rapporto  $a_u/a_1$  calcolato è inferiore al valore 1.8 indicato in Normativa. Con riferimento alla distribuzione (E), tale rapporto per la parete B risulta superiore alla parete A (2.668 contro 2.598), ma nella distribuzione (F) diminuisce, passando da 2.620 a 2.163: dall'analisi di più distribuzioni di forze possono quindi evidenziarsi casi, dipendenti dalla particolare configurazione in esame, dove a strutture più duttili non corrisponde necessariamente fattore di struttura maggiore, per lo meno adottando per il calcolo di  $a_u/a_1$  i criteri indicati in §7.8.1.3.

## Risultati dell'analisi pushover per la Parete C

Lo schema ad elementi finiti della parete a "telaio equivalente" è riportato in figura 4.1.21.



**Fig. 4.1.21.** Modellazione della parete "C"

Tutte le considerazioni fatte per la parete A valgono anche per questo esempio di studio. I sottofinestra forniscono il vincolo di irrigidimento ai maschi murari laterali, modellati con bracci rigidi anche al primo piano.

La parete C presenta rapporti  $h/l$  compresi fra 1 e 1.5, ed è un caso intermedio fra quelli analizzati in precedenza.

Si riportano di seguito i risultati della distribuzione di forze più sfavorevole (F) dal punto di vista del rapporto tra capacità e domanda in termini di spostamento: tale rapporto vale 2.473 (E) e 2.218 per (F) (entrambe, quindi, con verifica sismica soddisfatta). Seguono, per entrambe le distribuzioni (E) (F), le illustrazioni del diagramma taglio alla base-spostamento del punto di controllo ad essa relativa (figg. 4.1.22 - 4.1.23); meccanismi di rottura degli elementi (fig. 4.1.24); storia della fessurazione progressiva, con indicazione del taglio globale alla base e del corrispondente spostamento del punto di controllo per ogni configurazione (fig. 4.1.25).

### RISULTATI ANALISI SISMICA STATICA NON LINEARE (PUSHOVER)

#### SLU DI SALVAGUARDIA DELLA VITA (SLV) - DISTR.FORZE (F) - DIREZIONE: +X

##### Sistema reale M-GDL (a più gradi di libertà):

Rigidezza iniziale (elastica) (kN/m) = 206705.50  
 Resistenza massima (taglio alla base):  $F_{Max,M-GDL}$  (kN) = 101.53  
 Resistenza a SLV (Stato limite ultimo):  $F_{SLV,M-GDL}$  (kN) = 101.53

Punto di controllo ubicato al 2° piano. Spostamento orizzontale:  $dc$  (mm):

- iniziale = 0.00
- al limite ultimo:  $dc_{SLV,M-GDL}$  = 0.56, di cui dovuto alle forze orizzontali = 0.56

##### Sistema equivalente 1-GDL (a 1 grado di libertà):

Calcolo della Massa  $m^*$  e del Fattore di partecipazione modale  $\Gamma$  (§C7.3.4.1):

- è stato scelto il calcolo con le sole masse traslazionali nella direzione di analisi;
- per ogni piano, risultano i seguenti parametri (elencati nel seguito):
- completamente rigido: è tale un piano rigido (quindi con relazione master-slave) al quale non appartenga nessuna massa non riferita al nodo master. In tal caso, la massa di piano coincide con la massa concentrata nel nodo master e lo spostamento di piano è esattamente lo spostamento del nodo master;
- masse di piano  $m_i$  traslazionali;

- corrispondenti spostamenti modali  $\phi_i$  secondo il modo principale nella direzione di analisi (X): dall'analisi modale, il modo principale è il modo 1 con massa modale efficace (in direzione X) pari a: 83.7% (i risultati dell'analisi modale sono riferiti alle rigidezze utilizzate in analisi pushover, che possono differire dalle rigidezze considerate in analisi modale. In Analisi Modale le rigidezze considerate corrispondono al parametro  $\%K_{elast}$  dei dati Aste e tengono quindi conto dell'eventuale rigidezza fessurata ( $\%K_{elast} < 100\%$ ); in Analisi Pushover al tipo di comportamento scelto per i maschi murari corrispondono rigidezze iniziali elastiche, ignorando quindi le rigidezze fessurate cioè assumendo  $\%K_{elast}=100\%$  per tutte le aste);
- piano del Punto di Controllo (scelto al piano il cui baricentro ha spostamento in direzione X maggiore, nel modo di vibrare principale secondo la direzione di analisi);
- spostamenti normalizzati rispetto allo spostamento del punto di controllo (nel caso di piano deformabile, la massa di piano coincide con la somma delle masse di piano e lo spostamento del baricentro è dato dalla distanza fra il baricentro delle masse spostate -secondo la forma modale- ed il baricentro delle masse nella configurazione indeformata):

Piano	Compl. rigido	Massa (k*kgm)	Spostamento (mm)	Punto di controllo	Spostamento normalizzato
1	X	15.52	411.80		0.412
2	X	11.15	1000.00	X	1.000

Dai parametri precedenti risulta:

Massa  $m^* = \sum(m_i \cdot \phi_i)$  (k\*kgm) = 18.00

Coefficiente di partecipazione  $\Gamma = \sum(m_i \cdot \phi_i) / \sum(m_i \cdot \phi_i^2) = 1.273$

Resistenza massima (taglio alla base):  $F_{Max,1-GDL} = (F_{Max,M-GDL} / \Gamma)$  (kN) = 79.78

Resistenza a SLV (Stato limite ultimo):  $F_{SLV,1-GDL} = (F_{SLV,M-GDL} / \Gamma)$  (kN) = 79.78

Spostamento a SLV (Stato limite ultimo):  $d_{SLV,1-GDL} = (d_{SLV,M-GDL} / \Gamma)$  (mm) = 0.44

#### Sistema bi-lineare equivalente 1-GDL (a 1 grado di libertà):

70% della Resistenza massima del sistema 1-GDL = 70%  $F_{Max,1-GDL}$  (kN) = 55.85

Rigidezza elastica:  $k^*$  (kN/m) = 206705.50 (=100.000% della rigidezza elastica del sistema M-GDL)

Periodo elastico:  $T^* = 2\pi \sqrt{m^*/k^*}$  (sec) = 0.058

Punto di snervamento: spostamento  $dy^*$  (mm) = 0.38  
forza  $Fy^*$  (kN) = 77.62

Stato Limite SLV e relativa probabilità di superamento (§3.2.1):

PVR: Probabilità di superamento nel periodo di riferimento  $V,R = 10\%$

Da PVR e  $V,R$ , per SLV risulta definito il valore di  $T,R$  (§ All. A)

attraverso la relazione:  $T,R = -V,R / [1 - \ln(1 - PVR)]$

Valori dei parametri  $ag, Fo, TC^*$  per i periodi di ritorno  $TR$  associati allo Stato Limite SLV

e: SS, CC, S, TB, TC, TD, Fv (§3.2.3), dove:

$ag$  = accelerazione orizzontale massima al sito,

$Fo$  = valore massimo del fattore di amplificazione dello spettro in accelerazione orizzontale,

$TC^*$  = periodo di inizio del tratto a velocità costante dello spettro in accelerazione orizzontale,

SS = coefficiente di sottosuolo;

CC = coefficiente per TC dipendente dal sottosuolo;

S = coefficiente che tiene conto della categoria di sottosuolo e delle condizioni topografiche;

TB, TC, TD = periodi di spettro;

Fv = fattore di amplificazione spettrale massima per spettro in accelerazione verticale:

Stato Limite	TR (anni)	a,g (*)	Fo	TC* (sec)	SS	CC	S	TB (sec)	TC (sec)	TD (sec)	Fv
SLU - SLV	475	0.131	2.406	0.300	1.000	1.000	1.000	0.100	0.300	2.124	1.176

#### Risposta massima in spostamento del sistema equivalente:

Risposta del sistema elastico di pari periodo:

- in accelerazione:  $S_e(T^*) = 0.238 g$

- in spostamento:  $d^*,e,max = S_{De}(T^*)$  (mm) = 0.20

- forza di risposta elastica =  $S_e(T^*) m^*$  (kN) = 41.94

(taglio totale agente sulla base del sistema equivalente 1-GDL calcolato dallo spettro di risposta elastico);

- forza di snervamento  $Fy^*$  (kN) = 77.62

(taglio alla base resistente del sistema equivalente 1-GDL ottenuto dall'analisi non lineare)

Rapporto tra forza di risposta elastica e forza di snervamento:  $q^* = 0.527$

Controllo su  $q^*$  secondo §7.8.1.6:

risulta:  $q^* \leq 3$ : la verifica di sicurezza può essere eseguita.

$q^* \leq 1$ , e quindi:  $d^*,max = d^*,e,max$

Risposta in spostamento del sistema anelastico:  $d^*,max$  (mm) = 0.20

#### Conversione della risposta equivalente in quella effettiva dell'edificio:

Spostamento effettivo di risposta del punto di controllo:  $\Gamma d^*,max$  (mm) = 0.25

#### Verifica di sicurezza (§7.3.4.1 - §7.8.1.5.4 - §C7.3.4.1 - §C7.8.1.5.4):

Domanda sismica in spostamento: (mm) = 0.25

Capacità di spostamento a SLV: (mm) = 0.56

**Rapporto: Capacità/Domanda = 2.218: Capacità > Domanda**

#### Verifiche per edifici strategici o importanti:

Accelerazione sostenibile (Capacità) per SLV (PGA,CLV)  $\geq 0.219 g$

corrispondente, per il sito di ubicazione dell'edificio, al periodo di ritorno  $TR = 2475$  anni.



Tale accelerazione, nel periodo di riferimento VR = 50 anni,  
 ha la probabilità di essere superata pari a: PVR = 2 %  
 (rispetto ai valori di progetto per SLV - sopra riportati - deve risultare:  
 in caso di verifica di sicurezza non soddisfatta, PGA sostenibile ed il corrispondente TR minori,  
 e la corrispondente PVR maggiore; per verifica soddisfatta, PGA sost.e TR maggiori, e PVR minore).

**Riepilogo per SLV**

	TR (anni)	PGA (*g)	PVR (%)
Dati	475	0.131	10.0
Risultati	2475	0.219	2.0

**Verifiche di vulnerabilità - Indicatore di rischio:**

- secondo PGA:  $\alpha, V = \text{PGA, CLV} / \text{PGA, DLV} (=a, g \text{ in input per SLV}) = 0.219/0.131 = 1.672$
- secondo TR:  $\alpha, V = \text{TR, CLV} / \text{TR, DLV} (=TR \text{ in input per SLV}) = 2475/475 = 5.211$

**Indicatore di rischio: Rapporto fra Capacità e Domanda in termini di PGA:**

- $\alpha, V = \text{PGA, CLV} / \text{PGA, DLV} (=a, g \text{ in input per SLV}) = 0.219/0.131 = 1.672$
- periodi di ritorno: TR, CLV = 2475; TR, DLV = 475
- (i risultati dell'analisi statica non lineare forniscono il valore dell'indicatore di rischio per la Resistenza e la Deformazione nel piano; per le altre verifiche di sicurezza:
- Resistenza fuori piano e Capacità limite del terreno: occorre eseguire un'analisi lineare dove si può utilizzare il fattore di struttura 'q' calcolato in pushover; in essa si prenderanno in considerazione le verifiche a pressoflessione ortogonale e gli stati limite ultimi di tipo geotecnico;
- Cinematismo: occorre studiare i meccanismi di collasso (Analisi Cinematica), cfr. §C8A.4).

**Calcolo del Fattore di Struttura 'q' (§7.8.1.3 - §C8.7.1.2):**

Taglio di prima plasticizzazione (kN) = 66.27

90% del Taglio massimo (kN) = 91.38

Rapporto  $\alpha, u/\alpha, l = 1.379$

Edificio regolare in altezza: q = 2.758

**SLE di Danno (SLD) - Distr.Forze (F) - Direzione: +X**

La curva di capacità a SLD coincide con la curva a SLV: il sistema bilineare equivalente è già stato sopra definito. I risultati a SLD consistono quindi direttamente nella verifica di compatibilità degli spostamenti.

**Sistema reale M-GDL (a più gradi di libertà):**

Resistenza a SLD: F,SLD,M-GDL (kN) = 101.53

Punto di controllo ubicato al 2° piano. Spostamento orizzontale: dc (mm):

- iniziale = 0.00
- al limite di danno: dc,SLD,M-GDL = 0.56, di cui dovuto alle forze orizzontali = 0.56

Stato Limite SLD e relativa probabilità di superamento (§3.2.1):

PVR: Probabilità di superamento nel periodo di riferimento V,R = 63 %

Da PVR e V,R, per SLD risulta definito il valore di T,R (§ All. A)

attraverso la relazione:  $T, R = -V, R / [1 - \ln(1 - PVR)]$

Valori dei parametri ag, Fo, TC\* per i periodi di ritorno TR associati allo Stato Limite SLD

e: SS, CC, S, TB, TC, TD, Fv [§3.2.3], dove:

ag = accelerazione orizzontale massima al sito,

Fo = valore massimo del fattore di amplificazione dello spettro in accelerazione orizzontale,

TC\* = periodo di inizio del tratto a velocità costante dello spettro in accelerazione orizzontale,

SS = coefficiente di sottosuolo;

CC = coefficiente per TC dipendente dal sottosuolo;

S = coefficiente che tiene conto della categoria di sottosuolo e delle condizioni topografiche;

TB, TC, TD = periodi di spettro;

Fv = fattore di amplificazione spettrale massima per spettro in accelerazione verticale:

Stato Limite	TR (anni)	a, g (*g)	Fo	TC* (sec)	SS	CC	S	TB (sec)	TC (sec)	TD (sec)	Fv
SLE - SLD	50	0.056	2.590	0.268	1.000	1.000	1.000	0.089	0.268	1.824	0.827

**Risposta massima in spostamento del sistema equivalente:**

Risposta del sistema elastico di pari periodo:

- in accelerazione:  $S, e(T^*) = 0.114 g$
- in spostamento:  $d^*, e, \max = S, De(T^*)$  (mm) = 0.09
- forza di risposta elastica =  $S, e(T^*) m^*$  (kN) = 20.11
- (taglio totale agente sulla base del sistema equivalente 1-GDL calcolato dallo spettro di risposta elastico);
- forza di snervamento  $Fy^*$  (kN) = 77.62
- (taglio alla base resistente del sistema equivalente 1-GDL ottenuto dall'analisi non lineare)

Rapporto tra forza di risposta elastica e forza di snervamento:  $q^* = 0.252$

Controllo su  $q^*$  secondo §7.8.1.6:

risulta:  $q^* \leq 3$ : la verifica di sicurezza può essere eseguita.

$q^* \leq 1$ , e quindi:  $d^*, \max = d^*, e, \max$

Risposta in spostamento del sistema anelastico:  $d^*, \max$  (mm) = 0.09

**Conversione della risposta equivalente in quella effettiva dell'edificio:**

Spostamento effettivo di risposta del punto di controllo:  $\Gamma d^*, \max$  (mm) = 0.12

**Verifica di sicurezza** (§7.3.4.1 - §7.8.1.5.4 - §C7.3.4.1 - §C7.8.1.5.4):

Domanda sismica in spostamento (mm) = 0.12

Capacità di spostamento a SLD (mm) = 0.56

**Rapporto: Capacità / Domanda = 4.627: Capacità > Domanda**

**Verifiche per edifici strategici o importanti:**

Accelerazione sostenibile (Capacità) per SLD (PGA,CLD)  $\geq 0.219$  g

corrispondente, per il sito di ubicazione dell'edificio, al periodo di ritorno TR = 2475

Tale accelerazione, nel periodo di riferimento VR = 50 anni,

ha la probabilità di essere superata pari a: PVR = 2 %

(rispetto ai valori di progetto per SLD - sopra riportati - deve risultare:

in caso di verifica di sicurezza non soddisfatta, PGA sostenibile ed il corrispondente TR minori,

e la corrispondente PVR maggiore; per verifica soddisfatta, PGA sost.e TR maggiori, e PVR minore).

**Riepilogo per SLD**

	TR (anni)	PGA (*g)	PVR (%)
Dati	50	0.056	63.0
Risultati	2475	0.219	2.0

**Indicatore di rischio:**

- secondo PGA:  $\alpha_D = \text{PGA}_{CLD} / \text{PGA}_{DLD} (=a, g \text{ in input per SLD}) = 0.219 / 0.056 = 3.911$

- secondo TR:  $\alpha_D = \text{TR}_{CLD} / \text{TR}_{DLD} (=TR \text{ in input per SLD}) = 2475 / 50 = 49.500$

N°curva	Distr.	Direz.	Mt	q	aV,PGA	aD,PGA
1 / 2	E	+X		2.973	1.672	3.911

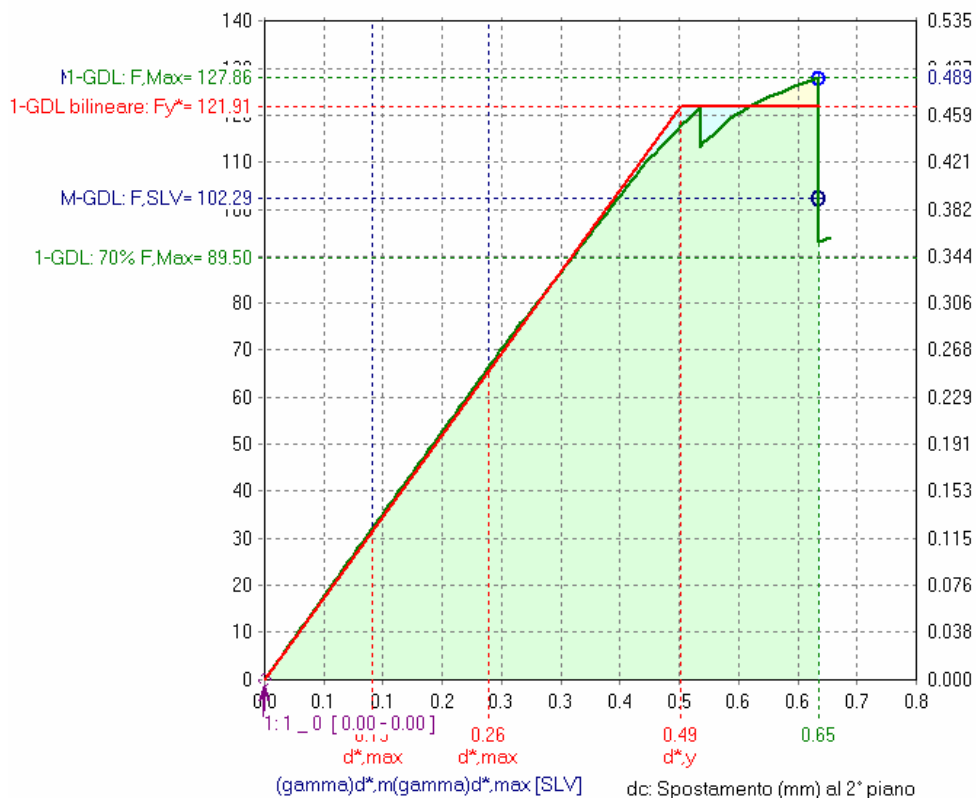
**SLE e SLU - Distr.Forze (E) - Direzione: +X**

<- Vb: Taglio totale alla base (kN)

Taglio totale alla base / Carico verticale totale ->

[  $q^* = 0.538$  ] q (reg.in altezza) = 2.973

[ F.Stat. / W: §7.3.3.2 = 0.120 ]



**SLV: (C/D)Spost.=0.65/0.26=2.473 - PGA,CLV/PGA,DLV=1.672 - TR,CLV/TR,DLV=5.211**

(dati: VR=50 anni, TR=475 anni, a,g=0.131 g, PVR=10%; risultati (CLV): TR>=2475 anni - PGA=0.219 g - PVR=2.0%)

**SLD: (C/D)Spost.=0.65/0.13=5.122 - PGA,CLD/PGA,DLD=3.911 - TR,CLD/TR,DLD=49.500**

(dati: TR=50 anni, a,g=0.056 g, PVR=63%; risultati: TR>=2475 anni - PGA,CLD=0.219 g - PVR=2.0%)

**Fig. 4.1.22.** Curva taglio-spostamento e risultati per SLV e SLD per la distribuzione (E) (proporzionale alle masse)

N°curva	Distr.	Direz.	Mt	q	aV,PGA	aD,PGA
2 / 2	F	+X		2.758	1.672	3.911

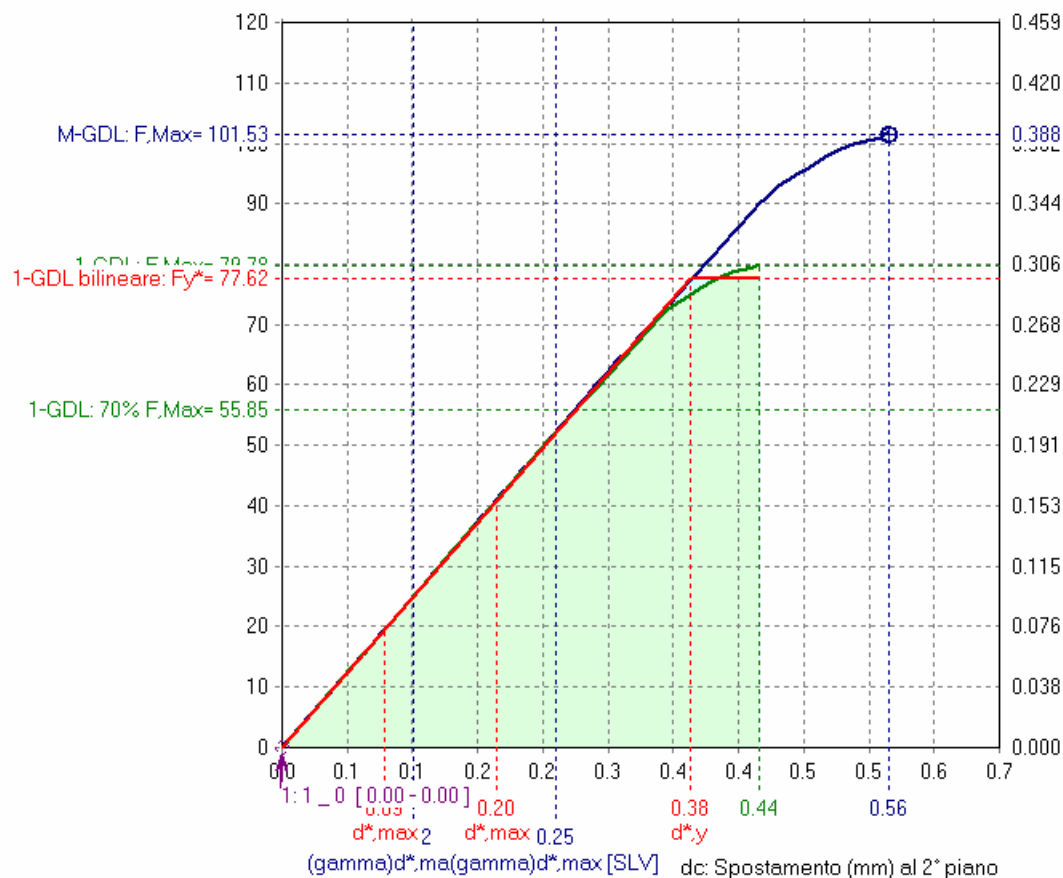
**SLE e SLU - Distr.Forze (F) - Direzione: +X**

&lt;- Vb: Taglio totale alla base (kN)

Taglio totale alla base / Carico verticale totale -&gt;

[  $q^* = 0.527$  ] q (reg.in altezza) = 2.758

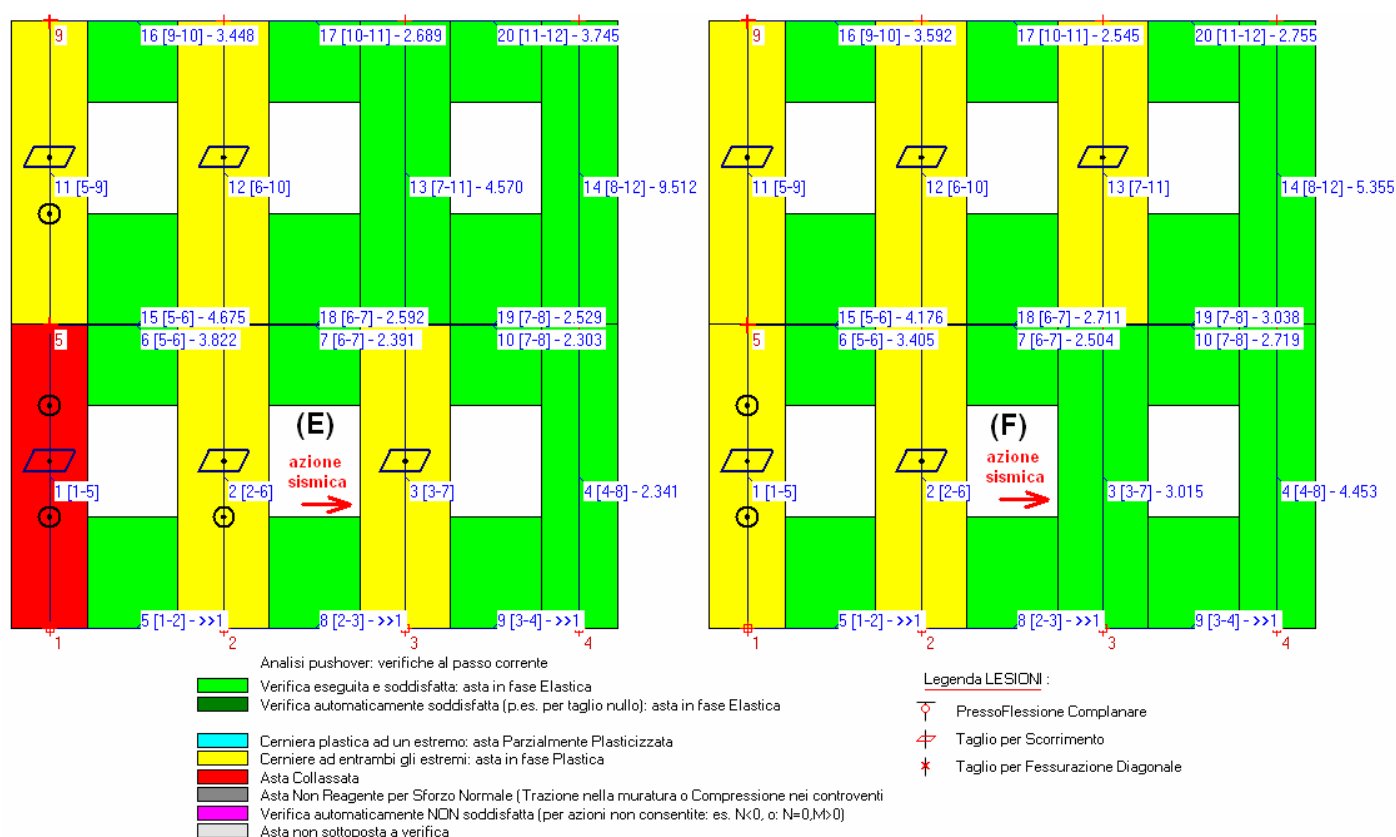
[ F.Stat. / W: 57.3.3.2 = 0.121 ]



**SLV: (C/D)Spost.=0.56/0.25=2.218 - PGA,CLV/PGA,DLV=1.672 - TR,CLV/TR,DLV=5.211**  
 (dati: VR=50 anni, TR=475 anni, a,g=0.131 g, PVR=10%; risultati (CLV): TR>=2475 anni - PGA=0.219 g - PVR=2.0%)

**SLD: (C/D)Spost.=0.56/0.12=4.627 - PGA,CLD/PGA,DLD=3.911 - TR,CLD/TR,DLD=49.500**  
 (dati: TR=50 anni, a,g=0.056 g, PVR=63%; risultati: TR>=2475 anni - PGA,CLD=0.219 g - PVR=2.0%)

**Fig. 4.1.23.** Curva taglio-spostamento e risultati per SLV e SLD per la distribuzione (F) (secondo il primo modo e adattiva)



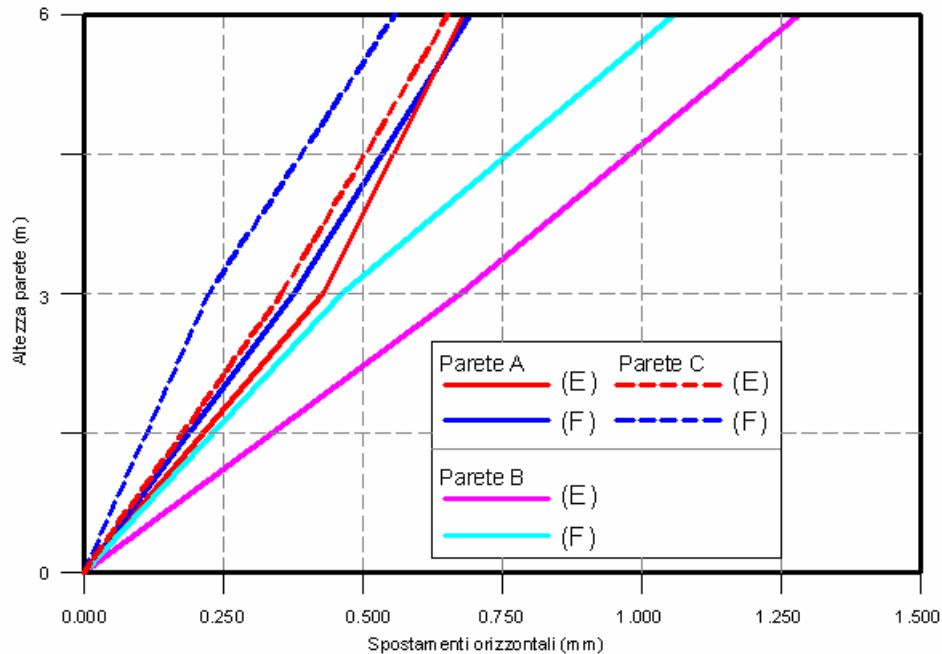
**Fig. 4.1.25.** Storia della fessurazione progressiva

Le analisi evidenziano una risposta dominata dalla rottura per taglio da scorrimento e pressoflessione (queste ultime sopraggiungono sempre in un secondo momento): le crisi si verificano nei maschi "sopra vento" rispetto alla direzione delle forze sismiche. Nella distribuzione (E) si plasticizzano maggiormente i maschi del piano inferiore; nella (F), quelli del piano superiore; ciò dipende dalla diversa ripartizione del taglio globale nelle due distribuzioni.

Confrontando i risultati della parete C con quelli delle pareti A e B, emerge, come si attendeva, che la resistenza massima di questo paramento murario è intermedia rispetto alle pareti precedentemente esaminate:

- rispetto alla parete A, la resistenza diminuisce (in particolare, nella distribuzione modale, mentre nella (E) resta praticamente invariata);
- rispetto alla parete B, la resistenza aumenta in modo significativo.

Per quanto riguarda lo spostamento (cfr. fig. 4.1.26), risulta in diminuzione significativa rispetto alla parete B e simile alla parete A: evidentemente, le zone rigide dovute a strisce e sottofinestra 'compensano' la snellezza dei maschi, e la rigidezza complessiva del sistema strutturale diviene simile alla parete A. Traendo il dato della rigidezza elastica iniziale dalla curva pushover più sfavorevole si ha infatti:  $K = 246244.80 \text{ kN/m}$ , a fronte del valore 277161.90 per la parete A, e 75336.21 per la parete (B) (nettamente inferiore).



**Fig. 4.1.26.** Parete C: profilo di spostamenti allo stato limite ultimo e confronto con le pareti A e B

## Conclusioni

Per eseguire il test del software PC.E si è preso in considerazione il problema di una parete multipiano in muratura con aperture, caricata nel piano con forze orizzontali crescenti, applicate al livello dei solai secondo due distribuzioni di forze:

- 1- distribuzione di forze fissa proporzionale alle masse (A);
- 2- distribuzione di forze adattiva (analisi evolutiva E), proporzionali alla prima forma modale, ma tenendo conto dell'evoluzione della rigidezza e quindi delle forme di vibrazione conseguenti allo sviluppo delle deformazioni inelastiche.

Sono state prese in considerazione tre diverse configurazioni di pareti a due piani, i cui maschi hanno rapporti diversi altezza/larghezza, passando da  $h/l < 1$  a  $h/l > 2$ . Il confronto fra le tre diverse pareti è stato svolto esaminando le curve taglio-spostamento, i meccanismi di rottura degli elementi maschio e fascia ed i profili degli spostamenti orizzontali.

I risultati dell'analisi pushover ottenuti dall'utilizzo del software PC.E sono riassunti nella tabella seguente, dove per coerenza di confronto si fa riferimento, per ognuna delle tre pareti, alla distribuzione più sfavorevole: (E) per la A, (F) per la B e la C:

	<b>Parete A distr. (E)</b>	<b>Parete B distr. (F)</b>	<b>Parete C distr. (F)</b>
<i>Rigidezza iniziale (elastica) (kN/m)</i>	277161.90	75336.21	206705.50
<i>Resistenza massima (taglio alla base): <math>F_{Max,M-GDL}</math> (kN)</i>	163.09	62.14	101.53
<i>Spostamento orizzontale a quota 6.00 m (sommità): <math>d_c</math> (mm)</i>	0.68	1.06	0.56
<i>Domanda sismica in spostamento: (mm)</i>	0.26	1.38	0.25
<i>Capacità di spostamento allo SLU: (mm)</i>	0.68	1.06	0.56
<i>Rapporto: Capacità/Domanda</i>	2.641	0.770	2.218
<i>Rapporto <math>\alpha_u / \alpha_l</math></i>	1.299	1.081	1.379

**Fig. 4.1.27.** Sintesi dei risultati

I risultati del test corrispondono alle attese, considerando le diverse rigidezze delle pareti prese in esame; inoltre essi sono in accordo con quanto indicato dalla letteratura tecnica relativa all'argomento [1].  
Sembra in ogni caso opportuno sottolineare la necessità di un confronto con dati sperimentali di laboratorio ricavati da pareti in scala reale portati a rottura, per definire e calibrare opportunamente l'analisi non lineare pushover su strutture murarie. A tale aspetto è dedicato il paragrafo 4.4 del presente Manuale di Validazione (test sperimentale su prototipo tridimensionale).

## 4.2. CONFRONTO FRA METODO POR E ANALISI PUSHOVER SECONDO NUOVE NORMATIVE SISMICHE

Riferimenti bibliografici:

[4.2.1] Regione Autonoma Friuli Venezia Giulia - Legge Regionale n. 30 del 20.6.1977: "Documentazione tecnica per la progettazione e direzione delle opere di riparazione degli edifici - Documento Tecnico n. 2 - Raccomandazioni per la riparazione strutturale degli edifici in muratura."

### **Files dati di riferimento, installati dal software:**

in PC.M: \Aedes2012\Pcm\Es-Validazione\Confronto\_PCM\_PCE.pcm

in PC.E: \Aedes2012\Pcm\Es-Validazione\Confronto\_PCM\_PCE.pce,

cartella: \Aedes2012\Pcm\Es-Validazione\Confronto\_PCM\_PCE

La validazione dell'analisi statica non lineare eseguita da PC.E può essere condotta confrontando i risultati della procedura con quelli del Metodo Por, noto ai tecnici del settore fin dagli anni '80 ed ampiamente utilizzato nell'ambito applicativo della Legge antisismica (fino al D.M. 16.1.1996 incluso).

La stabilità numerica dell'algoritmo Por è consolidata da tempo e costituisce quindi un ottimo riferimento per l'esecuzione di un test di confronto.

Per poter comparare queste due metodologie di analisi sismica statica non lineare, occorre definire un campo operativo entro cui sono confrontabili: il Metodo Por, infatti, può considerarsi un 'sottoinsieme' dell'analisi pushover generalizzata prevista dai più recenti riferimenti normativi; la simulazione della verifica Por richiede quindi una serie di impostazioni specifiche.

Con riferimento al piano terra di un edificio-tipo (è l'esempio applicativo presente nella Normativa tecnica DT2 della Regione Friuli Venezia Giulia, emanata alla fine degli anni '70, con cui si introdusse l'applicazione del metodo Por), affinché il confronto tra le due analisi sia possibile occorrono le seguenti impostazioni:

- la struttura deve consistere in un solo piano;
- per ogni maschio, l'altezza di calcolo utilizzata nel metodo Por deve essere pari alla luce libera di deformazione che caratterizza il maschio nell'analisi agli elementi finiti;
- si deve fare riferimento ai soli carichi permanenti, a causa della diversità - fra i differenti riferimenti normativi - dei coefficienti di combinazione dei carichi variabili;
- nel metodo Por occorre impostare nel modo seguente alcuni parametri di analisi sismica: Fasce medie, Controllo del taglio nella Sezione di Base, Contributo Rigidezza trasversale.

L'analisi pushover con PC.E (tramite il metodo agli elementi finiti) deve essere caratterizzata dai seguenti punti:

- comportamento shear-type;
- per le aste, non si devono utilizzare rigidezze fessurate;
- si deve controllare che in tutti i maschi murari le zone rigide corrispondano all'altezza di calcolo usata nel metodo Por (in entrambi i piani di flessione, nello schema ad elementi finiti si deve avere uguali zone rigide, in modo che vi sia corrispondenza al calcolo Por eseguito tenendo conto della rigidezza trasversale, dove le pareti concorrono in ogni piano di flessione con la medesima altezza di calcolo);
- le strisce devono essere escluse dalle verifiche;
- le verifiche degli elementi in muratura devono essere condotte con  $\gamma_M = 1.00$ : a tal fine, all'edificio esistente viene attribuito il livello di conoscenza LC3;
- non si devono eseguire verifiche a taglio e pressoflessione in sommità delle aste;
- le verifiche muratura da eseguirsi consistono nel solo taglio per fessurazione diagonale, con  $b=1.5$ ; devono essere esclusi il taglio per scorrimento e la pressoflessione complanare;
- punto di controllo per lo spostamento: in sommità (in pratica è il baricentro dell'impalcato che insiste sulle pareti);
- per il campo plastico, considerare il controllo in duttilità (deve essere disattivato il controllo sulla deformazione ultima come drift (deformazione angolare) previsto dal D.M. 14.1.2008).

L'edificio analizzato è riportato in fig. 4.2.1. Questo esempio può essere utilizzato come test di validazione della nuova analisi pushover, dal momento che l'algoritmo Por è noto da tempo ed i suoi risultati possono essere assunti come riferimento. Affinché la nuova analisi pushover superi il test di confronto con il metodo Por, è necessario riscontrare valori simili sia per la forza massima, sia per lo spostamento corrispondente, in entrambe le direzioni di analisi X e Y.



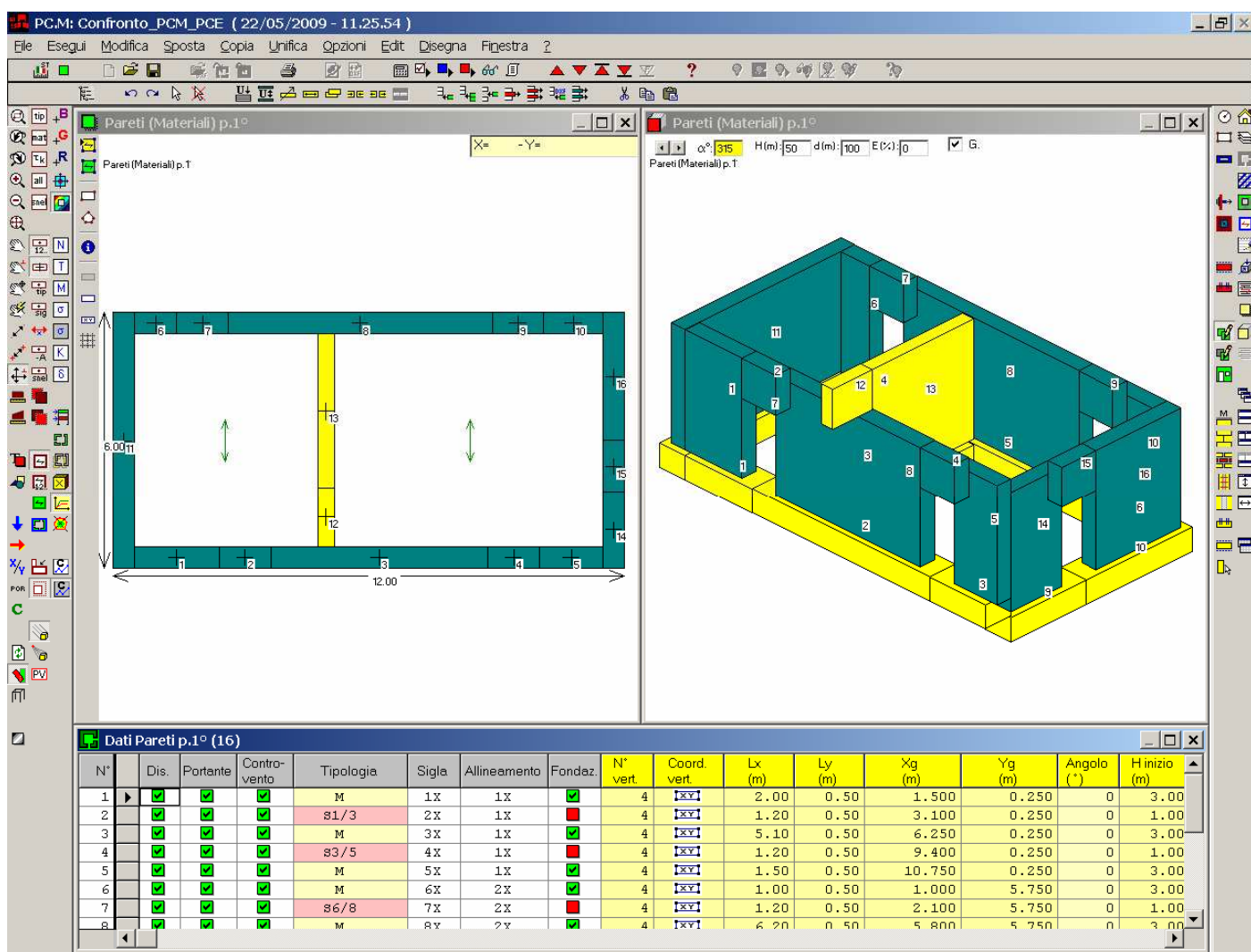
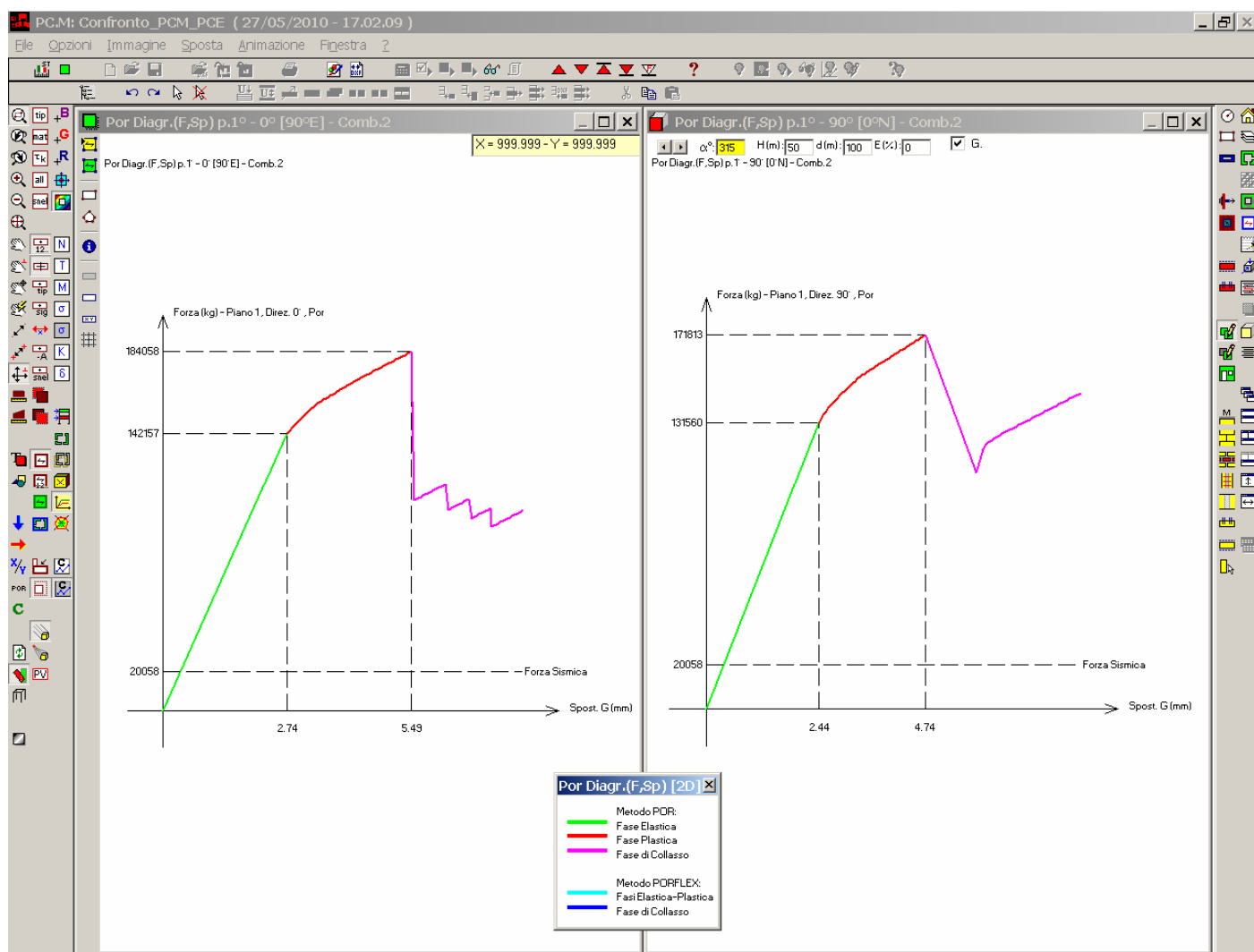
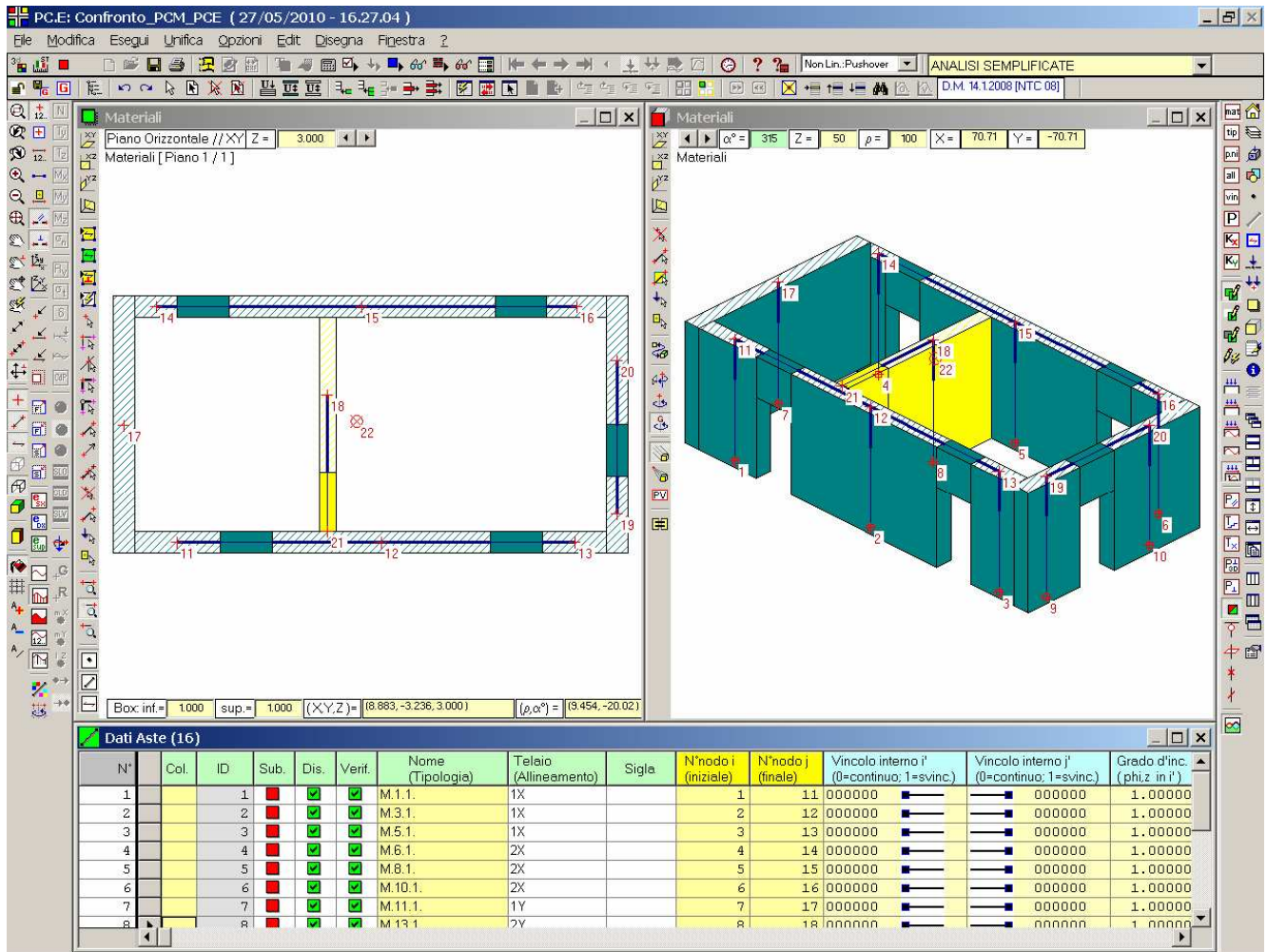


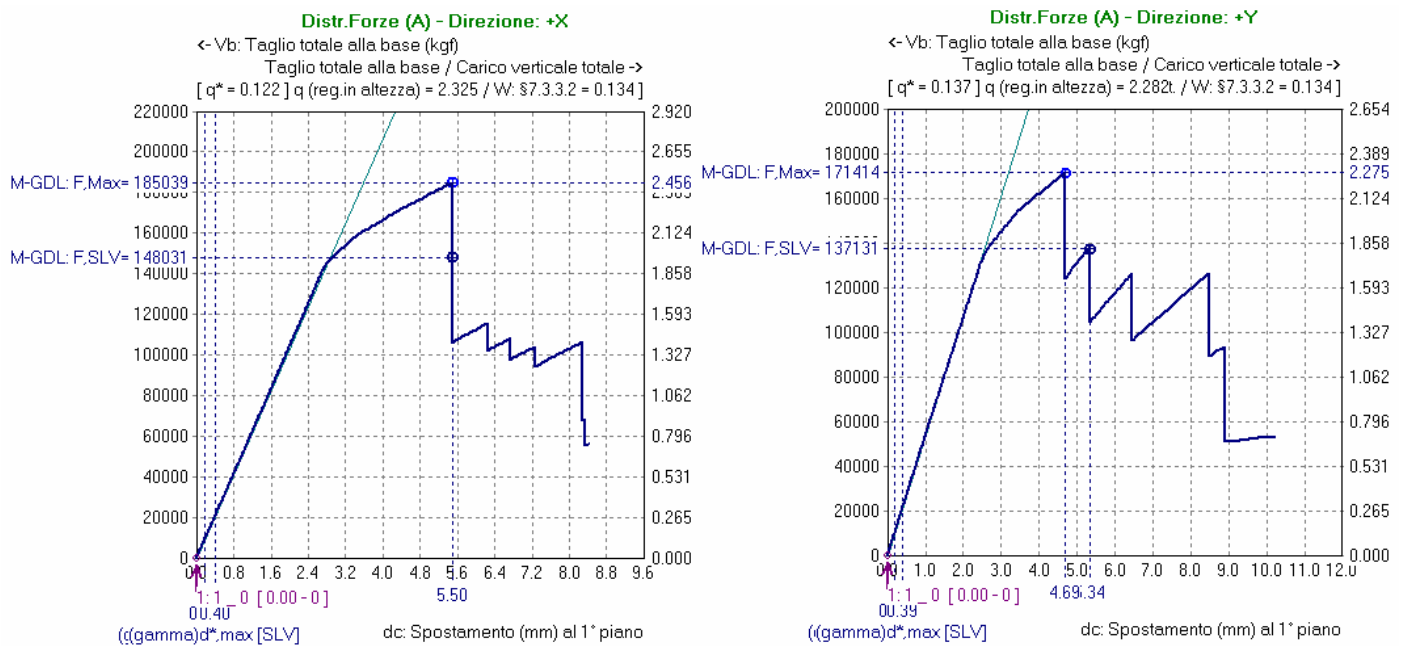
Fig. 4.2.1. Analisi Por dell'edificio di confronto



**Fig. 4.2.2.** Diagrammi Forza-Spostamento secondo il metodo Por



**Fig. 4.2.3.** Analisi statica non lineare ad elementi finiti (analisi pushover secondo nuova Normativa) dell'edificio di confronto



**Fig. 4.2.4.** Curve di capacità secondo l'analisi pushover di PC.E

Metodo Por (eseguito da PC.M, conformemente al riferimento normativo [4.2.1]):

(procede per incremento degli spostamenti):

Direzione X: Forza massima = 184058 kgf,  $\delta = 5.49$  mm

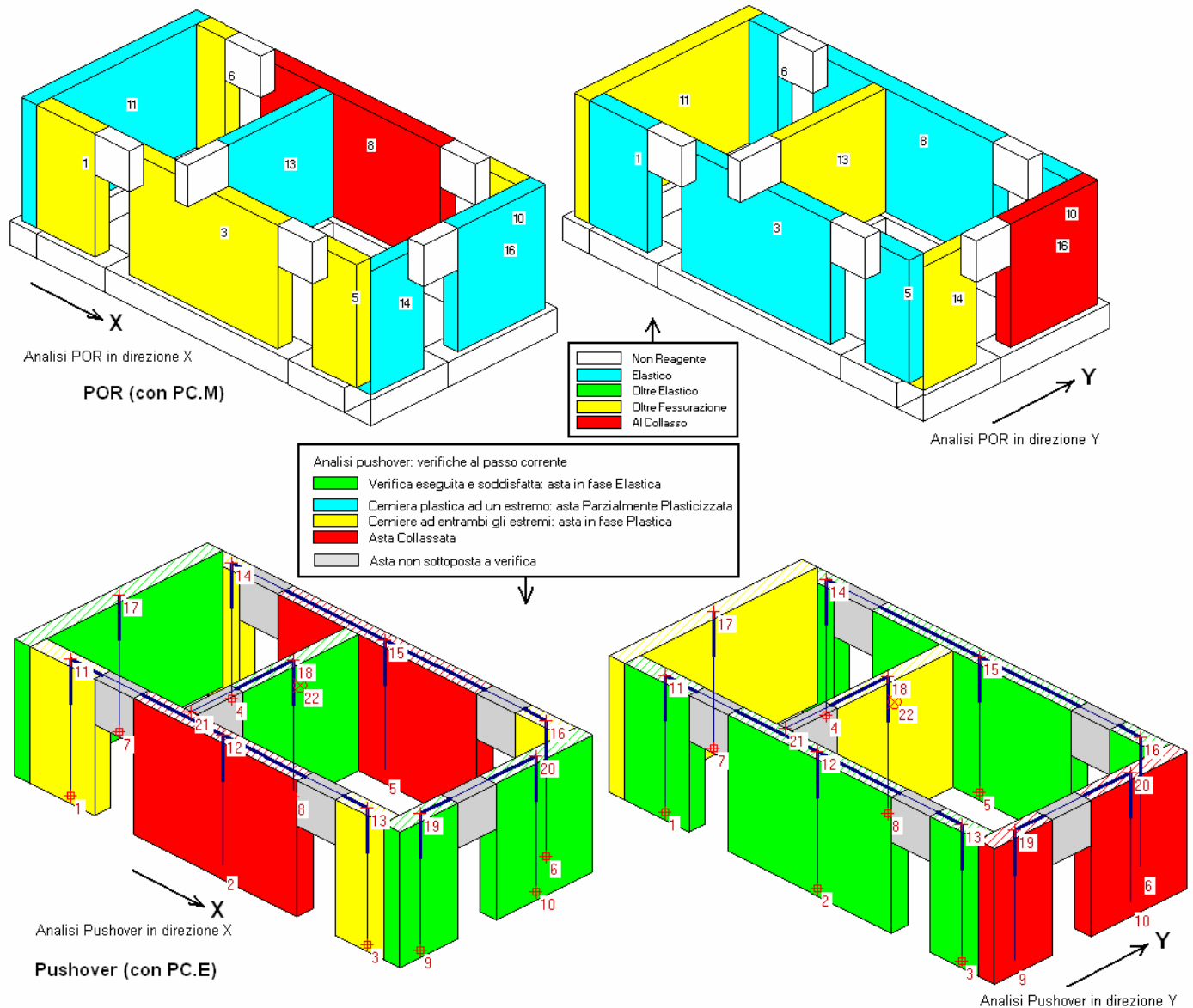
Direzione Y: Forza massima = 171813 kgf,  $\delta = 4.74$  mm

Analisi Pushover (eseguita da PC.E):

(procede per incremento di forza, nell'esempio assunto pari a: 1000 kgf):

Direzione X: Forza massima = 185039 kgf,  $\delta = 5.50$  mm

Direzione Y: Forza massima = 171414 kgf,  $\delta = 4.69$  mm



**Fig. 4.2.5.** Confronto sulle pareti al collasso

Anche analizzando in dettaglio le pareti che giungono al collasso (fig. 4.2.5), al di là delle convenzioni grafiche sulla rappresentazione dello stato di sollecitazione e lesione delle pareti, si ritrovano risultati analoghi. Il test di validazione può considerarsi superato; da questo esempio risulta evidente come la nuova analisi pushover costituisca un'estensione del metodo Por.



### 4.3. TEST SPERIMENTALE SU PROTOTIPO TRIDIMENSIONALE

Riferimenti bibliografici:

[4.3.1] Tianyi Yi, Franklin L.Moon, Roberto T. Leon, Lawrence F.Kahn: "Lateral load tests on two-story unreinforced masonry buildings", Journal of Structural Engineering, ASCE, Maggio 2006, vol.132, n.5, pp. 643-652.

[4.3.2] Tianyi Yi: "Experimental investigation and numerical simulation of an unreinforced masonry structure with flexible diaphragms", Georgia Institute of Technology, Ph.D. Thesis, 2004.

[4.3.3] Magenes G., Bolognini D., Braggio C. (A cura di) "Metodi semplificati per l'analisi sismica non lineare di edifici in muratura", CNR-Gruppo Nazionale per la Difesa dai Terremoti, Roma, 2000.

#### Files dati di riferimento, installati dal software:

in PC.M: \Aedes2012\Pcm\Es-Validazione\ASCE\_benchmark.dxf, ASCE\_benchmark.pcm

in PC.E: \Aedes2012\Pce\Es-Validazione\ASCE\_benchmark.pce, ASCE\_benchmark\_TestXY.pce, ASCE\_benchmark\_ForzaStaticaLineare.pce e corrispondenti cartelle in \Aedes2012\Pce\Es-Validazione



Figure 1.1. Charleston fire station

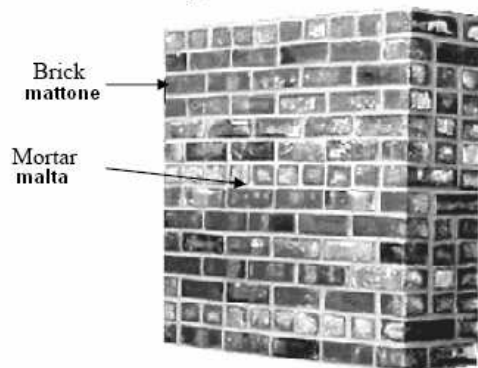


Figure 2.2. Typical masonry pier

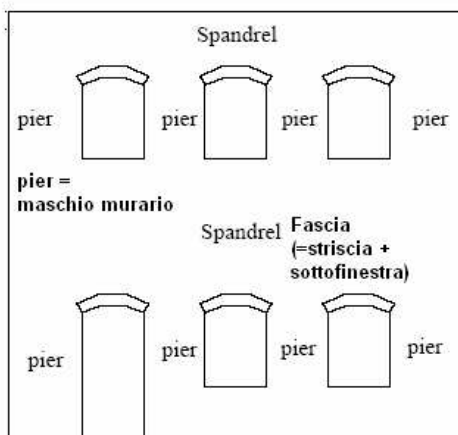


Figure 2.3. A typical perforated in-plane wall  
Una tipica parete con aperture

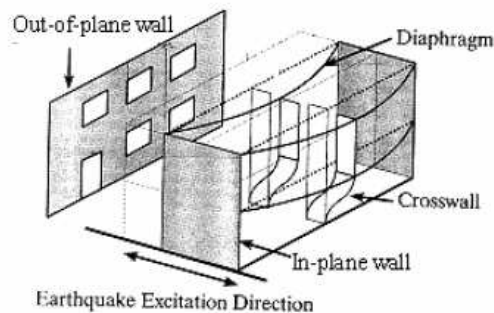


Figure 2.1. Typical URM building under earthquake excitation  
(Modified from Figure 2 of Bruneau 1994a)

Comportamento della costruzione in muratura ordinaria sotto sollecitazione sismica

Esempio di edificio in muratura ordinaria (stazione vigili del fuoco di Charleston)

Table 2.1. Mortar compositions by volumes

Type	Ratio (cement: lime: sand)	Compressive strength (psi)
M	1:0:3	2500
S	0.5-1 : 0.25-0.5 : 4.5	1800
N	1: 0.5-1.25: 6	750
O	1: 2: 9	350
K*	0.5: 2: 7.5	75

\* No longer used for construction after 1960's

#### Conversioni fra sistemi di Unità di Misura:

1 in (inches) = 2.54 cm

1 ft (feet) = 30.48 cm

1 lb (pounds) = 0.4536 kgf = 4.4482 N

1 psi = 1 (lb/in<sup>2</sup>) = 0.0703 kgf/cm<sup>2</sup> = 0.00689 N/mm<sup>2</sup> (MPa)

#### Esempi:

2500 psi = 175 kgf/cm<sup>2</sup> = 17.2 N/mm<sup>2</sup>

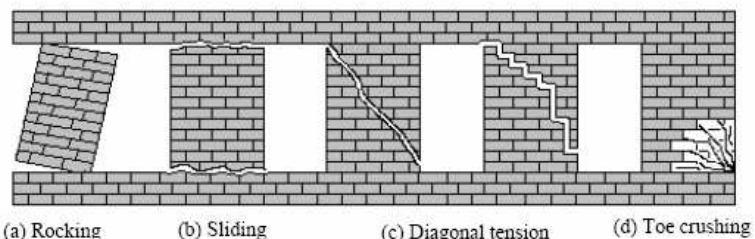


Figure 2.4. Different crack patterns for the URM piers

Tipi di crisi per i maschi murari in muratura ordinaria:

(a) Ribaltamento - (b) Scorrimento - (c) Fessurazione diagonale - (d) Rottura alla base

**Fig. 4.3.1.** Problematica del comportamento sismico di edifici in muratura ordinaria (da [4.3.2])

Negli Stati Uniti, le costruzioni in muratura ordinaria sono state largamente utilizzate in passato e lo studio della loro risposta sismica è oggetto di particolare interesse. L'argomento è inquadrato e ampiamente discusso in [4.3.2]; l'approccio teorico coincide sostanzialmente con i contenuti introdotti in Italia dalle nuove Normative.

I tipi di crisi dei maschi murari sono infatti quelli previsti dalle verifiche di sicurezza condotte secondo il D.M. 14.1.2008 e relativa Circolare (cfr. anche [4.3.3], par.2.1.1: Resistenza dei maschi murari).

I fenomeni del ribaltamento (rocking) e di resistenza a pressoflessione (crisi per superamento della resistenza a compressione alla base della parete) sono rappresentati dalla verifica a pressoflessione nel piano (§7.8.2.2.1); il taglio per scorrimento è trattato nella corrispondente verifica (§7.8.2.2.2) ed il taglio per fessurazione diagonale è riportato nei contenuti relativi agli edifici esistenti (§8.7.1.5).

La modellazione della struttura prevede la suddivisione della parete in maschi murari ("pier") e fasce di piano ("spandrel"), analogamente alla metodologia di schematizzazione a telaio equivalente.

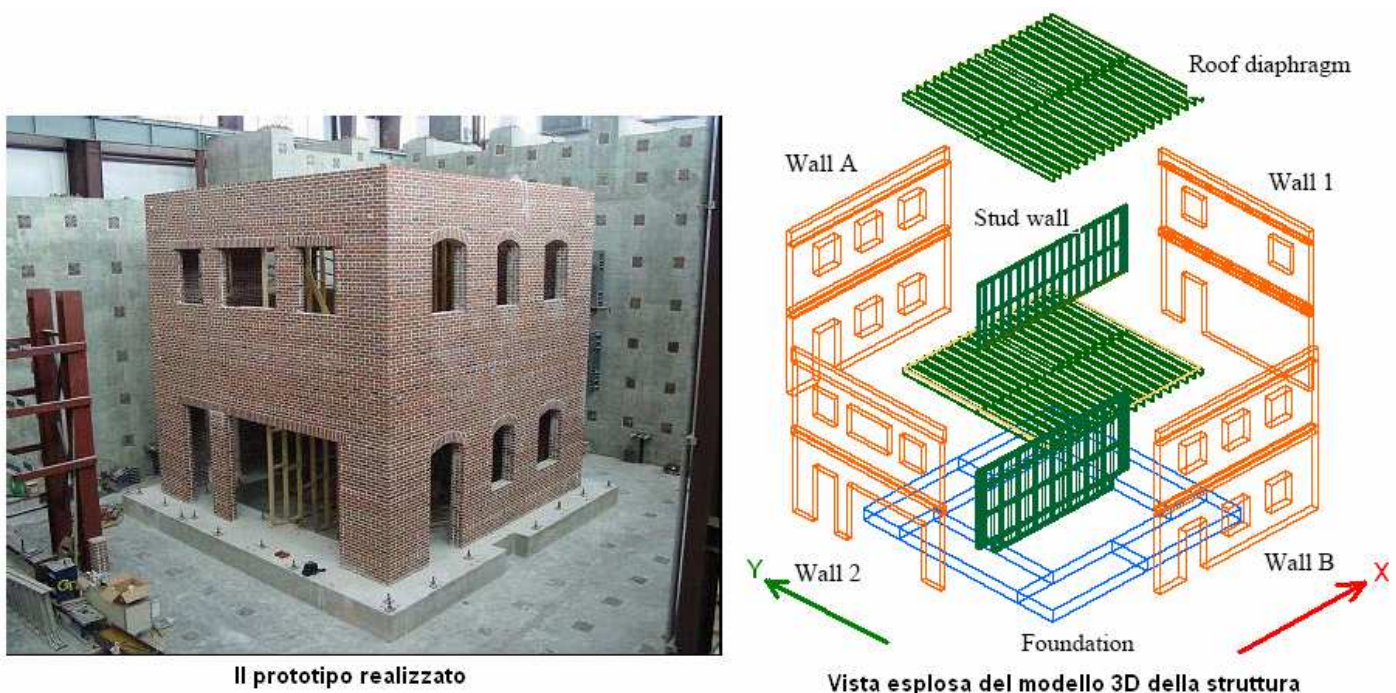
Il test sperimentale condotto nel lavoro di riferimento costituisce quindi una base di confronto per la stima dell'idoneità del software ai fini della corretta rappresentazione del comportamento strutturale sotto azioni orizzontali che chiamano in causa la non linearità e la capacità di un organismo strutturale nel suo complesso.

Il test di laboratorio viene condotto su un prototipo in muratura ordinaria (non armata) realizzato in scala 1:1, a due piani. Questo prototipo è considerato rappresentativo delle reali configurazioni strutturali degli edifici aventi questa tipologia, e lo studio viene finalizzato alla calibrazione delle prescrizioni normative americane.

Per studiare il comportamento tridimensionale di questa tipologia, il prototipo viene realizzato non simmetrico, con due lati aventi una diversa disposizione delle aperture. I paramenti murari, inoltre, sono collegati da diaframmi flessibili (in legno) in corrispondenza degli orizzontamenti intermedio e di copertura.

Il test consiste nello studio del comportamento non lineare della struttura sotto l'azione di forze orizzontali.

Nelle figure seguenti sono presentate in dettaglio le caratteristiche del prototipo.



**Fig. 4.3.2.** Prototipo: vista 3D ed assemblaggio delle 4 pareti (1,2 secondo Y e A,B secondo X) (da [4.3.2])

La vista in pianta è riportata in fig. 4.3.3; in particolare, il sistema di riferimento utilizzato ha versi contrari agli assi usati per consuetudine nella modellazione strutturale (ed anche in PC.E; cfr. fig. 4.4): l'asse EW (positivo a lato W) è controverso all'asse X; l'asse NS (positivo a lato S) è controverso all'asse Y. Le corrispondenze tra i riferimenti e le conversioni fra le unità di misura sono state oggetto di particolare attenzione, in modo da adattare dati e risultati del test alle caratteristiche operative del software PC.E.

I muri 1 e 2 (muri = paramenti murari) sono orientati secondo Y; i muri A e B, secondo X.

I **muri A e B** sono geometricamente identici ed hanno spessore 30 cm.; le loro aperture presentano architravi rettilinee. I **muri 1 e 2**, entrambi di spessore 20 cm., presentano invece aperture (con architravi ad arco) sostanzialmente diverse.

La struttura tridimensionale non è quindi simmetrica. Dato che l'impalcato ligneo ha comportamento non rigido ma flessibile, la dissimmetria non genererà effetti torsionali significativi: pertanto una prova che preveda la spinta

direttamente sui paramenti tra loro paralleli sarà rappresentativa del reale comportamento della struttura sotto azioni orizzontali ad esempio di origine sismica.

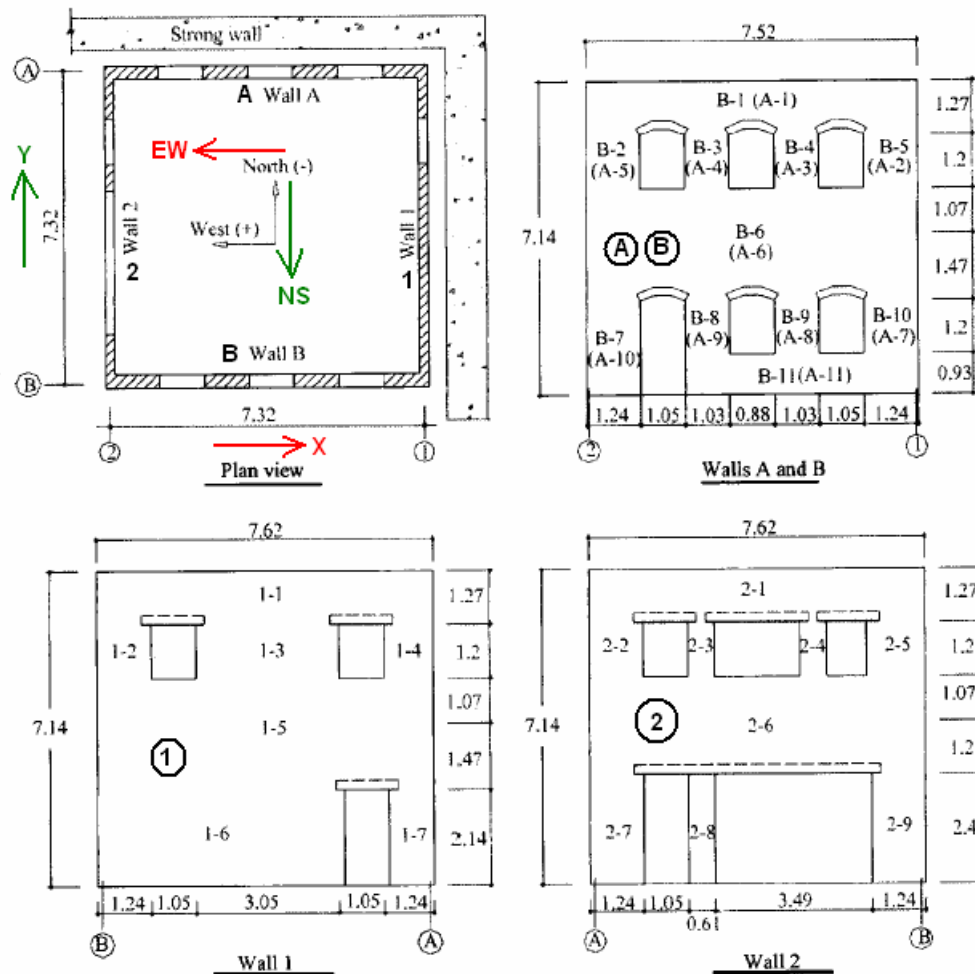


Fig. 2. Plan view and elevation of test structure (dimensions in meter)

Fig. 4.3.3. Prototipo: pianta del piano terra e prospetti (da [4.3.1])

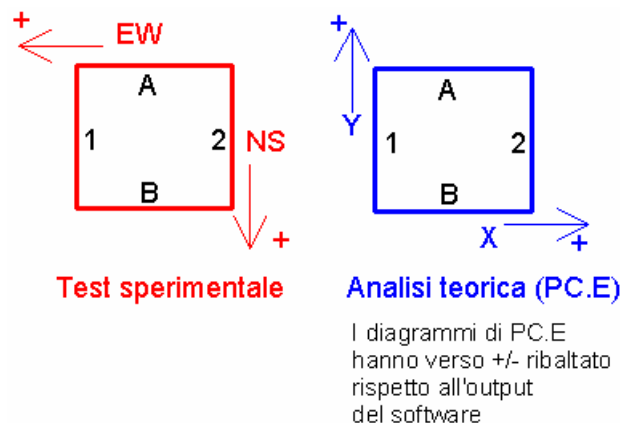


Fig. 4.3.4. Sistemi di riferimento utilizzati nel test e in PC.E

Ulteriori indicazioni sulle caratteristiche della struttura sono riportate nelle figure seguenti.

Fig. 4.3.5: dimensioni e tipologia delle aperture.

Fig. 4.3.6: tipi di mattoni utilizzati: pieni, al piano terreno, e forati al piano superiore.

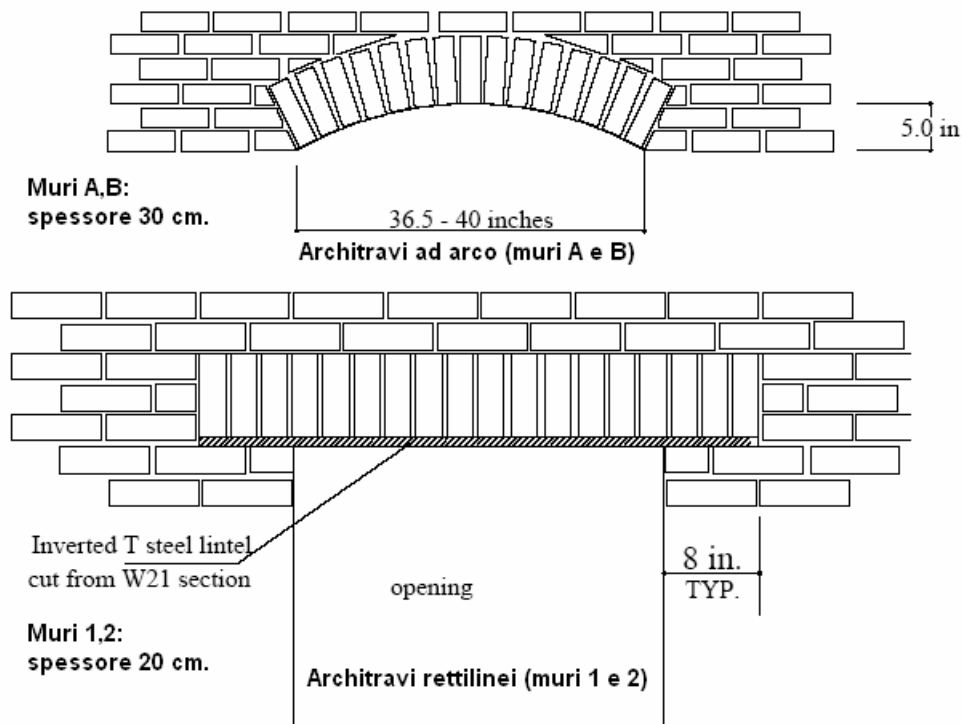
Fig. 4.3.7: proprietà meccaniche della muratura, rilevate sperimentalmente.



Fig. 4.3.8: caratteristiche costruttive degli orizzontamenti in legno. L'orditura del solaio è dal muro A al muro B, e quindi parallela all'asse X. Dettagli costruttivi sul solaio sono riportati in [4.3.2].

Le proprietà meccaniche della muratura distinguono quindi due materiali, corrispondenti al piano terreno e al piano primo. **Al piano terreno:** i mattoni pieni hanno resistenza a compressione ( $f_{bk}$ )  $41.6 \text{ N/mm}^2 = 416 \text{ kgf/cm}^2$ , mentre la malta ha resistenza media a compressione:  $f_m = 0.283 \text{ N/mm}^2 = 2.83 \text{ kgf/cm}^2$ ; per la malta è un valore decisamente scarso, ma rappresentativo delle tipologie utilizzate nella prima metà del 1900. La resistenza a compressione della muratura risulta:  $f_k = 10 \text{ N/mm}^2 = 100 \text{ kgf/cm}^2$ .

**Al piano superiore,** i mattoni forati sono caratterizzati da:  $f_{bk} = 36.5 \text{ N/mm}^2 = 365 \text{ kgf/cm}^2$ ; la malta è identica al piano terreno; la resistenza della muratura vale:  $f_k = 4.1 \text{ N/mm}^2 = 41 \text{ kgf/cm}^2$ . Il modulo di elasticità longitudinale è:  $E = 8.0 \text{ GPa} = 8\,000 \text{ MPa (N/mm}^2) = 80\,000 \text{ kgf/cm}^2$ . Il modulo di elasticità tangenziale  $G$  può essere assunto pari a  $0.4 E = 32\,000 \text{ kgf/cm}^2$ .



**Fig. 4.3.5.** Caratteristiche delle architravi (da [4.3.2])

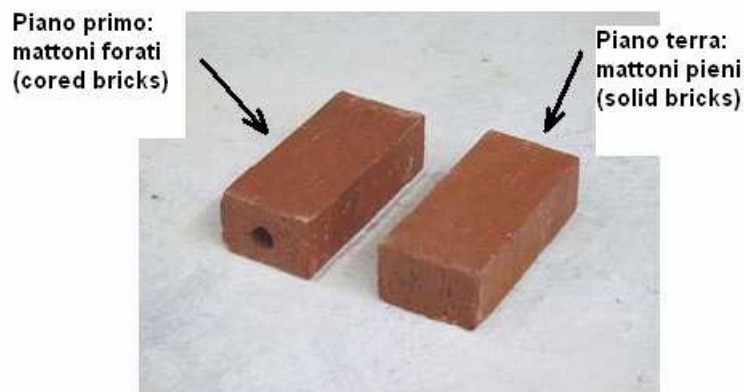


Figure 6.2. Two different types of bricks

**Fig. 4.3.6.** Tipologie di mattoni utilizzate (da [4.3.2])



Table 1. Masonry Material Properties

Strength parameters	
Masonry compressive strength (solid brick)	10.0 MPa
Masonry compressive strength (hollow brick)	4.1 MPa
Initial bed joint shear bondage strength	0.414 MPa
Equivalent internal shear coefficient	1.1
Shear sliding coefficient for cracked bed joint	1.0
Elastic modulus	8.0 GPa

## Proprietà della muratura

$f_k$  = resistenza caratteristica a compressione (muratura con elementi pieni)  
 $f_k$  = resistenza caratteristica a compressione (muratura con elementi forati)  
 $\tau_o$  = resistenza a taglio in assenza di compressione  
 $\mu$  = coefficiente di attrito (taglio per scorrimento):  $\tau = \tau_o + \mu \sigma_o$   
 $E$  = modulo di elasticità longitudinale. Si pone:  $G = 0.4 E$

Fig. 4.3.7. Proprietà dei materiali rilevate sperimentalmente (da [4.3.1])



Figure 6.17. Assembly of the floor systems

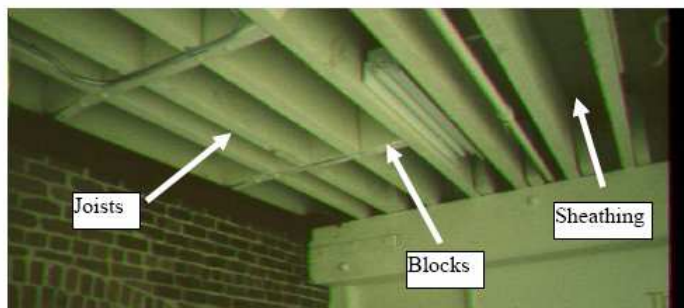


Figure 7.1. Typical diaphragm components



Figure 7.2. The tested roof diaphragm

Fig. 4.3.8. Particolari degli orizzontamenti in legno (da [4.3.2])

## Caratteristiche operative del test

Il prototipo è stato sottoposto ad una prova con controllo di spostamento, utilizzando attuatori posti in corrispondenza dei paramenti murari. Il test è composto da due fasi principali, precedute da una fase iniziale dove sono state applicate forze di bassa entità a livello della copertura, al fine di valutare la rigidità elastica delle pareti e la flessibilità dell'orizzontamento ligneo; tale fase iniziale è considerata influente ai fini della storia di carico e del danneggiamento corrispondenti alle fasi successive.

Le **fasi principali** sono le seguenti:

**I)** gli attuatori agiscono in corrispondenza delle **pareti 1 e 2** (prova orientata secondo Y), e sono paralleli ai muri stessi ed in asse con loro;

**II)** una prova del tutto analoga viene svolta sulle **pareti A e B** (prova orientata secondo X), dopo che il prototipo, danneggiato dallo svolgimento della fase precedente (caratterizzato dal quadro fessurativo riportato in fig. 4.3.10), è stato riparato.

Il test viene condotto utilizzando due attuatori da 1000 kN in corrispondenza della copertura (a livello del tetto della costruzione), e due da 450 kN in corrispondenza del piano intermedio (fig. 4.3.9).

In ognuna delle due fasi, spostamenti ciclici laterali sono stati imposti simultaneamente ai due paramenti paralleli, fino al raggiungimento di uno spostamento massimo in copertura pari a 6.4 mm per il test dei muri 1-2, e 12.7 mm. per il test dei muri A-B.

I risultati del test sono riportati nelle figure da 4.3.10 a 4.3.16.

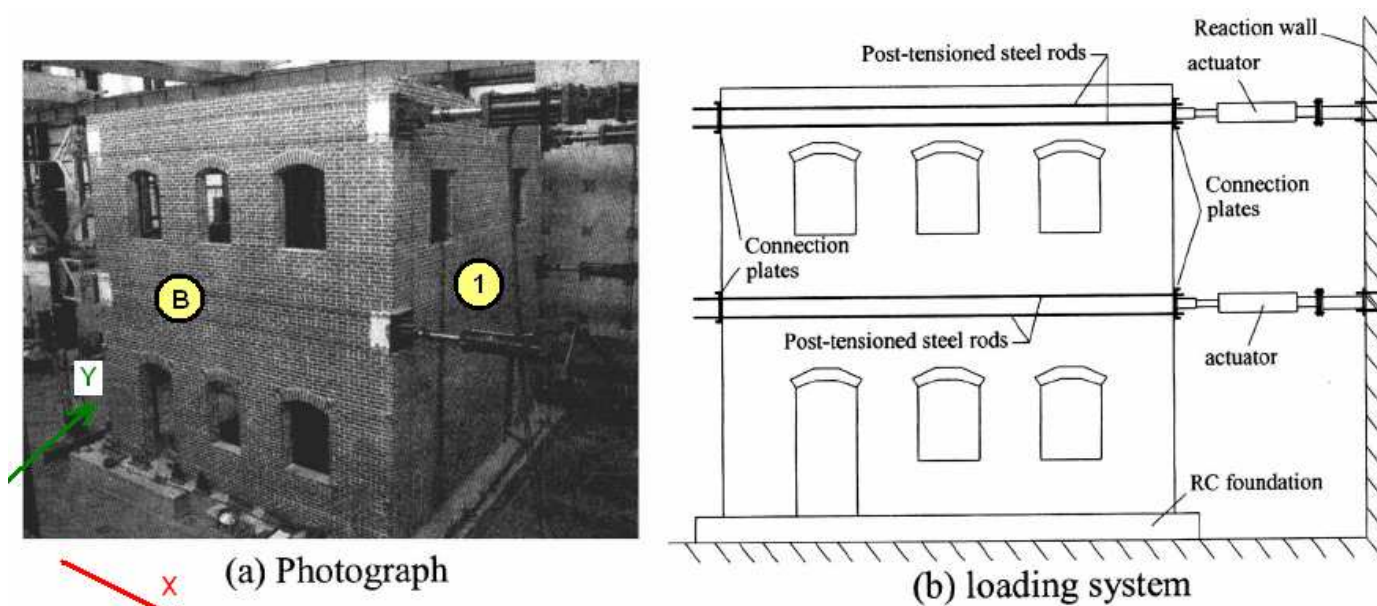


Fig. 1. Unreinforced masonry test structure

**Fig. 4.3.9.** Sistema di attuatori (martinetti) localizzati a livello degli orizzontamenti (da [4.3.1])

Per ognuno dei due test, sono riportati i diagrammi forza-spostamento ciclici dei due paramenti murari sottoposti all'azione orizzontale; nelle figure è stato ricostruito l'involuppo. I diagrammi dei due paramenti interessati dal singolo test sono tratti da [4.3.2], dove vengono riportati in dettaglio; quindi, sono stati ricondotti in scala ad unità omogenee con il sistema Internazionale (mm, kN) e composti: la composizione può essere considerata rappresentativa del comportamento della struttura nella specifica direzione di analisi (fig. 4.3.17).

Il diagramma composto sarà in seguito direttamente confrontato con gli output delle analisi non lineari (pushover) che verranno eseguite con PC.E.

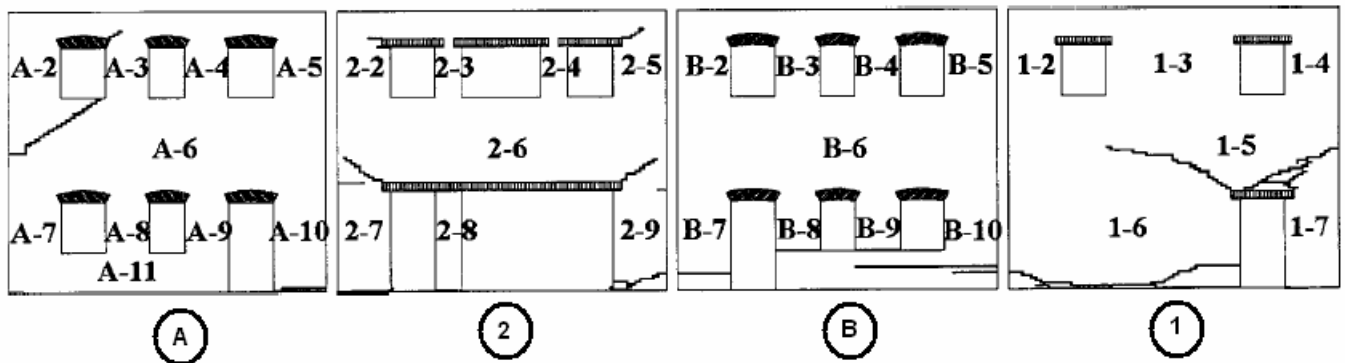
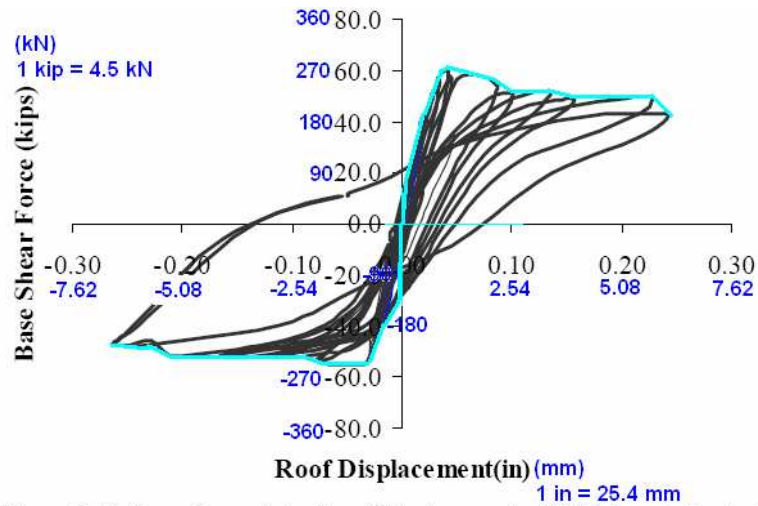
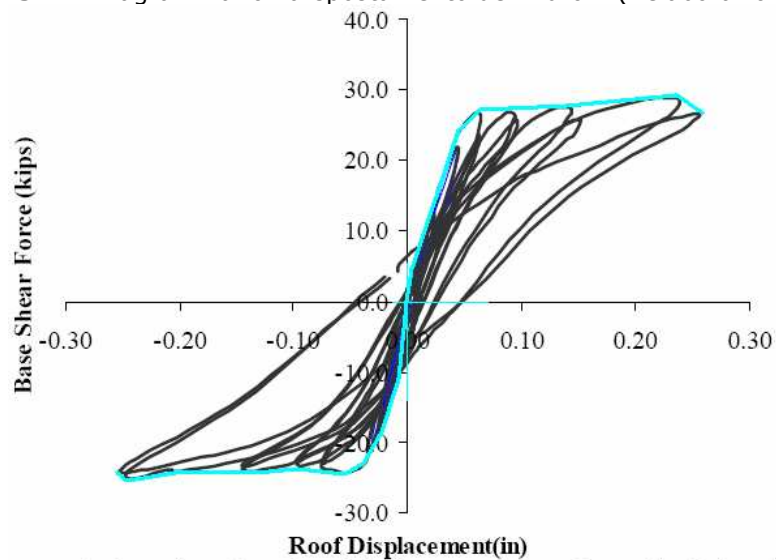
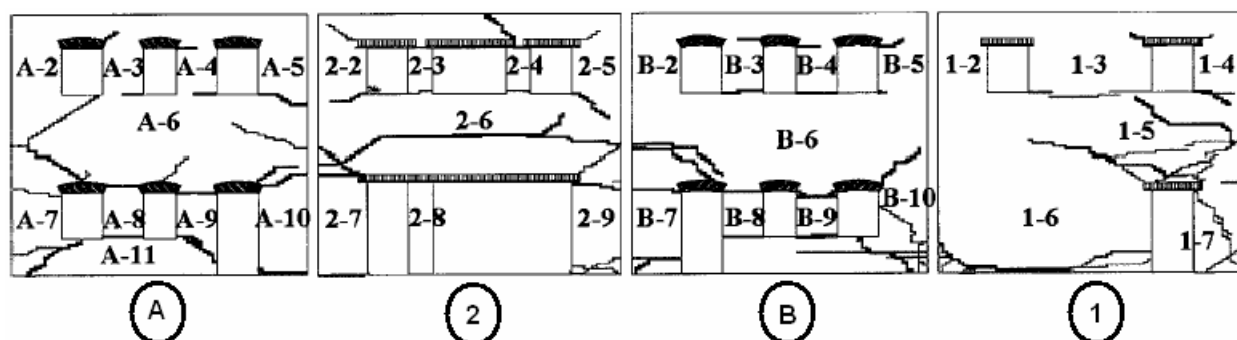
**Test parallelo alle pareti 1-2 (direzione Y):****Fig. 5.** Final crack pattern for test structure after in-plane wall tests parallel to Walls 1 and 2**Fig. 4.3.10.** Lesioni dopo il test secondo Y (muri 1-2) (da [4.3.1])

Figure 8.50. Base shear-lateral roof displacement of Wall 1 up to Cycle 10a

**Fig. 4.3.11.** Diagramma forza-spostamento del muro 1 (rielaborazione da [4.3.2])

8.21. The base shear-lateral roof displacement curves for Wall 2 during the entire load cycles

**Fig. 4.3.12.** Diagramma forza-spostamento del muro 2 (rielaborazione da [4.3.2])

**Test parallelo alle pareti A-B (direzione X):**

**Fig. 8.** Pre-existing and final crack pattern for test structure for in-plane wall tests parallel to Walls A and B (gray line: pre-existing cracks; black line, cracks formed during tests)

**Fig. 4.3.13.** Lesioni dopo il test secondo X (muri A-B) (da [4.3.1])

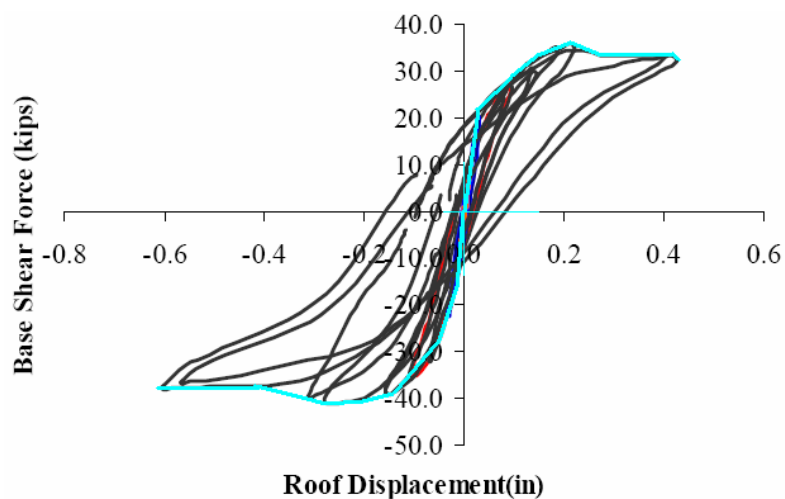


Figure 9.28. Base shear-lateral roof displacement of Wall A in all the test cycles

**Fig. 4.3.14.** Diagramma forza-spostamento del muro A (rielaborazione da [4.3.2])

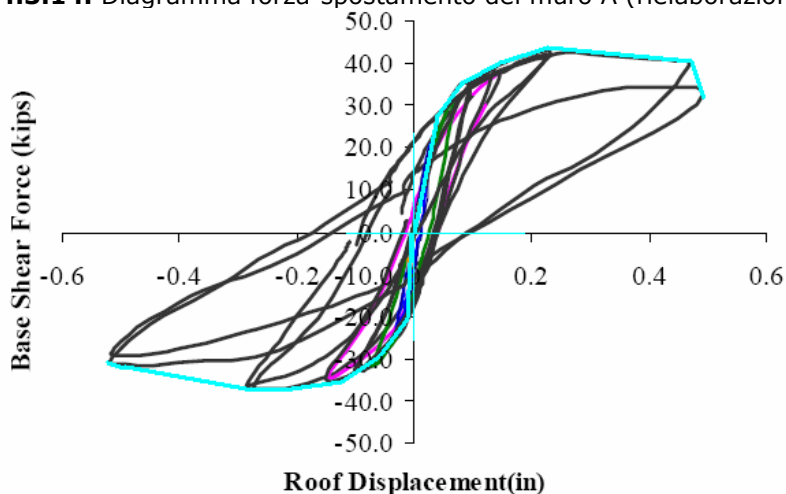


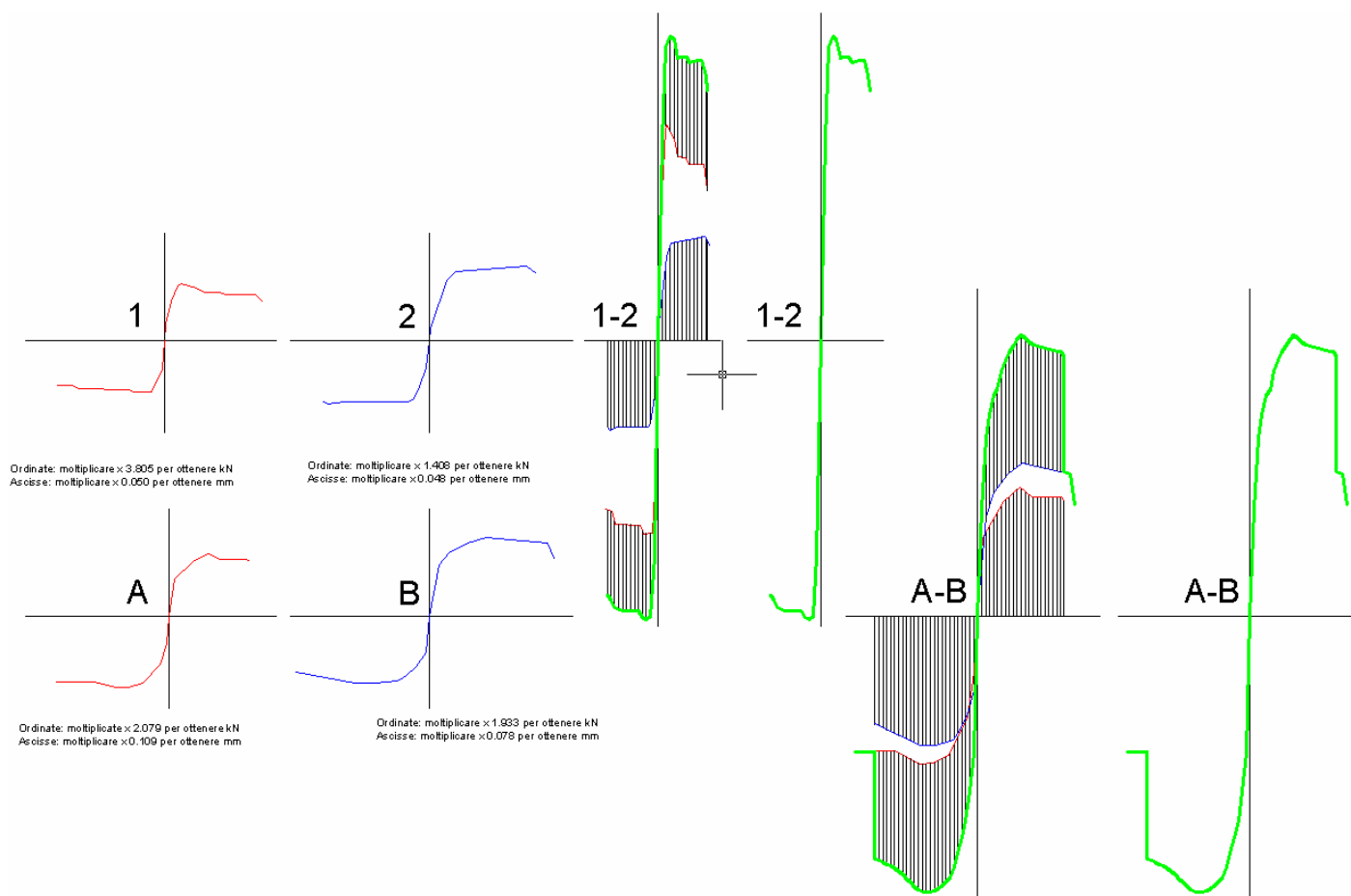
Figure 9.16. Lateral displacement – shear force curves for Wall B in all the test cycles

**Fig. 4.3.15.** Diagramma forza-spostamento del muro B (rielaborazione da [4.3.2])

**Table 2.** Failure Modes and Maximum Strengths of Test Structure (Calculated versus Experimental Observation)

Wall	Maximum strengths (kN)			Failure modes	
	Test results: $V_E^a$	Analytical method: $V_A$	% difference $\frac{V_A - V_E}{V_E}$ (%)	Experimental observations	Analytical method
1	266	254	-5	Positive direction: Wall 1 global rocked and slid, Pier 1-7 left behind; negative direction: Pier 1-6 slid and rocked, Pier 1-7 rocked	Pier 1-6 slid, Pier 1-7 rocked
2	120	64	-46	All three first story piers rocked	All three first story piers rocked
A	182	147	-19	First story piers rocked; pier at tension side left behind	All first story piers rocked
B	191	147	-23	First story piers rocked; slightly sliding; pier at tension side left behind	All first story piers rocked

<sup>a</sup>Maximum strengths are the larger strengths in the positive and negative directions.

**Fig. 4.3.16.** Risultati del test e confronto con il metodo analitico utilizzato dagli Autori (da [4.3.1])**Fig. 4.3.17.** Composizione delle curve sperimentali per le due analisi, secondo X (A-B) e Y (1-2)



### Modellazione e analisi con PC.E

La **geometria** del modello è stata realizzata perfettamente corrispondente alle caratteristiche dimensionali del prototipo. Nelle figure seguenti, sono riportate le piante ai livelli dei due orizzontamenti intermedio e di copertura, e la vista 3D, insieme ai dati su: piani, nodi, aste, solai, materiali.

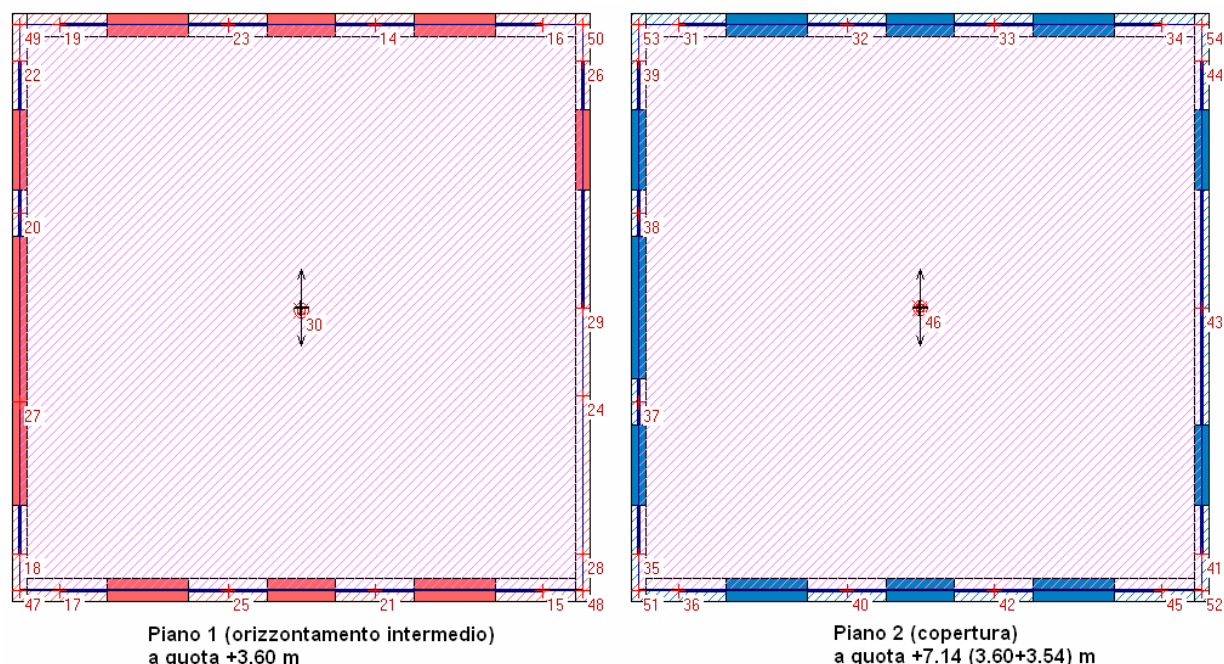


Fig. 4.3.18. Piante

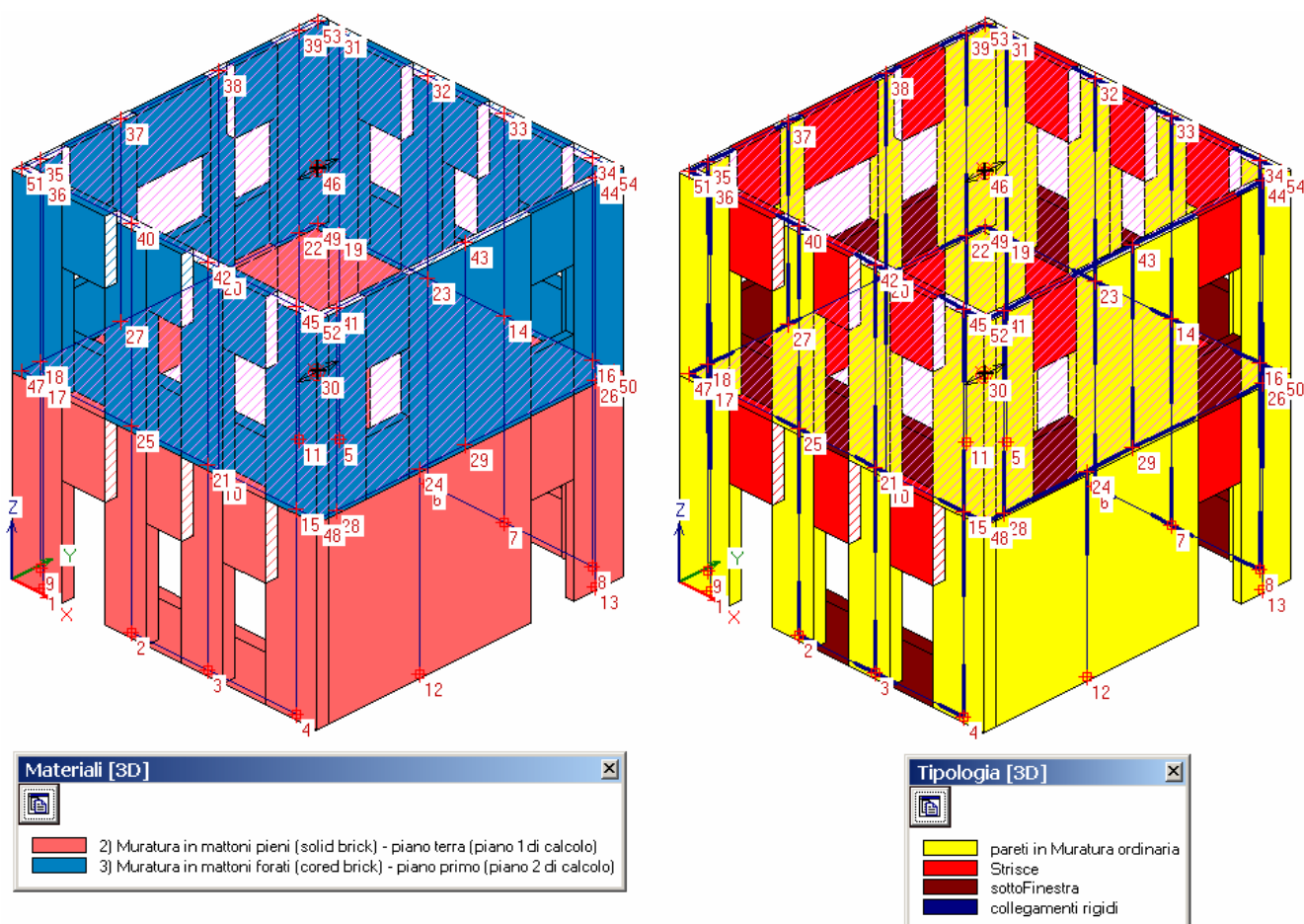
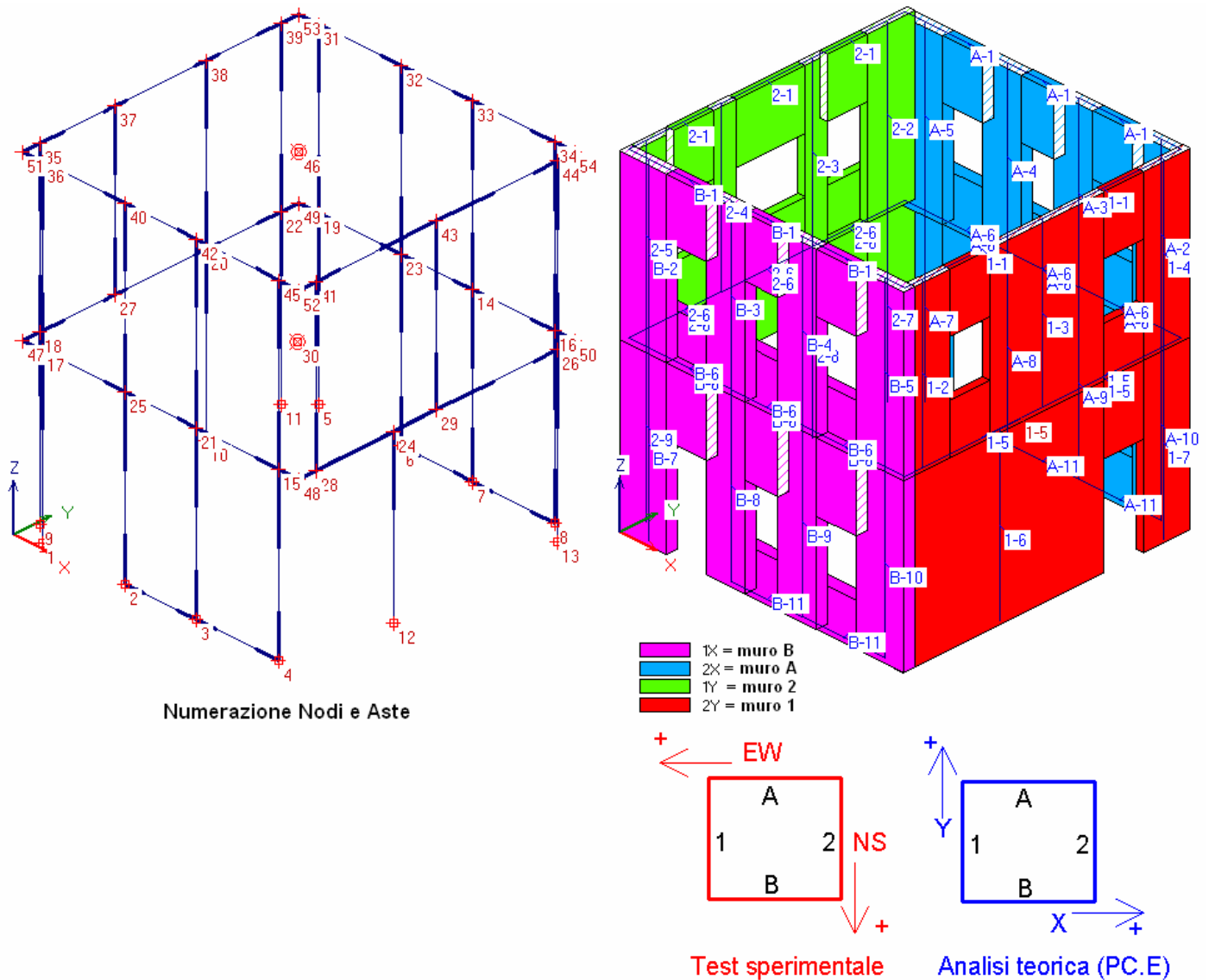


Fig. 4.3.19. Vista 3D: per materiali (a sinistra), e per tipologia di elementi resistenti (a destra)

N°	X (m)	Y (m)	Z (m)	Piano	Vincolo esterno (1=consentito, 0=no)	u (sX)	v (sY)	w (sZ)	phiX	phiY	phiZ
1	0.620	0.150	0.000	0	000000	■	■	■	■	■	■
2	2.805	0.150	0.000	0	000000	■	■	■	■	■	■
3	4.715	0.150	0.000	0	000000	■	■	■	■	■	■
4	6.900	0.150	0.000	0	000000	■	■	■	■	■	■
5	0.620	7.470	0.000	0	000000	■	■	■	■	■	■
6	2.805	7.470	0.000	0	000000	■	■	■	■	■	■
7	4.715	7.470	0.000	0	000000	■	■	■	■	■	■
8	6.900	7.470	0.000	0	000000	■	■	■	■	■	■
9	0.100	0.620	0.000	0	000000	■	■	■	■	■	■
10	0.100	5.030	0.000	0	000000	■	■	■	■	■	■
11	0.100	7.000	0.000	0	000000	■	■	■	■	■	■
12	7.420	2.665	0.000	0	000000	■	■	■	■	■	■
13	7.420	7.000	0.000	0	000000	■	■	■	■	■	■
14	4.715	7.470	3.600	1	111011	■	■	■	■	■	■
15	6.900	0.150	3.600	1	111011	■	■	■	■	■	■
16	6.900	7.470	3.600	1	111011	■	■	■	■	■	■
17	0.620	0.150	3.600	1	111011	■	■	■	■	■	■
18	0.100	0.620	3.600	1	111101	■	■	■	■	■	■
19	0.620	7.470	3.600	1	111011	■	■	■	■	■	■
20	0.100	5.030	3.600	1	111101	■	■	■	■	■	■
21	4.715	0.150	3.600	1	111011	■	■	■	■	■	■
22	0.100	7.000	3.600	1	111101	■	■	■	■	■	■
23	2.805	7.470	3.600	1	111011	■	■	■	■	■	■
24	7.420	2.665	3.600	1	111101	■	■	■	■	■	■
25	2.805	0.150	3.600	1	111011	■	■	■	■	■	■
26	7.420	7.000	3.600	1	111101	■	■	■	■	■	■
27	0.100	2.590	3.600	1	111101	■	■	■	■	■	■
28	7.420	0.620	3.600	1	111101	■	■	■	■	■	■
29	7.420	3.810	3.600	1	111101	■	■	■	■	■	■
30	3.760	3.766	3.600	1	000000	■	■	■	■	■	■
31	0.620	7.470	7.140	2	111011	■	■	■	■	■	■
32	2.805	7.470	7.140	2	111011	■	■	■	■	■	■
33	4.715	7.470	7.140	2	111011	■	■	■	■	■	■
34	6.900	7.470	7.140	2	111011	■	■	■	■	■	■
35	0.100	0.620	7.140	2	111101	■	■	■	■	■	■
36	0.620	0.150	7.140	2	111011	■	■	■	■	■	■
37	0.100	2.590	7.140	2	111101	■	■	■	■	■	■
38	0.100	5.030	7.140	2	111101	■	■	■	■	■	■
39	0.100	7.000	7.140	2	111101	■	■	■	■	■	■
40	2.805	0.150	7.140	2	111011	■	■	■	■	■	■
41	7.420	0.620	7.140	2	111101	■	■	■	■	■	■
42	4.715	0.150	7.140	2	111011	■	■	■	■	■	■
43	7.420	3.810	7.140	2	111101	■	■	■	■	■	■
44	7.420	7.000	7.140	2	111101	■	■	■	■	■	■
45	6.900	0.150	7.140	2	111011	■	■	■	■	■	■
46	3.760	3.810	7.140	2	000000	■	■	■	■	■	■
47	0.100	0.150	3.600	1	111001	■	■	■	■	■	■
48	7.420	0.150	3.600	1	111001	■	■	■	■	■	■
49	0.100	7.470	3.600	1	111001	■	■	■	■	■	■
50	7.420	7.470	3.600	1	111001	■	■	■	■	■	■
51	0.100	0.150	7.140	2	111001	■	■	■	■	■	■
52	7.420	0.150	7.140	2	111001	■	■	■	■	■	■
53	0.100	7.470	7.140	2	111001	■	■	■	■	■	■
54	7.420	7.470	7.140	2	111001	■	■	■	■	■	■

Fig. 4.3.20. Dati nodi

I nodi della struttura sono incastrati alla base, mentre in elevazione presentano rotazioni libere nel piano complanare dei maschi murari, ed hanno ognuno gradi di libertà indipendenti per la traslazione orizzontale (secondo X e secondo Y) e per la rotazione torsionale. Ciò corrisponde all'assenza di nodi master a causa della flessibilità degli orizzontamenti per azioni orizzontali (i nodi 30 e 46 sono nodi baricentrici che coinciderebbero con nodi master ma che sono di fatto ininfluenti in quanto incastrati e non collegati in alcun modo alla struttura). Stante lo schema di impalcati flessibili, l'analisi non lineare (pushover) verrà condotta considerando come punto di controllo in sommità il baricentro delle masse, intendendo che la posizione indeformata coinciderà con il centro di massa iniziale, mentre la posizione deformata sarà definita dal baricentro delle masse nodali spostate.



**Fig. 4.3.21.** Vista 3D: unifilare (a sinistra) e per paramenti murari (a destra).  
Corrispondenze fra sistemi di riferimento del test e del modello analitico di PC.E

Ai maschi murari e alle fasce di piano è stata attribuita la sigla utilizzata nel test di riferimento. I dati delle aste contengono varie informazioni. B e H sono le dimensioni dalla sezione trasversale; tutte le aste sono internamente incastrate, in modo da simulare l'effettiva solidarizzazione tridimensionale della struttura; gli scostamenti hanno valore grafico e si riferiscono al disassamento dell'asse baricentrico dell'elemento rispetto all'asse di calcolo (riguardano esclusivamente le fasce di piano); le zone rigide traducono la connessione strutturale fra fasce e maschi, tipica del modello a telaio equivalente; le aste infinitamente rigide sono links che ai piani collegano le pareti negli angoli (da non confondere con le zone rigide delle aste corrispondenti agli elementi strutturali murari, che sono zone rigide di estremità direttamente gestite nella matrice di rigidezza di ogni singola asta).

Per ogni maschio murario, la rigidezza alla traslazione è composta dai contributi flessionale e tagliante. Nessuna riduzione è applicata alla rigidezza elastica iniziale (la cosiddetta rigidezza fessurata non è cioè utilizzata nel modello); ciò è finalizzato sia all'esecuzione dell'analisi statica non lineare, che di per sé evidenzia nei passi progressivi la diminuzione di rigidezza dovuta all'ingresso in campo plastico degli elementi resistenti, sia al fatto che anche nell'analisi secondo X (parallela ai muri A e B), condotta nel test dopo il danneggiamento dovuto all'analisi secondo Y (parallela ai muri 1 e 2), è lecito considerare una rigidezza iniziale di tipo elastico in quanto le fessurazioni dovute alla prima fase del test sono oggetto di riparazione prima dell'esecuzione della seconda fase del test.



#### 4. Casi risolti e commentati: strutture in muratura

N°	Nome (Tipologia)	Sigla	N°nodo i	N°nodo j	B (m)	H (m)	Scost z nodo i	Scost z nodo j (m)	Lungh (m)	Rigidità i xy (m)	j xy (m)	i xz (m)	j xz (m)	Lungh.def xy (m)	xz (m)	Infin. rigida	N° Mat.
1	M.1.1.	B-7	1	17	0.300	1.240	0.000	0.000	3.600	0.000	0.000	0.000	1.470	3.600	2.130	■	2
2	M.3.1.	B-8	2	25	0.300	1.030	0.000	0.000	3.600	0.000	0.000	0.930	1.470	3.600	1.200	■	2
3	M.6.1.	B-9	3	21	0.300	1.030	0.000	0.000	3.600	0.000	0.000	0.930	1.470	3.600	1.200	■	2
4	M.9.1.	B-10	4	15	0.300	1.240	0.000	0.000	3.600	0.000	0.000	0.930	1.470	3.600	1.200	■	2
5	M.10.1.	A-7	5	19	0.300	1.240	0.000	0.000	3.600	0.000	0.000	0.000	1.470	3.600	2.130	■	2
6	M.12.1.	A-8	6	23	0.300	1.030	0.000	0.000	3.600	0.000	0.000	0.930	1.470	3.600	1.200	■	2
7	M.15.1.	A-9	7	14	0.300	1.030	0.000	0.000	3.600	0.000	0.000	1.000	1.470	3.600	1.130	■	2
8	M.18.1.	A-10	8	16	0.300	1.240	0.000	0.000	3.600	0.000	0.000	1.000	1.470	3.600	1.130	■	2
9	M.19.1.	2-9	9	18	1.240	0.200	0.000	0.000	3.600	0.000	1.200	0.000	0.000	2.400	3.600	■	2
10	M.21.1.	2-8	10	20	0.600	0.200	0.000	0.000	3.600	0.000	1.200	0.000	0.000	2.400	3.600	■	2
11	M.23.1.	2-7	11	22	1.240	0.200	0.000	0.000	3.600	0.000	1.200	0.000	0.000	2.400	3.600	■	2
12	M.24.1.	1-6	12	24	5.330	0.200	0.000	0.000	3.600	0.000	1.470	0.000	0.000	2.130	3.600	■	2
13	M.26.1.	1-7	13	26	1.240	0.200	0.000	0.000	3.600	0.000	1.470	0.000	0.000	2.130	3.600	■	2
14	S.2(1/3).1.	B-6	17	25	0.300	1.470	-0.735	-0.735	2.185	0.000	0.000	0.620	0.515	2.185	1.050	■	2
15	S.4(3/6).1.	B-6	25	21	0.300	1.470	-0.735	-0.735	1.910	0.000	0.000	0.515	0.515	1.910	0.880	■	2
16	F.5(3/6).1.	B-11	2	3	0.300	0.930	0.465	0.465	1.910	0.000	0.000	0.515	0.515	1.910	0.880	■	2
17	F.7(6/9).1.	B-11	3	4	0.300	0.930	0.465	0.465	2.185	0.000	0.000	0.515	0.620	2.185	1.050	■	2
18	S.8(6/9).1.	B-6	21	15	0.300	1.470	-0.735	-0.735	2.185	0.000	0.000	0.515	0.620	2.185	1.050	■	2
19	S.11(10/12).1	A-6	19	23	0.300	1.470	-0.735	-0.735	2.185	0.000	0.000	0.620	0.515	2.185	1.050	■	2
20	S.13(12/15).1	A-6	23	14	0.300	1.470	-0.735	-0.735	1.910	0.000	0.000	0.515	0.515	1.910	0.880	■	2
21	F.14(12/15).1	A-11	6	7	0.300	0.930	0.465	0.465	1.910	0.000	0.000	0.515	0.515	1.910	0.880	■	2
22	S.16(15/18).1	A-6	14	16	0.300	1.470	-0.735	-0.735	2.185	0.000	0.000	0.515	0.620	2.185	1.050	■	2
23	F.17(15/18).1	A-11	7	8	0.300	1.000	0.500	0.500	2.185	0.000	0.000	0.515	0.620	2.185	1.050	■	2
24	S.20(19/21).1	2-6	18	27	0.200	1.200	-0.600	-0.600	1.970	0.000	0.000	0.620	0.000	1.970	1.350	■	2
25	S.22(21/23).1	2-6	20	22	0.200	1.200	-0.600	-0.600	1.970	0.000	0.000	0.300	0.620	1.970	1.050	■	2
26	K.S.25(24/26)	1-5	24	29	0.000	0.000	0.000	0.000	1.145	0.000	0.000	0.000	0.000	1.145	1.145	■	1
27	M.1.2.	B-2	17	36	0.300	1.240	0.000	0.000	3.540	0.000	0.000	1.070	1.270	3.540	1.200	■	3
28	M.4.2.	B-3	25	40	0.300	1.030	0.000	0.000	3.540	0.000	0.000	1.070	1.270	3.540	1.200	■	3
29	M.7.2.	B-4	21	42	0.300	1.030	0.000	0.000	3.540	0.000	0.000	1.070	1.270	3.540	1.200	■	3
30	M.10.2.	B-5	15	45	0.300	1.240	0.000	0.000	3.540	0.000	0.000	1.070	1.270	3.540	1.200	■	3
31	M.11.2.	A-5	19	31	0.300	1.240	0.000	0.000	3.540	0.000	0.000	1.070	1.270	3.540	1.200	■	3
32	M.14.2.	A-4	23	32	0.300	1.030	0.000	0.000	3.540	0.000	0.000	1.070	1.270	3.540	1.200	■	3
33	M.17.2.	A-3	14	33	0.300	1.030	0.000	0.000	3.540	0.000	0.000	1.070	1.270	3.540	1.200	■	3
34	M.20.2.	A-2	16	34	0.300	1.240	0.000	0.000	3.540	0.000	0.000	1.070	1.270	3.540	1.200	■	3
35	M.21.2.	2-5	18	35	1.240	0.200	0.000	0.000	3.540	1.070	1.270	0.000	0.000	1.200	3.540	■	3
36	M.24.2.	2-4	27	37	0.600	0.200	0.000	0.000	3.540	1.070	1.270	0.000	0.000	1.200	3.540	■	3
37	M.27.2.	2-3	20	38	0.600	0.200	0.000	0.000	3.540	1.070	1.270	0.000	0.000	1.200	3.540	■	3
38	M.30.2.	2-2	22	39	1.240	0.200	0.000	0.000	3.540	1.070	1.270	0.000	0.000	1.200	3.540	■	3
39	M.31.2.	1-2	28	41	1.240	0.200	0.000	0.000	3.540	1.070	1.270	0.000	0.000	1.200	3.540	■	3
N°	Nome (Tipologia)	Sigla	N°nodo i	N°nodo j	B (m)	H (m)	Scost z nodo i	Scost z nodo j (m)	Lungh (m)	Rigidità i xy (m)	j xy (m)	i xz (m)	j xz (m)	Lungh.def xy (m)	xz (m)	Infin. rigida	N° Mat.
40	M.34.2.	1-3	29	43	3.040	0.200	0.000	0.000	3.540	1.070	1.270	0.000	0.000	1.200	3.540	■	3
41	M.37.2.	1-4	26	44	1.240	0.200	0.000	0.000	3.540	1.070	1.270	0.000	0.000	1.200	3.540	■	3
42	S.2(1/4).2.	B-1	36	40	0.300	1.270	-0.635	-0.635	2.185	0.000	0.000	0.620	0.515	2.185	1.050	■	3
43	F.3(1/4).2.	B-6	17	25	0.300	1.070	0.535	0.535	2.185	0.000	0.000	0.620	0.515	2.185	1.050	■	3
44	S.5(4/7).2.	B-1	40	42	0.300	1.270	-0.635	-0.635	1.910	0.000	0.000	0.515	0.515	1.910	0.880	■	3
45	F.6(4/7).2.	B-6	25	21	0.300	1.070	0.535	0.535	1.910	0.000	0.000	0.515	0.515	1.910	0.880	■	3
46	S.8(7/10).2.	B-1	42	45	0.300	1.270	-0.635	-0.635	2.185	0.000	0.000	0.515	0.620	2.185	1.050	■	3
47	F.9(7/10).2.	B-6	21	15	0.300	1.070	0.535	0.535	2.185	0.000	0.000	0.515	0.620	2.185	1.050	■	3
48	F.12(11/14).2	A-6	19	23	0.300	1.070	0.535	0.535	2.185	0.000	0.000	0.620	0.515	2.185	1.050	■	3
49	S.13(11/14).2	A-1	31	32	0.300	1.270	-0.635	-0.635	2.185	0.000	0.000	0.620	0.515	2.185	1.050	■	3
50	S.15(14/17).2	A-1	32	33	0.300	1.270	-0.635	-0.635	1.910	0.000	0.000	0.515	0.515	1.910	0.880	■	3
51	F.16(14/17).2	A-6	23	14	0.300	1.070	0.535	0.535	1.910	0.000	0.000	0.515	0.515	1.910	0.880	■	3
52	F.18(17/20).2	A-6	14	16	0.300	1.070	0.535	0.535	2.185	0.000	0.000	0.515	0.620	2.185	1.050	■	3
53	S.19(17/20).2	A-1	33	34	0.300	1.270	-0.635	-0.635	2.185	0.000	0.000	0.515	0.620	2.185	1.050	■	3
54	F.22(21/24).2	2-6	18	27	0.200	1.070	0.535	0.535	1.970	0.000	0.000	0.620	0.300	1.970	1.050	■	3
55	S.23(21/24).2	2-1	35	37	0.200	1.270	-0.635	-0.635	1.970	0.000	0.000	0.620	0.300	1.970	1.050	■	3
56	S.25(24/27).2	2-1	37	38	0.200	1.270	-0.635	-0.635	2.440	0.000	0.000	0.300	0.300	2.440	1.840	■	3
57	F.26(24/27).2	2-6	27	20	0.200	1.070	0.535	0.535	2.440	0.000	0.000	0.300	0.300	2.440	1.840	■	3
58	S.28(27/30).2	2-1	38	39	0.200	1.270	-0.635	-0.635	1.970	0.000	0.000	0.620	0.300	1.970	1.050	■	3
59	F.29(27/30).2	2-6	20	22	0.200	1.070	0.535	0.535	1.970	0.000	0.000	0.300	0.620	1.970	1.050	■	3
60	F.32(31/34).2	1-5	28	29	0.200	1.070	0.535	0.535	3.190	0.000	0.000	0.620	1.520	3.190	1.050	■	3
61	S.33(31/34).2	1-1	41	43	0.200	1.270	-0.635	-0.635	3.190	0.000	0.000	0.620	1.520	3.190	1.050	■	3
62	S.35(34/37).2	1-1	43	44	0.200	1.270	-0.635	-0.635	3.190	0.000	0.000	1.520	0.620	3.190	1.050	■	3
63	F.36(34/37).2	1-5	29	26	0.200	1.070	0.535	0.535	3.190	0.000	0.000	1.520	0.620	3.190	1.050	■	3
64	S.20(19/21).1	2-6	27	20	0.200	1.200	-0.600	-0.600	2.440	0.000	0.000	0.000	0.300	2.440	2.140	■	2
65	K		28	24	0.000	0.000	0.000	0.000	2.045	0.000	0.000	0.000	0.000	2.045	2.045	■	1
66	S.25(24/26).1	1-5	29	26	0.200	1.470	-0.735	-0.735	3.190	0.000	0.000	1.520	0.620	3.190	1.050	■	2
67	K		17	47	0.000	0.000	0.000	0.000	0.520	0.000	0.000	0.000	0.000	0.520	0.520	■	1
68	K		47	18	0.000	0.000	0.000	0.000	0.470	0.000	0.000	0.000	0.000	0.470	0.470	■	1
69	K		15	48	0.000	0.000	0.000	0.000	0.520	0.000	0.000	0.000	0.000	0.520	0.520	■	1
70	K		48	28	0.000	0.000	0.000	0.000	0.470	0.000	0.000	0.000	0.000	0.470	0.470	■	1
71	K		19	49	0.000	0.000	0.000	0.000	0.520	0.000	0.000	0.000	0.000	0.520	0.520	■	1
72	K		49	22	0.000	0.000	0.000	0.000	0.470	0.000	0.000	0.000	0.000</				

N°	Col.	Descrizione [parametri meccanici in: kgf/cm <sup>2</sup> ]	E	G	f.m	f.vmo (mur.nuova) / tau.o (mur.esistente)	Coeff. attrito	Peso sp. (kgf/m <sup>3</sup> )
1		Conglomerato Cementizio Armato C25/30 (per links = aste di collegamento rigido)	310000	130000				2500
2		Muratura in mattoni pieni (solid brick) - piano terra (piano 1 di calcolo)	80000	32000	100.0	4.14	1.10	1800
3		Muratura in mattoni forati (cored brick) - piano primo (piano 2 di calcolo)	80000	32000	41.0	4.14	1.10	1600

Fig. 4.3.23. Dati materiali

N°	Commento	Tipo di azione	Psi.0 (raro)	Psi.1 (freq.)	Psi.2 (quasi perm.)	Moltipl. masse	Nodi: Masse Concentrate	Aste: Carichi Distr. Uniformi
1	Carico permanente solaio	1. G1, Perm. strutt.	1.0	1.0	1.0	000000	M	q
2	Carico permanente copertura	1. G1, Perm. strutt.	1.0	1.0	1.0	000000	M	q
3	Pesi Propri	1. G1, Perm. strutt.	1.0	1.0	1.0	000000	M	q
4	Masse sismiche (per carico quasistatico) - Analisi X (muri A e B)	1. G1, Perm. strutt.	1.0	1.0	1.0	100000	M	q
5	Masse sismiche (per carico quasistatico) - Analisi Y (muri 1 e 2)	1. G1, Perm. strutt.	1.0	1.0	1.0	010000	M	q

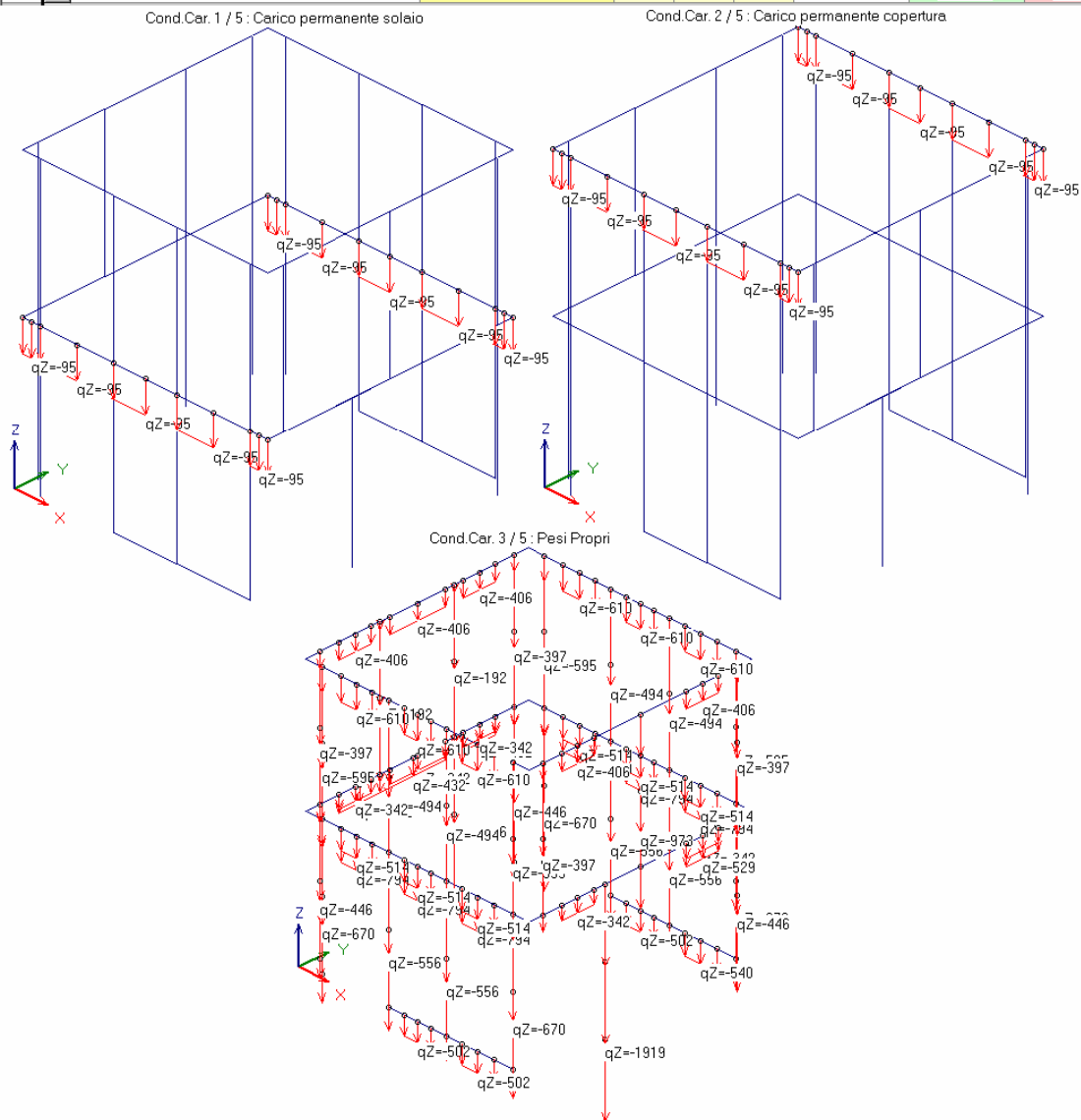
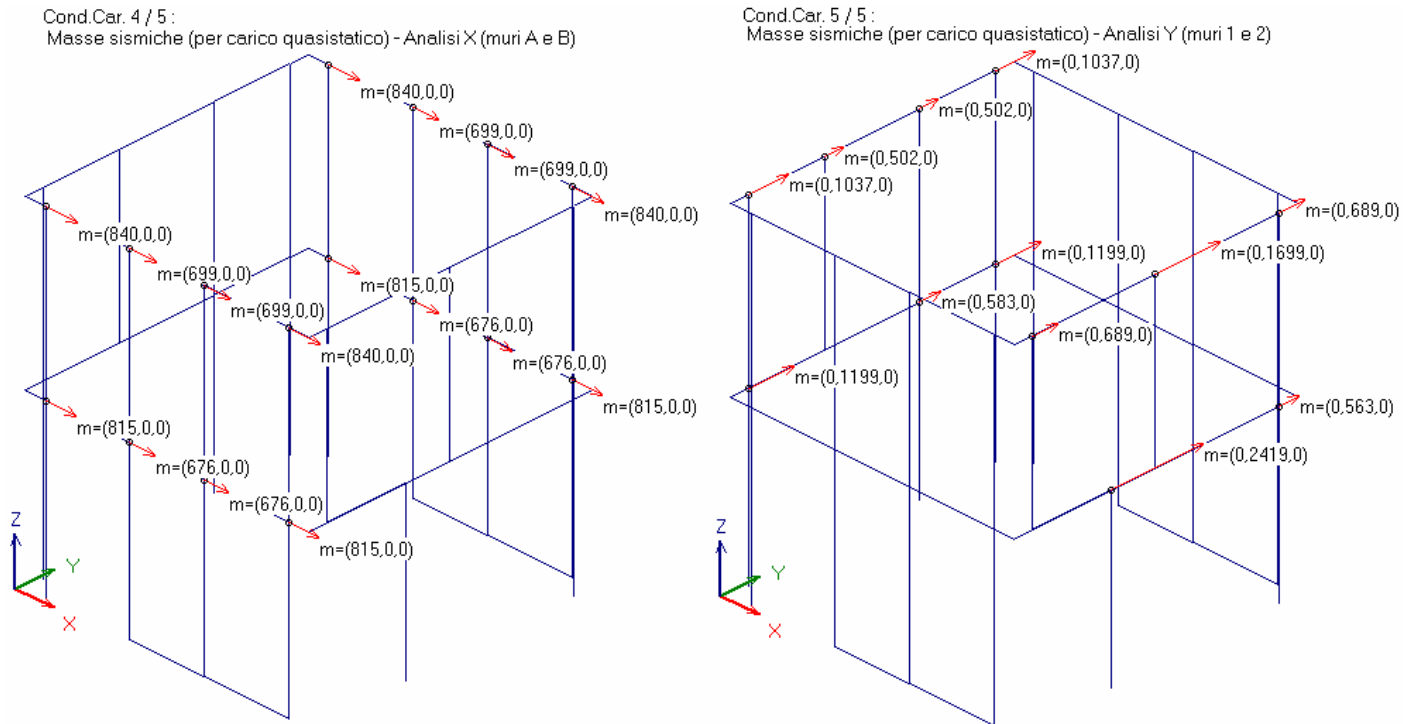


Fig. 4.3.24. Condizioni di carico: dati, azioni dagli orizzontamenti e pesi propri



**Fig. 4.3.25.** Condizioni di carico ausiliarie con masse nodali

La rappresentazione delle condizioni di carico assume un ruolo particolarmente importante per la corretta calibrazione del modello in relazione alla comparazione con il test di riferimento.

La schematizzazione in PC.E non deve infatti corrispondere ad una analisi sismica standard: occorre riprodurre le condizioni operative del modello, che prevedono spostamenti imposti, secondo una legge corrispondente al primo modo di vibrare (come dichiarato in [4.3.1]), direttamente sui due paramenti murari paralleli ad ognuna delle due fasi del test.

Pertanto, la procedura che si applica in PC.E è la seguente:

- si definiscono normalmente le condizioni di carico elementari corrispondenti ai carichi degli orizzontamenti (alle maglie di solaio è attribuito un carico pari a  $26 \text{ kgf/m}^2$ , con orditura di tipo monodirezionale), che si traducono in carichi uniformemente distribuiti agenti sugli elementi orizzontali (fasce e links), e ai pesi propri degli elementi murari (rappresentate da carichi uniformi distribuiti verticalmente nei maschi murari, e orizzontalmente nelle fasce). Si compongono così 3 condizioni di carico elementari (CCE); tali CCE sono tutte di tipo permanente (quindi con coefficienti  $\psi_2=1$ ) in quanto i carichi restano ovviamente tutti presenti durante il test;
- a tali 3 condizioni di carico elementari si attribuiscono moltiplicatori di massa nulli;
- si definiscono ulteriori 2 condizioni di carico elementari ausiliarie, consistenti in masse nodali, orientate secondo X (CCE 4) e secondo Y (CCE 5), aventi intensità tali da riprodurre le sollecitazioni del test di riferimento. Per definire tali intensità, si evidenziano i seguenti aspetti:
  - l'analisi non lineare di PC.E procede per incrementi di forza, e quindi occorre definire un criterio di ripartizione dei tagli che riproduca quanto operato nel test, dove gli attuatori lavorano con controllo in spostamento;
  - i modi di vibrare del modello, calcolati con analisi modale, presentano masse partecipanti frammentate, come sempre accade nelle schematizzazioni per piani flessibili; il modo di vibrare principale teorico può quindi non essere efficacemente rappresentativo per studiare una corretta ripartizione degli sforzi;
  - la deformazione del primo modo di un edificio peraltro può essere approssimata dall'andamento lineare (utilizzato in analisi sismica statica lineare); si fa quindi riferimento alla distribuzione delle forze in analisi sismica statica lineare (cfr. (7.3.6) in §7.3.3.2 del D.M.14.1.2008): utilizzando un modello ausiliario (dove sono processate le sole prime tre CCE, con normali moltiplicatori di massa sismici - traslazionali secondo X, Y e rotazionale intorno a Z), si ricavano i valori delle forze di piano allo stato limite ultimo, pari a  $3078 \text{ kgf}$  al piano inferiore e  $2982 \text{ kgf}$  al piano superiore (le masse dei maschi sono riportate per metà all'estremo superiore e per metà all'inferiore; da qui la

maggior parte di massa del piano terra che compensa l'effetto di posizione in quota del piano superiore, per cui la distribuzione cosiddetta 'triangolare' corrispondente alla (7.3.6) genera di fatto forze di piano simili); tali forze di piano sono uguali per le due analisi X e Y;

- si definiscono ad ognuno dei due livelli masse nodali convenzionali complessivamente pari a tali valori, ripartendole fra i maschi murari dei paramenti interessati dalla direzione di analisi in base all'incidenza del maschio murario nel paramento stesso (definendo cioè un coefficiente di ripartizione in base all'area della sua sezione trasversale). I valori assoluti di queste masse non interessano in sé, in quanto l'incremento di taglio di piano nel corso dell'analisi non lineare verrà ripartito in tali nodi in base a coefficienti di ripartizione definiti dall'intensità della singola massa rispetto alla massa complessiva: per attuare tale procedura, in PC.E si userà pertanto la distribuzione di forze proporzionale alle masse (indicata con (E));

- le curve prodotte da PC.E saranno prese in considerazione fino al raggiungimento dello spostamento massimo imposto nel test: la parte di curva che eccede tale valore non è oggetto di attenzione, in quanto descrive il successivo raggiungimento della labilità con crollo dell'edificio, limite a cui la prova del test non è giunta in quanto si è arrestata a prefissati valori massimi di spostamento, registrando un quadro fessurativo corrispondente. Confrontando tale **quadro fessurativo** con le lesioni evidenziate dal modello a telaio equivalente di PC.E sarà quindi possibile verificarne l'eventuale corrispondenza. Le curve ottenute consentiranno inoltre il confronto tra modello analitico di PC.E (che, si noti bene, NON adotta macroelementi particolari, ma semplicemente traduce nel modello a telaio equivalente le relazioni di verifica proposte dalla Normativa Italiana) e risultati sperimentali; per i **tagli massimi** saranno quindi possibili valutazioni analoghe a quanto riportato in fig. 4.3.16 (dove i risultati analitici si riferiscono ad un modello teorico utilizzato dagli Autori del test).

Altre osservazioni importanti relative all'elaborazione e alle verifiche di resistenza condotte in PC.E sono le seguenti:

- pressoflessione complanare nei maschi murari: al piano superiore, verifiche alla base; al piano inferiore, verifiche sia in sommità sia alla base dei maschi;
- taglio nei maschi murari: verifiche sia per scorrimento, sia per fessurazione diagonale;
- fasce di piano: si eseguono verifiche a taglio; la pressoflessione complanare viene trascurata, in considerazione dell'accuratezza con cui nel prototipo vengono realizzate le architravi (con elementi orizzontali in acciaio nei muri A e B, e con archi a sesto ribassato nei muri 1 e 2);
- incremento di taglio in analisi pushover: si è considerato un valore piuttosto basso (500 kgf) per focalizzare più in dettaglio il comportamento della struttura;
- tipologia dell'edificio: esistente, con livello di conoscenza LC3 tale quindi da non applicare fattori riduttivi alle resistenze durante le verifiche in analisi non lineare ( $FC = 1$ ;  $\gamma_M$ , come noto, non viene applicato in analisi non lineare).

Fra i risultati dell'analisi statica non lineare (pushover), l'attenzione sarà focalizzata sulla curva del sistema M-GDL (il sistema reale, multi-gradi di libertà, cioè l'edificio stesso nel suo complesso), in quanto le fasi tipiche della verifica pushover riguardanti la trasformazione in oscillatore monodimensionale ed il successivo confronto fra domanda e capacità in termini di spostamento esulano dall'ambito del test.

In fig. 4.3.26 sono riportati i diagrammi ottenuti da PC.E.

Per ogni diagramma, si prende in considerazione la curva sviluppata fino allo spostamento massimo applicato nel test, trascurando il comportamento successivo dove si giunge, infine, alla labilità teorica. In tale fase successiva alcuni maschi avranno perso resistenza a taglio e l'edificio si troverà già oltre il collasso dei primi elementi, ma il test non è stato spinto fino a questo punto e nel presente studio interessa verificare la corrispondenza fra gli andamenti delle curve sperimentale e analitica di PC.E nel campo degli spostamenti considerati nel test.

In particolare, per le curve Y, che mostrano sovrarresistenza rispetto alla forza massima corrispondente al primo tratto di curva, si deve osservare che dopo il primo scalino i maschi a piano terra del muro 2 sono tutti collassati e quindi definiscono già una configurazione limite. Utilizzando il software per lo studio di capacità sismica di edifici generici, dove la curva analitica non lineare richiede la successiva conversione ad un oscillatore monodimensionale equivalente e a tal scopo deve essere processata in tutto il suo sviluppo, tali comportamenti possono essere interpretati limitando la costruzione della curva stessa alle fasi iniziali (nel caso del test sarebbe sufficiente limitare la costruzione alla sola prima curva intermedia).

Per ogni diagramma è evidenziato il punto significativo in cui si esamina lo stato di fessurazione della struttura, in modo da controllare non solo la forza massima ma anche il degrado previsto dal modello, con i corrispondenti parametri rilevati dal test. Nelle figure da 4.3.28 a 4.3.31 si riportano i corrispondenti quadri fessurativi, per tutti e 4 i muri (muri  $\equiv$  paramenti), per ognuna delle 4 analisi (in fig. 4.3.27 la legenda per l'interpretazione degli output grafici).

La figura 4.3.32 illustra la sovrapposizione dei diagrammi ottenuti dal modello analitico di PC.E con le curve sperimentali 'composte' illustrate in fig. 4.3.17.

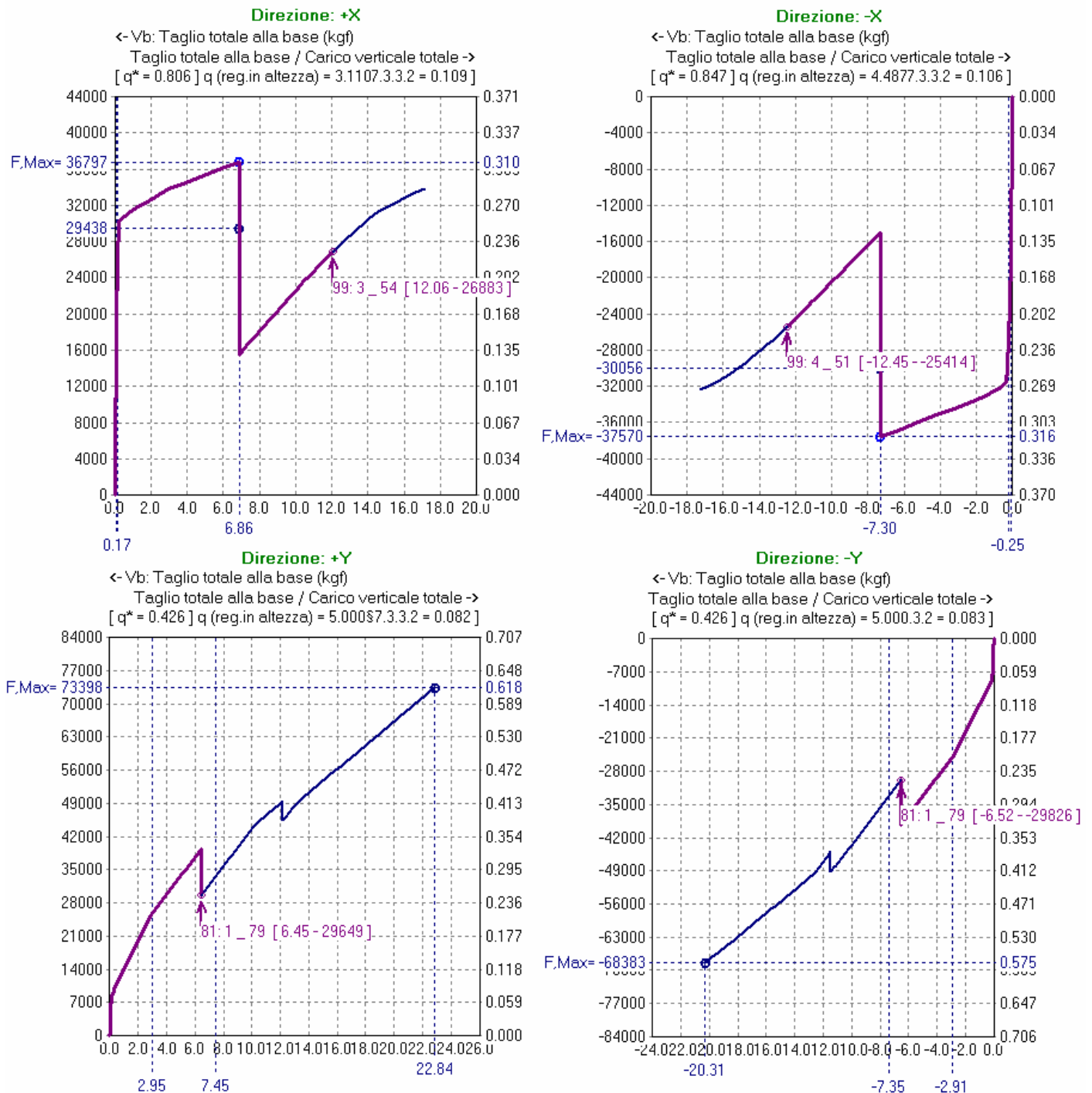


Fig. 4.3.26. Curve pushover ottenute con PC.E

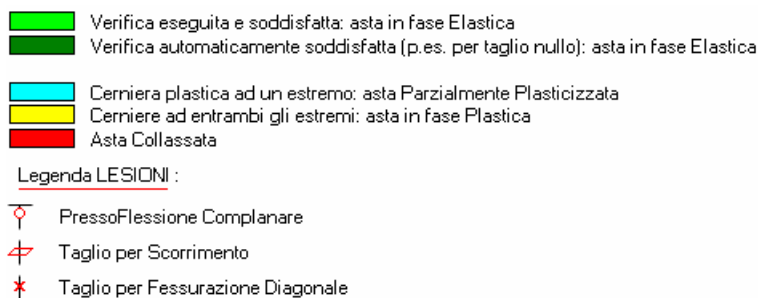
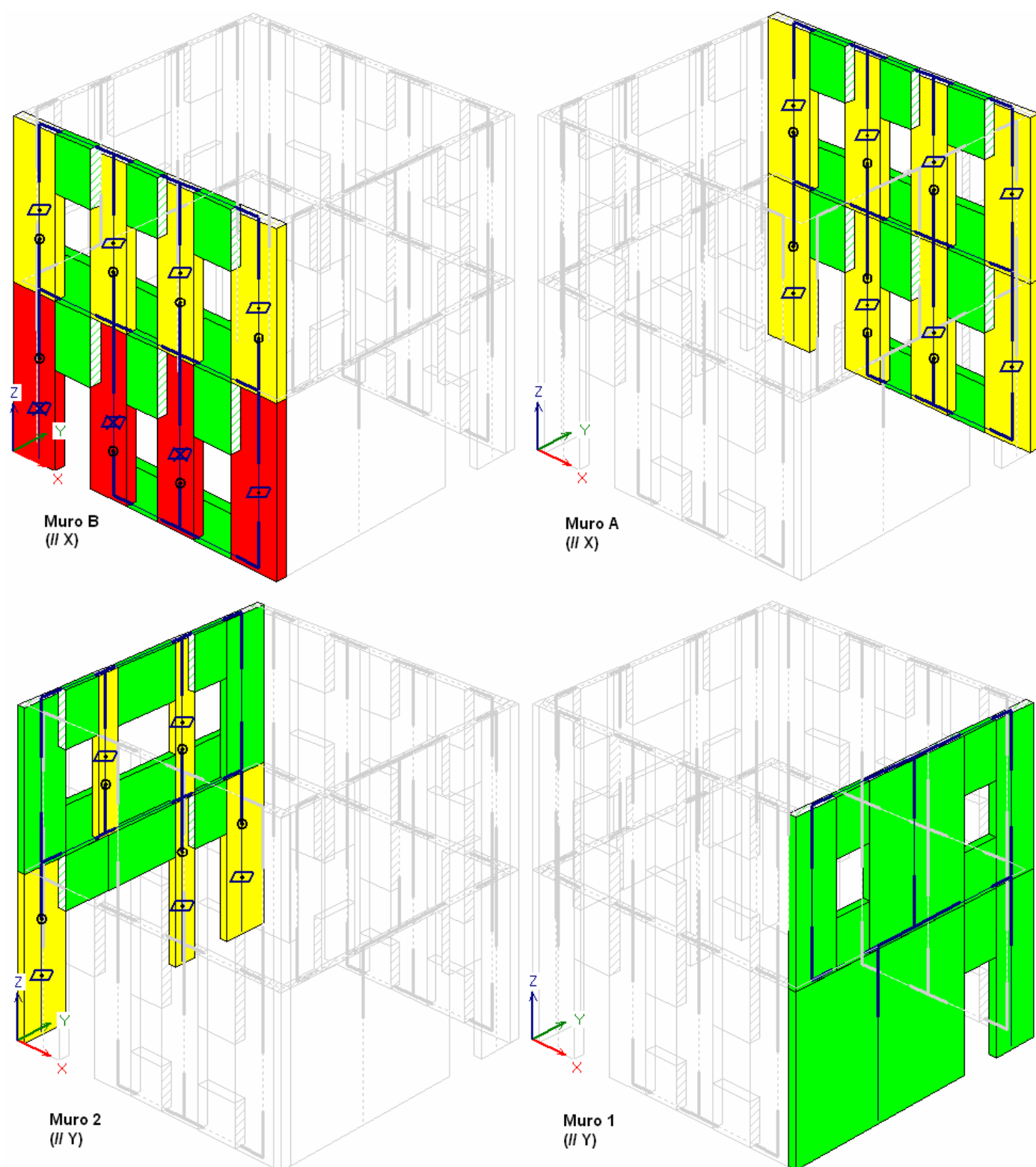
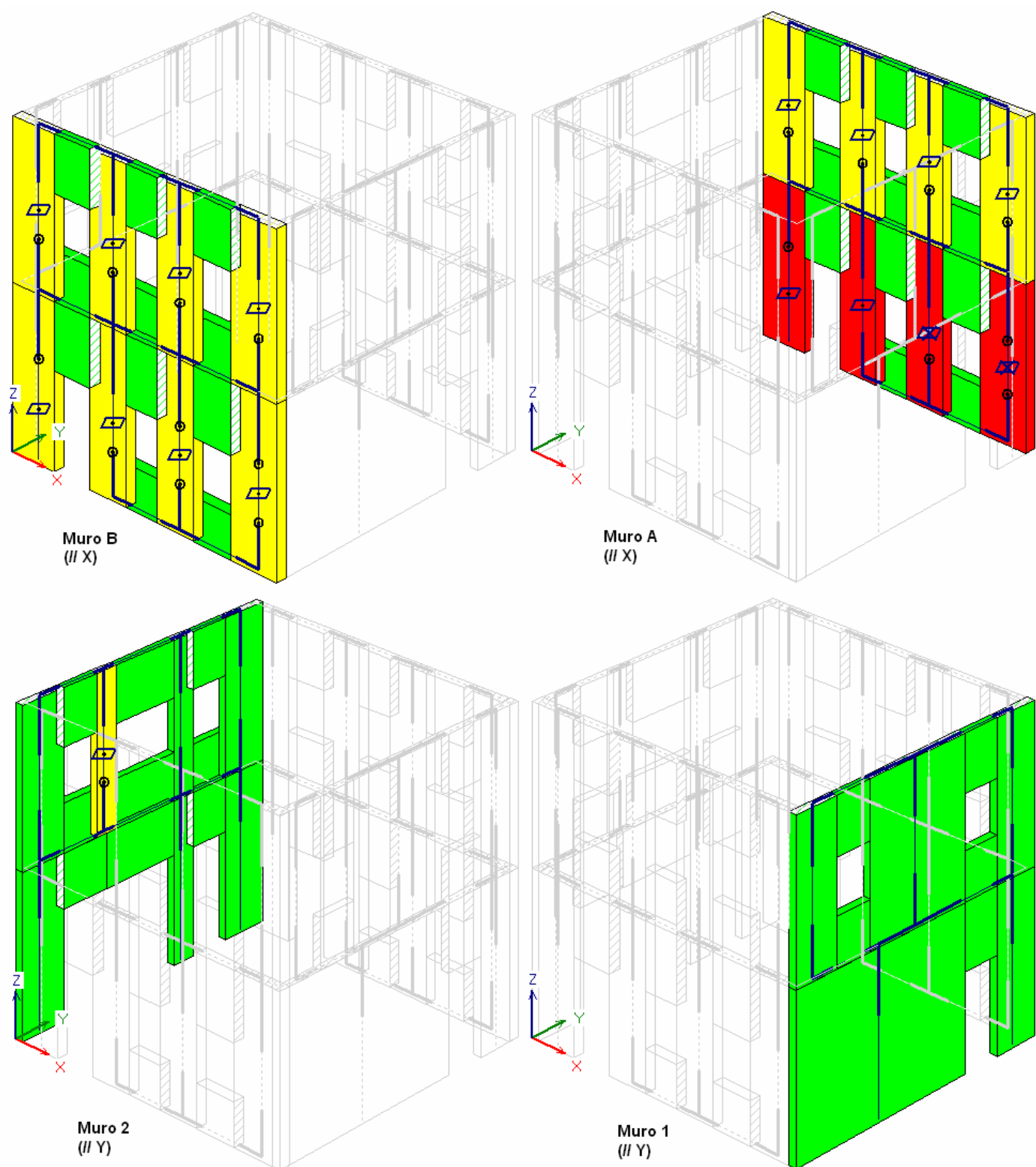


Fig. 4.3.27. Legenda per il quadro fessurativo previsto da PC.E



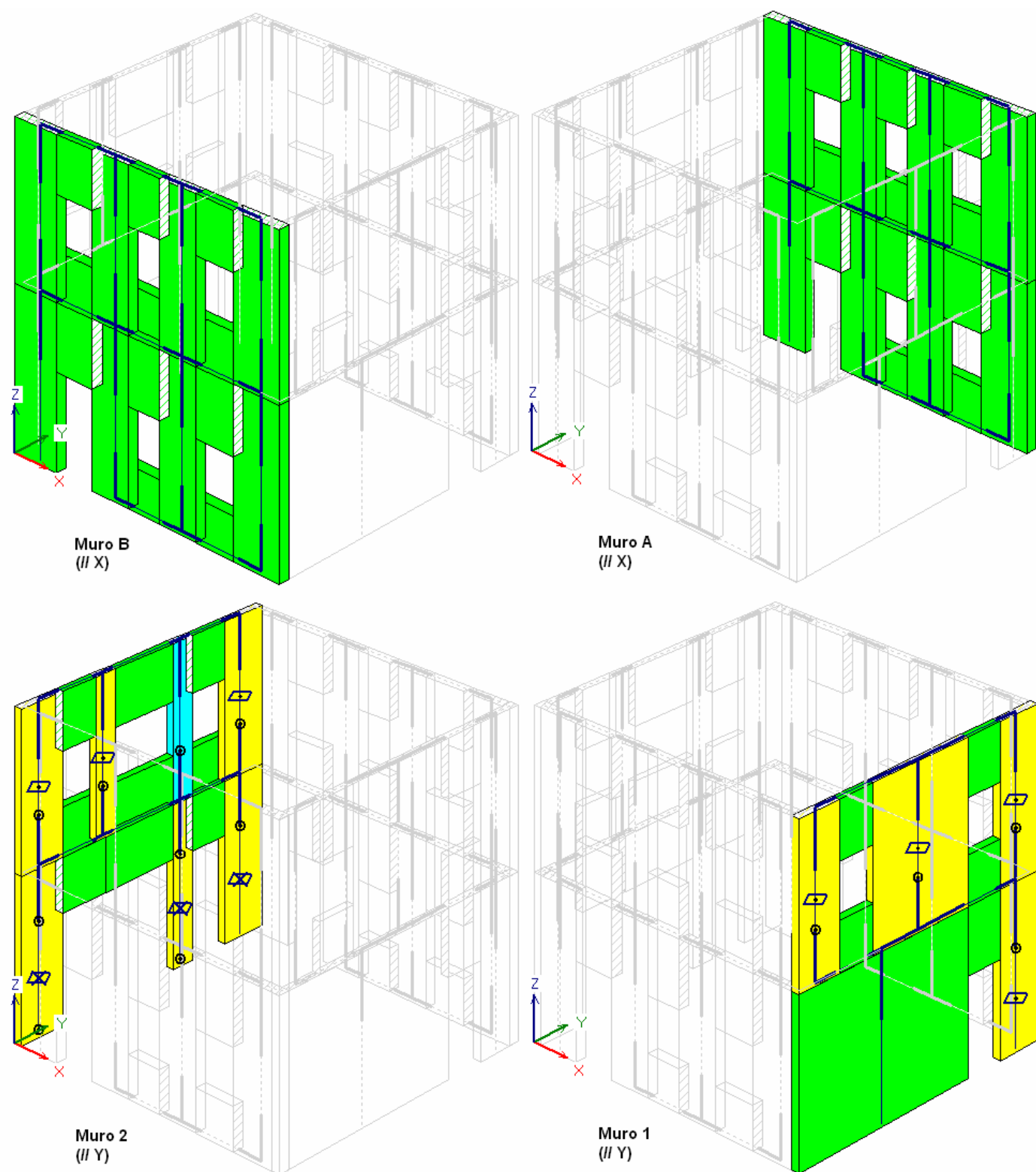
**Fig. 4.3.28.** Quadro fessurativo previsto da PC.E in direzione +X (-EW) in corrispondenza del taglio 26683 kgf e dello spostamento 12.06 mm

Le figure 4.3.28 e 4.3.29 possono essere confrontate con la fig. 4.3.13. Nel modello analitico, gli effetti della dissimmetria dell'edificio si notano nella diversa reazione delle pareti a seconda del verso (+ o - X) e nella partecipazione al quadro fessurativo dei paramenti ortogonali all'azione orizzontale. Al piano inferiore il quadro delle lesioni a taglio e a pressoflessione è, come nel test, nettamente peggiore rispetto al piano superiore, mentre al piano superiore le lesioni a taglio e pressoflessione si localizzano in corrispondenza della quota di estradosso dei sottofinestra (coincidente con la quota di imposta delle finestre).



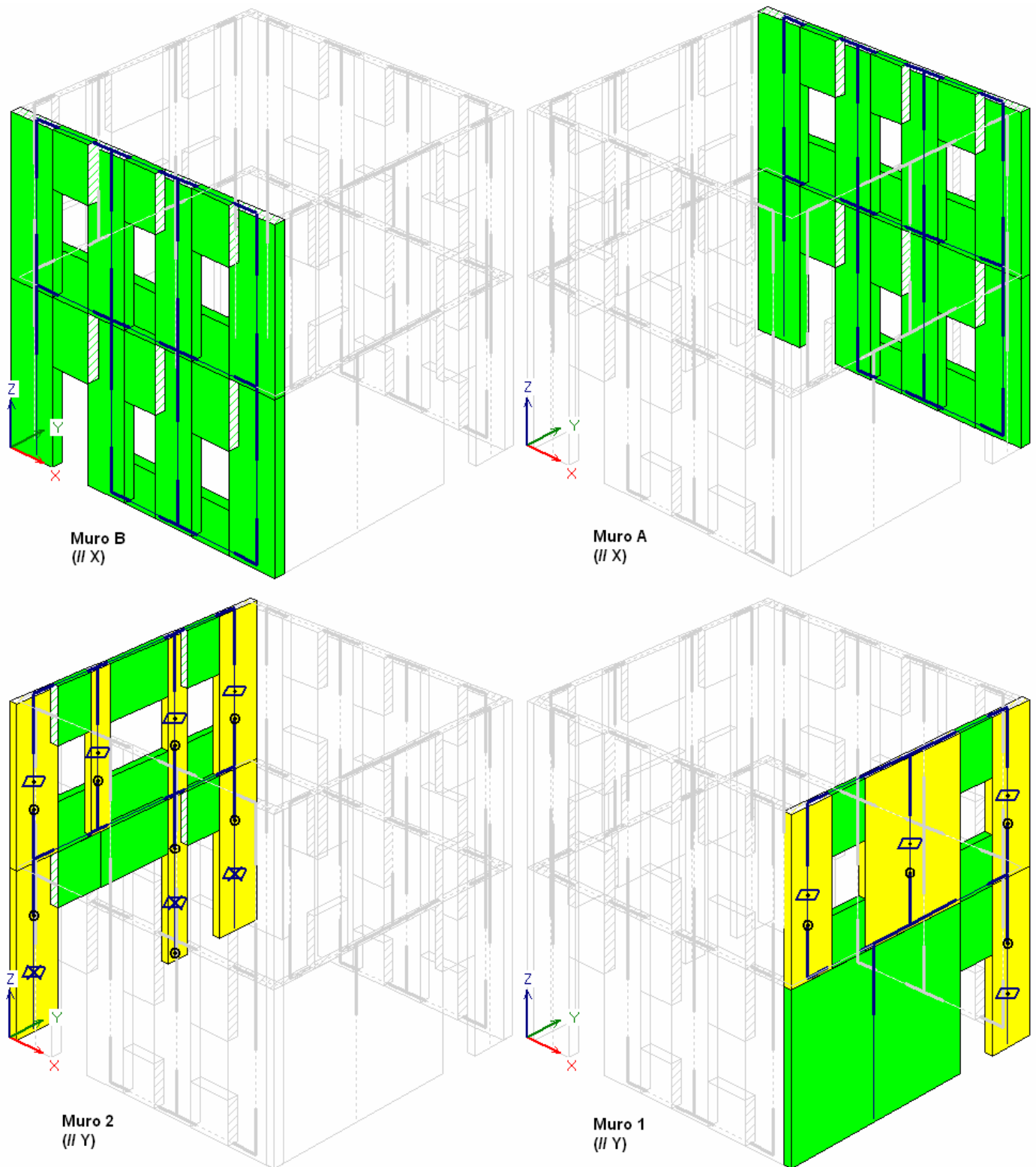
**Fig. 4.3.29.** Quadro fessurativo previsto da PC.E in direzione -X (+EW) in corrispondenza del taglio 25414 kgf e dello spostamento 12.45 mm





**Fig. 4.3.30.** Quadro fessurativo previsto da PC.E in direzione +Y (-NS) in corrispondenza del taglio 29649 kgf e dello spostamento 6.45 mm

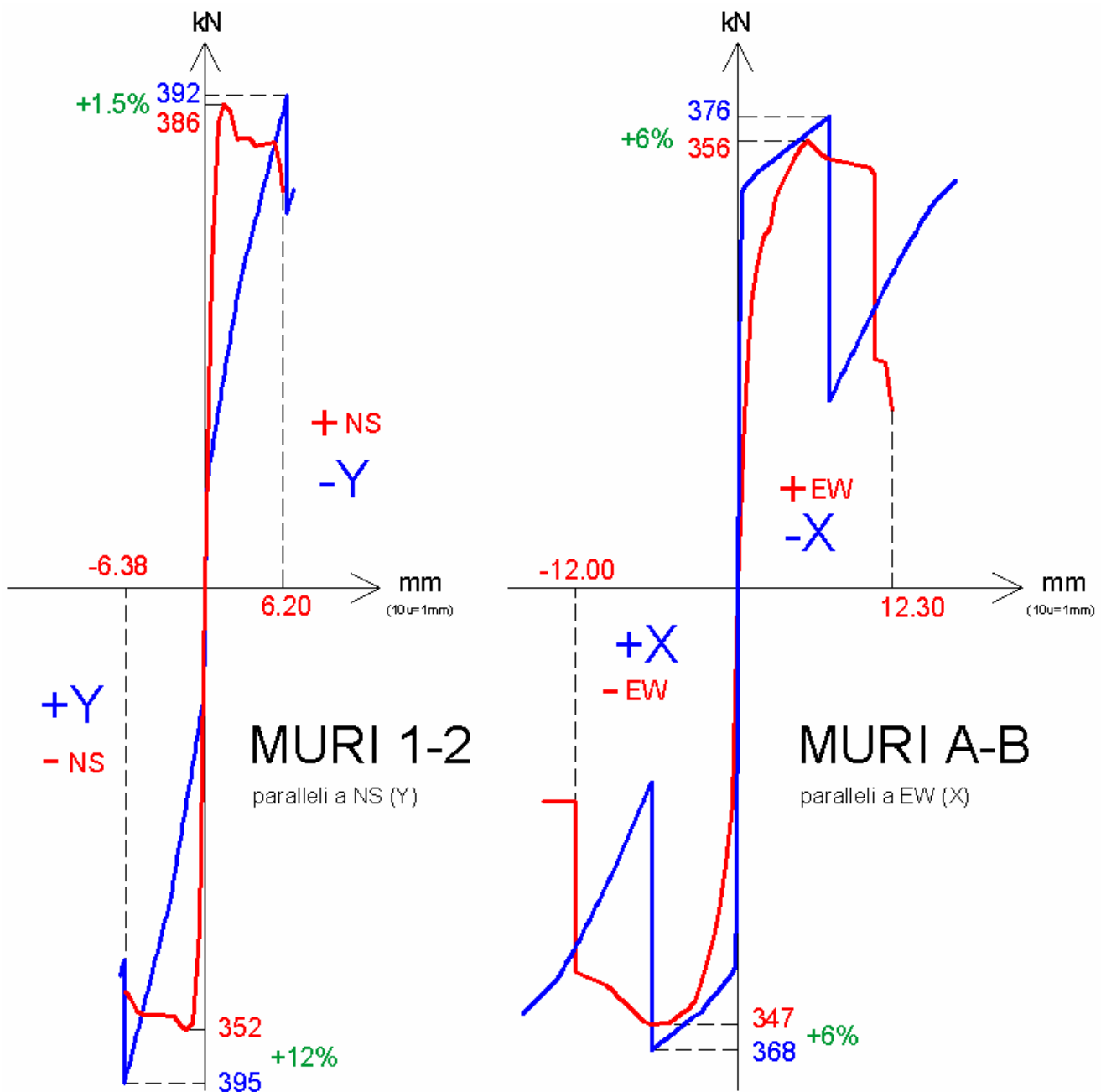




**Fig. 4.3.31.** Quadro fessurativo previsto da PC.E in direzione -Y (+NS) in corrispondenza del taglio 29826 kgf e dello spostamento 6.52 mm

Le figure 4.3.30 e 4.3.31 possono essere confrontate con la fig. 4.3.10. Nel modello analitico, in corrispondenza dello spostamento considerato (6.5 mm. circa) non si rilevano fessurazioni nei muri ortogonali all'azione orizzontale (muri A e B); nel test, alcune lesioni sono presenti ma in modo poco rilevante (nella fig. 4.3.10 si noti ad esempio l'assenza di fessurazioni nei maschi della parete B al piano superiore e in quasi tutti i maschi della parete A). I muri 1 e 2, di sostanziale diversità geometrica, presentano lesioni diverse: nel muro 2, tutti i maschi del piano terra (snelli) sono fessurati, mentre nel muro 1 le lesioni tendono a interessare la parte più snella, come nel test. Una differenza tra modello di PC.E e risultati sperimentali è il danneggiamento al piano superiore del muro

1, più marcato rispetto al test dove invece una lesione più significativa si presenta nel maschio principale del piano terra: tuttavia, per il piano superiore la lesione della fascia 1-5 (zona intermedia fra livello inferiore e superiore) può considerarsi corrispondente alla fessurazione del maschio centrale nel modello analitico.



**Fig. 4.3.32.** Confronto fra diagrammi sperimentali composti e curve analitiche di PC.E  
(per la corrispondenza fra sistemi di riferimento vd. fig. 4.3.4)

Il confronto delle curve nel campo di spostamenti considerato nel test produce i risultati rappresentati in fig. 4.3.32, da confrontarsi con le valutazioni di raffronto fra test e modello analitico usato dagli Autori del test stesso riportate in fig. 4.3.16. Lo scarto del valore della forza massima, calcolato con lo stesso criterio seguito dagli Autori del test, oscilla fra +1.5% (praticamente irrilevante) e +12% nella direzione Y, ed è pari al 6% nella direzione X. Il risultato fornito da PC.E può quindi considerarsi decisamente valido, anche in considerazione dei valori ottenuti analiticamente dagli Autori del test, che presentano scarti, calcolati singolarmente su ogni paramento, così organizzati:

- per l'analisi Y (parallela ai muri 1 e 2): variabili tra -5% e -46%. Lo scarto è particolarmente forte per il muro 2; se si sommano le forze analitiche (il che è affetto da approssimazione, in quanto è plausibile che i massimi non siano raggiunti contemporaneamente neppure nel modello analitico degli Autori del test) lo scarto per i muri 1 e 2

passa a  $(254+64)=318$  kN rispetto a 393 kN (valor medio tra 392 e 395; l'opera citata non fornisce valori distinti fra i due versi di analisi + e -) e quindi è pari a -19%, in valore assoluto superiore allo scarto proposto da PC.E; - per l'analisi X lo scarto oscilla intorno al 20% (fra -19% e -23%), nettamente superiore in valore assoluto al 6% proposto da PC.E.

Secondo il modello analitico usato dagli Autori, i test producono nei muri 2, A e B ribaltamenti al piano terra di tutti i maschi murari e questo può considerarsi in accordo con il quadro fessurativo proposto da PC.E al piano terra; la situazione del muro 1 è differente: secondo quanto riportato in fig. 4.3.16, il modello analitico degli Autori propone ribaltamento al maschio inferiore snello e slittamento nel maschio tozzo, mentre PC.E tende a concentrare il lesionamento nel maschio snello e nei maschi sovrastanti, conducendo comunque a valori di resistenza e di spostamento prossimi a quelli realmente misurati nel test.

In definitiva, la tecnica di analisi proposta dalla Norma Italiana (in sintesi: metodo a telaio equivalente, con verifiche a pressoflessione e a taglio), attraverso il confronto con il test sperimentale, si mostra appropriata per la modellazione dell'edificio in muratura e la stima della risposta alle azioni orizzontali; le procedure di calcolo del software PC.E, che implementa fedelmente tale metodologia, risultano quindi convalidate.