



AEDES Software



PC.M: PROGETTAZIONE DI COSTRUZIONI IN MMURATURA



PC.E: PROGRAMMA PER IL CALCOLO AGLI EELEMENTI FINITI

Analisi di strutture in muratura

secondo **nuova Normativa Tecnica** (D.M. 14.1.2008)
e **precedenti Norme** (Metodo Por, D.M. 16.1.1996, D.M. 20.11.1987)

Manuale di PC.E 

Volume 1. Teoria

Manuale di PC.E

Piano dell'opera:

Questo volume: ► **Volume 1. Teoria**

Volume 2. Manuale d'uso

Volume 3. Tutorial

(Precedente edizione:

"Edifici in Muratura e nuova Normativa Sismica", ALINEA, 2006)

Volume 4. Esempi applicativi - Procedure operative

Volume 5. Manuale di validazione

Volume 6. Edifici monumentali

Tutti i diritti sono riservati, anche di riproduzione parziale, a norma di legge e delle convenzioni internazionali. Nessuna parte di questo volume può essere riprodotta in qualsiasi forma o mezzo elettronico o meccanico, per alcun uso, senza il permesso scritto della AEDES Software per Ingegneria Civile.

Edizione 2011 (rev. 3.10.2011)



© 1997-2011 **AEDES** Software per Ingegneria Civile

Via F. Aporti 32 - 56028 SAN MINIATO (PI)

Tel.: **0571.401073** - Fax: **0571.401173**

E-mail: **info@aedes.it** - Internet: **www.aedes.it**

AVVERTENZE E CONDIZIONI D'USO

La AEDES Software si riserva il diritto di apportare miglioramenti o modifiche al programma PC.E, descritto nella documentazione ad esso associata, in qualsiasi momento e senza preavviso.

Il software e la documentazione allegata, anche se curati con scrupolosa attenzione, non possono comportare specifiche responsabilità di AEDES per involontari errori o inesattezze: pertanto, l'utilizzatore è tenuto a controllare l'esattezza e la completezza del materiale utilizzato. Le correzioni relative ad eventuali errori tipografici saranno incluse nelle versioni di aggiornamento.

PC.E è di esclusiva proprietà della AEDES e viene concesso in uso non esclusivo secondo i termini e le condizioni riportati nel contratto di licenza d'uso. L'utente non avrà diritto ad utilizzare PC.E fino a quando non avrà sottoscritto la suddetta licenza d'uso.

L'utente è responsabile della scelta di PC.E al fine del raggiungimento dei risultati voluti, nonché dell'installazione, dell'uso dello stesso e dei relativi risultati.

Le sole garanzie fornite dalla AEDES in merito a PC.E sono quelle riportate nella licenza d'uso. La AEDES non garantisce che le funzioni contenute in PC.E soddisfino le esigenze dell'utente o funzionino in tutte le combinazioni che possono essere scelte per l'uso da parte dell'utente.

I nomi dei prodotti citati nella documentazione di PC.E possono essere marchi di fabbrica o marchi registrati dalle rispettive Società.

INDICE

1. L'ANALISI DEGLI EDIFICI IN MURATURA: DAL METODO POR ALL'ANALISI PUSHOVER

- 1.1. RICHIAMI SULL'ANALISI DEGLI EDIFICI IN MURATURA
- 1.2. ANALISI SISMICA: MECCANISMI DI PRIMO E DI SECONDO MODO
- 1.3. IL COMPORTAMENTO NEL PIANO DELLA SINGOLA PARETE IN MURATURA
- 1.4. COMPORTAMENTO DELLA PARETE COMPOSTA DA PIÙ MASCHI MURARI
- 1.5. L'ORGANISMO MURARIO SPAZIALE: IL METODO POR
- 1.6. IL MODELLO A TELAIO EQUIVALENTE: APPLICAZIONE DEL METODO DEGLI ELEMENTI FINITI
 - 1.6.1. RICHIAMI SUL METODO DEGLI ELEMENTI FINITI
 - 1.6.2. LA MURATURA RICHIEDE UN'ANALISI SISMICA NON LINEARE
 - 1.6.3. IL MODELLO A TELAIO EQUIVALENTE
 - 1.6.4. ANALISI STATICHE NON LINEARI EVOLUTE (ANALISI PUSHOVER)
 - 1.6.4.1. COSTRUZIONE DELLA CURVA DI CAPACITÀ
 - 1.6.4.2. ALGORITMO DI ANALISI PUSHOVER
 - 1.6.4.3. VERIFICHE ESEGUITE NEGLI ELEMENTI MURARI
 - 1.6.4.4. DISTRIBUZIONE DI FORZE
 - 1.6.4.5. ANCORA SULLE DIFFERENZE CON IL METODO POR
 - 1.6.4.6. VERIFICHE DI SICUREZZA IN ANALISI PUSHOVER;
STATI LIMITE DI DANNO E ULTIMO
- 1.7. L'ANALISI CON IL SOFTWARE AEDES

Vol. 1. TEORIA

CONVENZIONI TIPOGRAFICHE

Nella descrizione di alcuni parametri utilizzati in analisi sismica, viene fatto diretto riferimento ai corrispondenti paragrafi del D.M.14.1.2008 (NTC08) attraverso il simbolo **§** seguito dal numero del paragrafo (seguendo l'impostazione delle norme, **§C** indica il corrispondente paragrafo della Circolare applicativa di NTC08: Circ. 617 del 2.2.2009). Esempi:

Murature: PressoFlessione Ortogonale (§7.2.3)

edifici esistenti: §C8.7.1.2

dove §7.2.3 indica il paragrafo 7.2.3 del D.M.14.1.2008 che tratta la PressoFlessione Ortogonale per le pareti in muratura; §C8.7.1.2 indica il paragrafo C8.7.1.2 della Circolare 617 del 2.2.2009.

I riferimenti ai paragrafi del presente Manuale d'uso sono invece realizzati racchiudendo il numero di paragrafo tra parentesi quadre. Ad esempio:

Ulteriori informazioni in [3.2.3]

La numerazione delle figure si compone di due caratteri corrispondenti al capitolo e al paragrafo primario in cui la figura è inserita, e un successivo carattere relativo al numero progressivo. Ad esempio:

Fig. 1.1.4

significa: Fig. 4 del capitolo 1.1.

Gli EuroCodici sono abbreviati con: EC (ad es: EC6 indica EuroCodice 6); nei riferimenti ai paragrafi, il nome dell'EuroCodice è seguito dal paragrafo indicato con il simbolo §. Ad esempio:

EC6-§4.5.3.(6)

cioè il paragrafo 4.5.3.(6) dell'EuroCodice 6 (dedicato alla progettazione di strutture in muratura).

Per quanto riguarda altre norme di riferimento:

C26BBCC02122010 indica la Circolare 26 del 2.12.2010 del Ministero dei Beni Culturali per la valutazione e la riduzione del rischio sismico del patrimonio culturale con riferimento alle norme tecniche per le costruzioni; il riferimento ad un paragrafo è indicato facendo seguire alla sigla della norma il numero del paragrafo preceduto dal simbolo §. Ad esempio:

C26BBCC02122010§5.4.2

indica il paragrafo 5.4.2 della Circolare 26 del 2.12.2010 del Ministero dei Beni Culturali.



Suggerimento

Consigli per ottimizzare l'utilizzo del software.



Nota bene

Osservazioni e note che è opportuno conoscere.



Importante!

Da sapere: informazioni tecniche, approfondimenti, riferimenti normativi.



Attenzione

Da sapere assolutamente: comandi e operazioni particolarmente delicate.

1. L'ANALISI DEGLI EDIFICI IN MURATURA: DAL METODO POR ALL'ANALISI PUSHOVER

1.1. RICHIAMI SULL'ANALISI DEGLI EDIFICI IN MURATURA

La muratura può essere considerata un materiale composto con proprietà diverse da quelle dei componenti (blocchi artificiali o naturali, malta). In generale, le proprietà meccaniche della muratura (resistenze a compressione, a taglio, moduli di elasticità) possono essere determinate attraverso prove sperimentali. Per le murature nuove la conoscenza precisa delle proprietà dei componenti permette la valutazione della resistenza della muratura nel suo insieme, attraverso tabelle presenti anche in Normativa. Per le murature esistenti il problema è senz'altro più complesso, per le diverse tecniche di realizzazione e per l'impossibilità di riprodurre in laboratorio l'esatta configurazione resistente: sono comunque state condotte varie campagne sperimentali volte a caratterizzare le tipologie più diffuse; i principali risultati sono stati organizzati in parametri di riferimento all'interno della Circ.617 del 2.2.2009 (in seguito: Circ.617).

Le murature sono edifici 'scatolari' costituite da 'superfici' bidimensionali (le pareti) che vengono sollecitate da azioni nel piano e fuori piano, determinate dai carichi applicati; in particolare:

- azioni di gravità, corrispondenti al normale esercizio delle strutture;
- azioni sismiche, cui corrispondono forze e spostamenti orizzontali determinati dalle masse agenti.

Le sollecitazioni 'normali' possono essere:

- di compressione: resistenza molto elevata;
- di trazione: resistenza scarsa (spesso considerata nulla nei modelli di calcolo).

Mentre nei confronti dei carichi di gravità (carichi verticali, permanenti e accidentali) le murature offrono ottima resistenza, in quanto chiamate a lavorare essenzialmente a compressione, sotto azione sismica possono manifestarsi debolezze dovute a stati di sollecitazioni per i quali la struttura presenta basse capacità di resistenza.

Per l'analisi sismica, risultano particolarmente importanti gli stati di sollecitazione e di deformazione conseguenti ad azioni orizzontali. Sotto azione di taglio complanare, possono manifestarsi due meccanismi resistenti distinti:

- taglio per scorrimento: il carico verticale determina la resistenza a taglio per motivi di attrito;
- taglio per fessurazione diagonale: la resistenza a taglio è legata a una resistenza a trazione 'convenzionale' valutata in modo complessivo su pannelli sollecitati da azioni complanari.

La resistenza per flessione chiama in causa direttamente la resistenza a compressione e la ripartizione dell'azione sulla zona reagente. Essendo infatti nulla la tensione di trazione, solo una parte della sezione trasversale della muratura reagisce a flessione. I meccanismi resistenti sotto azione sismica sono dipendenti da vari fattori: la geometria del muro (rapporto altezza/larghezza), la qualità dei materiali, le condizioni di vincolo ed i carichi agenti.

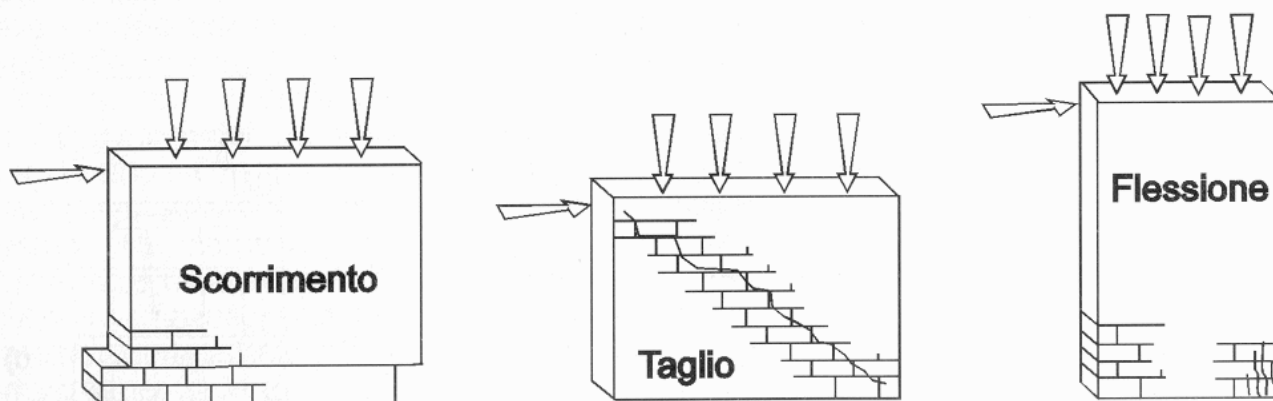


Fig. 1.1.1. Meccanismi di rottura di pareti in muratura [1]

Nel caso di un carico verticale basso e di malta di cattiva qualità, i carichi sismici causano di frequente il taglio del muro in due parti e lo slittamento della parte superiore del muro su uno dei giunti di malta orizzontale. Questo purché la muratura sia regolare, e sia quindi ben individuabile un letto di malta orizzontale (come avviene nelle murature di mattoni pieni). Il meccanismo viene chiamato: crisi di taglio per scorrimento.

Se il livello del carico verticale e delle sollecitazioni di compressione assiali nel muro si trovano entro i limiti consueti, il muro potrebbe cedere sia per taglio che per flessione.

La crisi di taglio per fessurazione diagonale, che è una modalità di crisi tipica di pareti in muratura non armata soggette a carichi sismici, ha luogo dove le sollecitazioni principali di trazione, sviluppate nel muro in una combinazione di carichi verticali e orizzontali, superano la resistenza a trazione della muratura.

Appena prima del raggiungimento della soglia di resistenza laterale, si sviluppano nel muro delle tipiche crepe diagonali (lesioni a X) (fig. 1.1.2.; la X si forma per l'alternanza del verso dell'azione sismica durante l'evento).



Fig. 1.1.2. Rotture a Taglio per fessurazione diagonale [2]

Le lesioni possono o seguire le giunture di malta o passare attraverso gli elementi della muratura, o manifestarsi in entrambi i modi. Nei casi di una migliore resistenza a taglio e di un elevato rapporto momento/taglio, tuttavia, si verifica spesso il cedimento delle zone compresse alle estremità del muro, il che indica la modalità di crisi per flessione.

La muratura ordinaria è inoltre caratterizzata da scarsa duttilità. Sotto l'azione di forze orizzontali complanari, la duttilità è la capacità, dopo l'avvenuta plasticizzazione, di incrementare la deformazione sotto il valore costante dell'azione limite.

Per classificare il materiale murario, occorre definire i parametri meccanici caratteristici.

E' possibile fare riferimento alla Normativa vigente (D.M. 20.11.1987, D.M. 14.1.2008).

Resistenza caratteristica: a compressione f_k ; a taglio, f_{vk} ; moduli di elasticità longitudinale E e tangenziale G .

La f_k dipende sia dalla resistenza del blocco (artificiale o naturale) f_{bk} , sia dal tipo di malta (di maggiore o minore qualità). I moduli di elasticità sono esprimibili con le seguenti relazioni: $E = 1000 f_k$, $G = 0.4 E$.

Per gli edifici esistenti, fino a qualche tempo fa veniva fatto riferimento alla Circ. 21745 del 30.7.1981, che introdusse di fatto in Italia l'applicazione del metodo Por come tecnica di analisi antisismica degli edifici in muratura. Alcuni simboli non concordavano con il successivo D.M. 20.11.1987 (p.es. σ_k invece di f_k , o: τ_k invece di f_{vk}). Nella Circ. 21745, l'unico meccanismo resistente per azioni complanari considerato era il taglio per fessurazione diagonale.

La Circ.617 introduce una revisione significativa dei parametri meccanici e di resistenza delle murature, evoluzione di precedenti passaggi normativi (OPCM 3274/2003 e s.m.i., in particolare: OPCM 3431/2005). Più in dettaglio, in §C8A.2 vengono ridefinite la resistenza media a compressione (f_m), la resistenza a taglio media (τ_0) ed i moduli di elasticità E e G .

Nelle analisi non lineari di recente implementazione, sia per le murature nuove che per le esistenti viene fatto riferimento ai parametri medi, con la differenza che nel caso delle esistenti viene inoltre considerato un 'fattore di confidenza', maggiore nel caso di basso livello di conoscenza, che riduce i valori medi.

L'analisi strutturale dell'edificio in muratura è caratterizzata dai seguenti punti:

1. Definizione dell'oggetto di studio: edificio nuovo o esistente. In caso di edificio nuovo, il progetto architettonico prevede ogni particolare costruttivo; in caso di edificio esistente, il rilievo geometrico e le indagini eseguite sul posto o in laboratorio, si pongono l'obiettivo di descrivere nel modo migliore possibile l'organismo strutturale.
2. Identificazione dei vari componenti strutturali, primari (pareti, pilastri, archi) e secondari (orizzontamenti, coperture).
3. Schematizzazione della struttura portante.
4. Definizione delle azioni di progetto.
5. Analisi strutturale, per la determinazione delle sollecitazioni.
6. Verifiche di sicurezza.

7. In caso di verifica insufficiente, si procede: per i nuovi edifici, con la riprogettazione parziale o totale; per gli edifici esistenti, con lo studio dell'intervento di ristrutturazione e consolidamento.

L'organismo strutturale spaziale dell'edificio in muratura è composto da **solai** (= orizzontamenti) e **pareti** (= elementi verticali): entrambi elementi resistenti bi-dimensionali.

- Sia per i solai, sia per le pareti: comportamento: a **lastra**: per forze complanari; a **piastra**: per forze ortogonali.

- Nei confronti dei **carichi verticali**: **solai**: azioni ortogonali; **pareti**: azioni verticali complanari, e forze orizzontali ortogonali dovute a: eccentricità dei carichi sovrastanti per disassamento delle pareti che si corrispondono fra piani inferiore e superiore; eccentricità dei carichi di solaio (in genere il carico d'appoggio viene concentrato al bordo interno).

- Nei confronti dei **carichi orizzontali** (vento, sisma): **solai**: elementi strutturali di 'raccolta' delle forze orizzontali e della loro redistribuzione; **pareti**: ricevono le azioni sismiche: sotto queste sollecitazioni, devono garantire la resistenza dell'edificio.

- Si faccia riferimento a un insieme di pareti con sovrastante solaio (edificio a un solo piano), con elementi verticali pieni (fig. 1.1.3). Comportamento ideale: **scatolare**:

- il solaio è collegato non solo alle pareti che ne sostengono il carico verticale, ma anche alle altre;

- il solaio si può considerare 'infinitamente rigido' rispetto alle azioni complanari;

- tutte le pareti sono ben collegate fra loro:

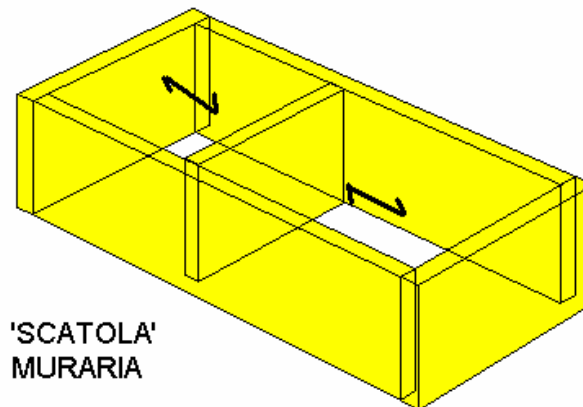


Fig. 1.1.3. Scatola muraria 'ideale': elementi verticali pieni con sovrastante orizzontamento, tutti tra loro ben collegati



- Comportamento per effetto del **sisma** (considerazioni analoghe per il vento):

- azioni sismiche: forze orizzontali agenti sugli impalcati;

(prodotte dalle masse: pesi propri delle strutture, carichi permanenti e variabili applicati).

Nei confronti dei solai, queste forze sono complanari: rispetto ad esse il comportamento del solaio è rigido;

- il solaio distribuisce le forze orizzontali alle pareti di controvento (parallele al sisma) che funzionano a 'lastra' (forze nel proprio piano), chiamando in causa la resistenza a taglio e a flessione nel proprio piano (azione globale);

- le pareti ortogonali al sisma sono comunque sollecitate da azioni ortogonali, almeno per il peso proprio (comportamento a 'piastra') (azioni locali): viene chiamata in causa la resistenza a flessione per azioni fuori piano;

- poiché il sisma avrà direzione generica, in generale le pareti riceveranno **azioni complanari** e **azioni ortogonali**;

- per verificare l'idoneità della struttura a sostenere azioni di tipo sismico occorre accertare la resistenza nei confronti sia delle azioni complanari, sia di quelle ortogonali.

Note le azioni (carichi verticali, forze e momenti - sia complanari sia ortogonali - prodotti dalle azioni orizzontali), è possibile studiare la risposta della parete muraria (tensioni e deformazioni), confrontando i valori di calcolo con le resistenze di progetto.

Negli **edifici reali** si evidenziano importanti questioni, alcune legate alla interpretazione della geometria e dei materiali, altre direttamente connesse ai modelli di calcolo utilizzati per l'analisi strutturale. Ad esempio:

⇒ Rilevare le reali strutture portanti; caratterizzare il materiale murario tramite idonei parametri meccanici; interpretare correttamente gli schemi statici (vincoli, carichi); studiare la risposta locale delle strutture (verifiche dei collegamenti, meccanismi di collasso).

⇒ Individuare, nelle murature 'forate', le pareti verticali effettivamente resistenti (i maschi murari); considerare la collaborazione delle fasce di piano (strisce o travi alte, elementi di sottofinestra).

1.2. ANALISI SISMICA: MECCANISMI DI PRIMO E DI SECONDO MODO

L'analisi strutturale antisismica degli edifici in muratura parte dalla constatazione dei danni sismici rilevati su questo tipo di edifici. Si distinguono:

- azioni **ortogonali** sui paramenti murari, con specifico riferimento al ribaltamento, alla pressoflessione ortogonale e alla crisi dei collegamenti (meccanismi di I modo, perché questi sono i danni più facilmente attivabili in caso di evento sismico, per gli edifici esistenti; per gli edifici nuovi, le moderne modalità costruttive stesse non consentono in genere l'innescio di questo tipo di meccanismi di danno);
- azioni **complanari** alle pareti; le pareti di controvento reagiscono alle azioni orizzontali (meccanismi di II modo).

L'analisi dei meccanismi locali consente di verificare le giunzioni e gli elementi singoli in modo da evitare la formazione di meccanismi di I modo e i conseguenti collassi parziali e permette di passare all'analisi di meccanismi di livello gerarchico superiore, nei quali la compartecipazione fra elementi diversi è assicurata.

Applicata in genere agli edifici esistenti, l'analisi dei meccanismi di primo modo ha lo scopo di mostrare il miglioramento sismico dell'edificio quando viene sottoposto ad interventi di consolidamento.

Occorre che allo Stato di Progetto si rilevi una vulnerabilità minore rispetto allo Stato Attuale, o equivalentemente che il moltiplicatore sismico di collasso sia maggiore dello stato precedente. Il moltiplicatore di collasso viene applicato al peso sismico ed è rappresentativo dell'azione sismica; esso può identificarsi come la percentuale di peso sostenibile come azione orizzontale.

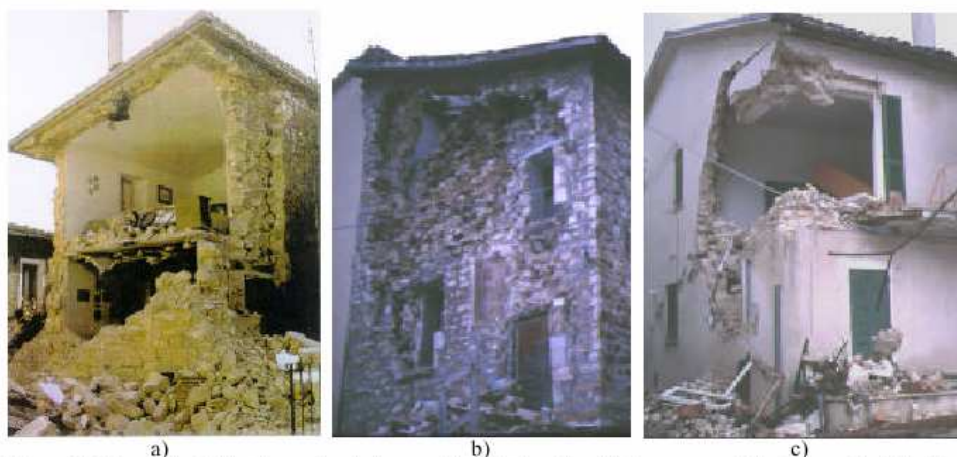


Figura 1. Meccanismi di collasso fuori piano evidenziati negli edifici non consolidati: a) crollo della facciata; b) espulsione del paramento; c) crollo dell'angolata.

Fig. 1.2.1. Meccanismi di collasso fuori piano (primo modo) [3]

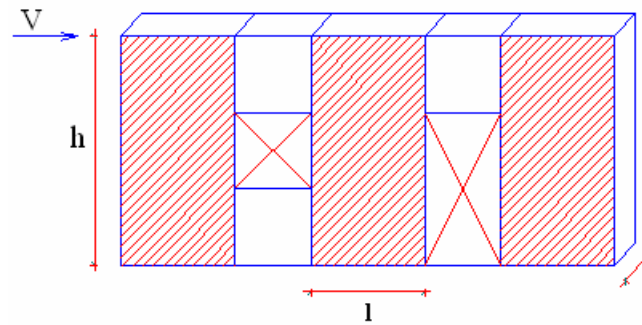
Il caso tipico è la resistenza di pareti in direzione ortogonale al piano: devono essere impediti sia il ribaltamento tramite la predisposizione di idonei vincoli di estremità della parete (ammorsature efficaci, connessioni travi-parete e solaio-pareti, e profilati con funzione di cordoli, cordoli), sia le flessioni verticali con formazioni di cerniere intermedie, sia le flessioni orizzontali nella sezione trasversale.

Una volta assicurato l'edificio dal punto di vista dei fenomeni locali, occorre verificare che il modello strutturale "più vincolato" determinatosi risponda agli obiettivi di sicurezza fissati: a tal fine si eseguono le analisi globali, che possono essere ad esempio di tipo non lineare, semplificate (come il Metodo Por), o generalizzate (come le più recenti Analisi Pushover).

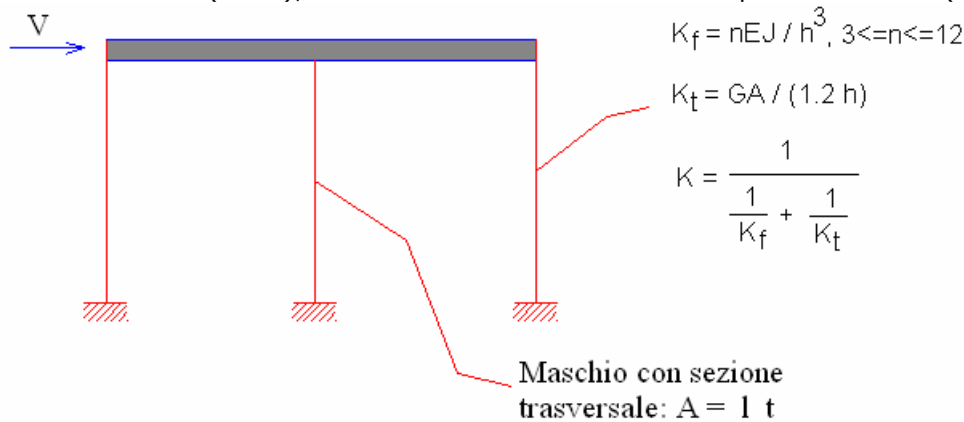
Nei paragrafi seguenti ci occuperemo esclusivamente dell'analisi globale, cioè della metodologia con cui può essere valutata la resistenza sismica dell'edificio in muratura considerato come organismo di pareti tra loro collaboranti.

1.3. IL COMPORTAMENTO NEL PIANO DELLA SINGOLA PARETE IN MURATURA

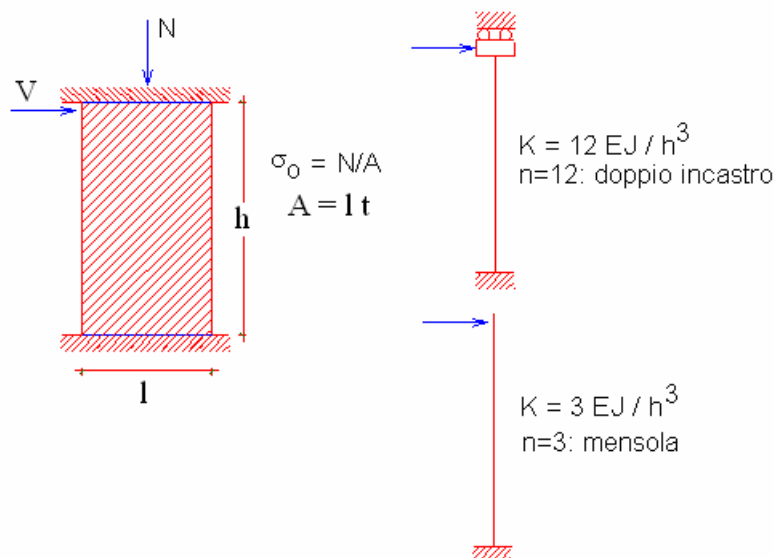
Come già illustrato, l'edificio in muratura può essere pensato come una scatola tridimensionale composta da vari paramenti verticali; in ogni piano, i paramenti verticali sono le 'pareti', costituite da superfici murarie ove possono essere praticate aperture. I principali elementi resistenti di una parete in muratura sono i maschi murari; la parete sottoposta ad un'azione orizzontale può essere vista composta da maschi reagenti in parallelo (fig. 1.3.1).


Fig. 1.3.1.

I maschi murari, rappresentabili schematicamente come elementi monodimensionali, si suppongono incastrati alla base e collegati in sommità dalla 'trave alta'. Sotto l'azione della forza orizzontale, i maschi si deformano diversamente a seconda che la sommità della parete possa considerarsi rigida oppure flessibile (fig. 1.3.2): si hanno quindi diversi valori della componente flessionale della rigidezza alla traslazione. Nel caso rigido il vincolo superiore è un incastro scorrevole ($n=12$); nel caso flessibile il maschio si comporta a mensola ($n=3$).


Fig. 1.3.2.

Tradizionalmente, nei metodi tipo Por si fa riferimento a $n=12$, vincolo di incastro scorrevole in sommità (modello shear-type). Si consideri il singolo maschio murario sottoposto all'azione di una forza orizzontale V (fig. 1.3.3).


Fig. 1.3.3.

Lo spostamento in sommità, componendo la deformazione flessionale e tagliante, è dato da:

$$(1) \quad \delta = \delta_M + \delta_T = V h^3 / (n EJ) + \chi V h / (GA), \quad \chi = 1.2, \quad 3 \leq n \leq 12$$

Ponendo $\delta=1$, si ottiene il valore della rigidezza alla traslazione:

$$(2) \quad K = 1 / [h^3 / (n EJ) + 1.2 h / (GA)]$$

La rigidezza elastica alla traslazione è uno dei tre parametri necessari per la definizione del comportamento strutturale del maschio murario. Infatti, è possibile assumere una legge costitutiva elastica perfettamente plastica, rappresentativa del comportamento sperimentale del pannello murario; questa legge è rappresentata dal diagramma Forza-Spostamento (fig. 1.3.4), per la definizione del quale occorrono i seguenti tre parametri:

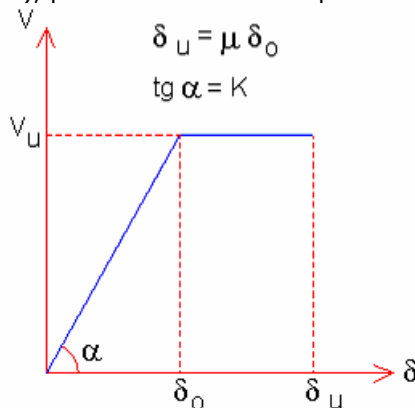


Fig. 1.3.4.

- la rigidezza elastica K , espressa dalla (2), che fornisce la pendenza del tratto inclinato del diagramma (campo elastico);

- la forza ultima V_u , che rappresenta la resistenza a taglio del maschio (3).

Seguendo le metodologie note nell'ambito dei metodi tradizionali (metodo Por, Circ.Min.LL.PP. n.21745 del 30.7.1981; più avanti saranno illustrate le evoluzioni della procedura secondo le più recenti conoscenze), si identifica la resistenza a taglio del maschio con la resistenza per fessurazione diagonale.

Il taglio ultimo è esprimibile con una relazione del tipo ($A = l t$):

$$(3) \quad V_u = A \tau_{0d} \sqrt{1 + \sigma_o / (b \tau_{0d})}$$

in funzione della resistenza a taglio di riferimento della muratura e della tensione normale media riferita all'area totale della sezione trasversale. Nella formulazione tradizionale del metodo Por, al posto di τ_{0d} (approccio attualmente seguito dalla nuova Normativa sismica: Circ.617, §C8.7.1.5) si utilizza la tensione tangenziale caratteristica τ_k (i cui valori di riferimento sono riportati nella Circ.Min.LL.PP. n.21745 del 30.7.1981): il significato è del tutto equivalente.

La duttilità μ , pari al rapporto tra spostamento ultimo δ_u e spostamento al limite elastico δ_o , veniva tradizionalmente assunta pari a 1.5 (per murature esistenti) e 2.0 (per murature nuove o consolidate). Secondo le metodologie più recenti, l'approccio in duttilità viene sostituito dal fissare lo spostamento ultimo come frazione dell'altezza del pannello. Si tratta comunque di approcci alternativi che possono essere anche considerati entrambi, nell'ottica comunque di rappresentare adeguatamente il tratto plastico di comportamento della parete.

Pertanto, noti: la geometria del maschio murario (l, t, h), la tipologia della muratura (τ_o, E, G, μ), il carico verticale (da cui: σ_o), il diagramma Forza-Spostamento risulta completamente definito.

1.4. COMPORTAMENTO DELLA PARETE COMPOSTA DA PIÙ MASCHI MURARI

Il comportamento strutturale della parete, costituita da più maschi in parallelo, viene definito a partire da quello dei singoli maschi.

Sotto l'azione di una forza orizzontale agente globalmente, la parete presenta uno spostamento comune a tutti i maschi. Ognuno reagisce con una forza dipendente dalla propria rigidezza alla traslazione. Pertanto, il diagramma Forza-Spostamento della parete si ottiene sommando i contributi resistenti di ciascun maschio (fig. 1.4.1).

Grazie al diagramma globale Forza-Spostamento, è possibile, noto il valore della forza orizzontale, ricavare il corrispondente spostamento della parete, mentre i vari contributi resistenti dei maschi murari vengono letti sui rispettivi diagrammi.

Per fissare le idee, si faccia riferimento al diagramma in fig. 1.4.1, costruito per l'esempio di 3 maschi.

Supponiamo che i singoli diagrammi Forza-Spostamento dei maschi siano quelli riportati in figura; vogliamo costruire il diagramma complessivo che descrive il comportamento della parete.

Fino al punto A si sommano i contributi resistenti elastici dei tre maschi. La fine della fase elastica è determinata dal raggiungimento del limite elastico per il maschio n.3.

Il punto B è caratterizzato dal raggiungimento del limite elastico per il maschio n.1; il punto C è determinato dal limite elastico del maschio n.2.

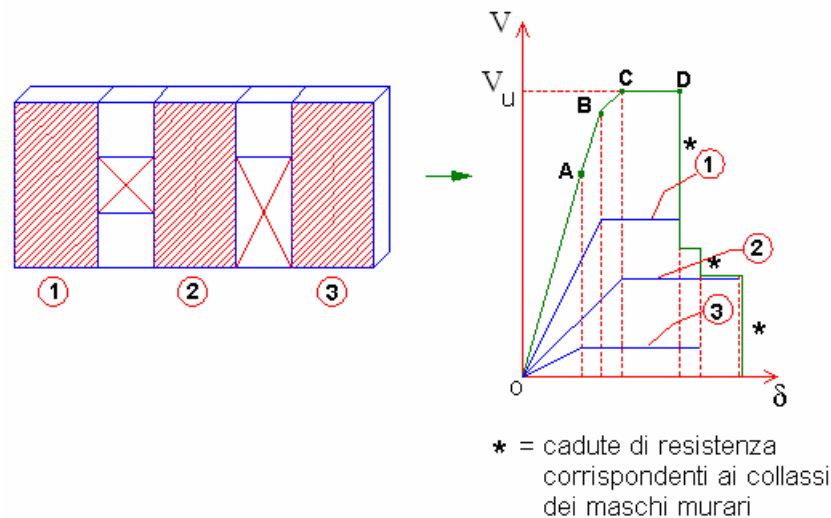


Fig. 1.4.1. Diagramma Forza-Spostamento globale

Successivamente, inizia un tratto orizzontale (fase perfettamente plastica): la forza corrispondente è la massima sviluppabile dalla parete nel suo complesso, ed è quindi la resistenza ultima della parete stessa. Il tratto orizzontale termina in D, dove viene a mancare il contributo del maschio n.1, giunto a rottura. Proseguendo oltre questo punto, il diagramma presenta scalini corrispondenti alle successive cadute di resistenza degli altri due maschi.

Il diagramma Forza-Spostamento globale OABCD descrive completamente il comportamento non lineare della parete muraria. Risulta evidente come soltanto considerando per ogni maschio murario la fase 'plastica' è possibile stimare correttamente forze e spostamenti sotto azioni orizzontali.

1.5. L'ORGANISMO MURARIO SPAZIALE: IL METODO POR

Una curva del tipo di fig. 1.4.1 potrebbe essere agevolmente costruita considerando non solo una parete, ma tutte le pareti che costituiscono l'organismo murario resistente del piano considerato. Semplicemente sommando i contributi di tutti i maschi murari di tutte le pareti, si giunge immediatamente alla curva di capacità complessiva. Questa procedura però è lecita solo se il centro delle rigidezze coincide con il baricentro (centro delle masse): infatti, viene considerata una traslazione orizzontale di tutti i maschi murari senza effetti torsionali. D'altra parte, la forza sismica per sua natura è applicata nel centro delle masse e produce non solo una traslazione ma anche una rotazione intorno al centro delle rigidezze. Pertanto, per estendere al caso spaziale la costruzione della curva di capacità, è necessario costruire un algoritmo che tenga conto degli effetti torsionali: il metodo Por, i cui dettagli matematici sono riportati in numerosi testi (si rimanda ad [4]).

In sintesi: si determinano i valori iniziali di piano (posizione baricentro, centro delle rigidezze, eccentricità e momento polare), quindi si esegue l'analisi separatamente nelle due direzioni X e Y, secondo il seguente procedimento.

Fra tutti i valori dello spostamento del centro delle rigidezze che portano ciascuna parete al proprio limite elastico, viene determinato quello minimo: esso segna la fine del comportamento elastico del complesso murario; si osservi che in questa prima fase le rigidezze che entrano in gioco per risalire dagli spostamenti alle forze sono quelle elastiche iniziali.

A partire dallo Stato Limite Elastico, si innesca un **procedimento incrementale** che consente di determinare le capacità reattive del complesso murario al Limite di Fessurazione ed a quello di rottura (Stato Limite Ultimo). Infatti, operando per incrementi prefissati dello spostamento del centro delle rigidezze, si segue il comportamento della struttura passo-passo, fino a che una parete non raggiunge uno spostamento pari ad 1.2 volte il suo spostamento al limite elastico, soglia convenzionale per indicare lo stato limite di fessurazione.

Il procedimento quindi riprende, e lo Stato Limite Ultimo verrà raggiunto quando si avrà nel corso di più iterazioni un aumento della deformazione in presenza di forza reattiva stazionaria oppure decrescente. Lo Stato Limite Ultimo viene quindi identificato con la configurazione corrispondente alla massima forza reattiva sviluppabile dall'organismo murario, prima di iniziare eventualmente a decrescere.

La verifica risulta soddisfatta quando la forza reattiva del generico piano risulta maggiore del tagliante sismico, cioè della somma delle forze di natura sismica agenti superiormente fino a tale piano.

Evidentemente, in tale procedimento è necessario mettere in conto il comportamento plastico di quei pannelli che superano, per effetto dello spostamento δR , il proprio limite elastico: questo è possibile sostituendo alla rigidezza K_0 la rigidezza secante $K(\delta)$, valutata in modo convenzionale come indicato in figura 10, ed espressa dunque da:

$$(4) \quad \begin{aligned} K &= K_0 = \operatorname{tg} \alpha_0 = V_u / \delta_0, \text{ per: } \delta \leq \delta_0 \\ K &= K(\delta) = \operatorname{tg} \alpha = V_u / \delta, \text{ per } \delta_0 < \delta \leq \mu \delta_0 \end{aligned}$$

(Oltre alla rigidezza secante, utilizzata direttamente nella procedura, si può definire una rigidezza tangente, nulla in fase plastica). Dopo il limite elastico, la rigidezza di una parete è quindi funzione dello spostamento, mentre la capacità reattiva corrispondente resta costantemente pari a V_u .

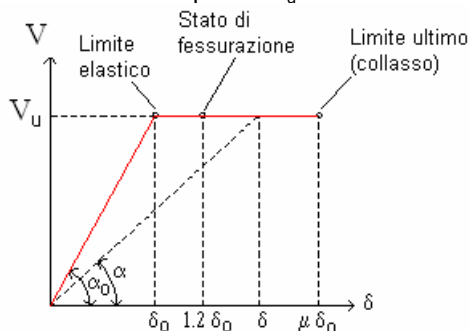


Fig. 1.5.1. Diagramma taglio-spostamento e calcolo della rigidezza

Ad ogni passo del procedimento è necessario aggiornare la posizione del centro delle rigidzze R in relazione ai valori "attuali" delle rigidzze (valutate con la (4)) delle pareti che sono impegnate oltre il limite elastico. Per descrivere il comportamento del piano i -esimo dell'edificio sottoposto all'azione sismica agente secondo la direzione X o Y , si utilizza il Diagramma forza-spostamento V - δ (V = taglio, δ = spostamento del punto di controllo, coincidente col centro di massa del piano).

Questo diagramma costituisce l'estensione al caso spaziale della curva di fig. 1.4.1, e viene costruito passo dopo passo nel corso del calcolo Por, riportando in corrispondenza di ogni spostamento orizzontale δ , nella direzione del sisma, del baricentro di piano G la forza reattiva V complessivamente sviluppata dall'organismo murario.

Con riferimento al diagramma di fig. 1.5.2, si riassume nuovamente la procedura.

Il Por procede per incrementi successivi dello spostamento del centro delle Rigidzze R ; per ogni spostamento di R si calcola lo spostamento di G , secondo le relazioni già formulate; in generale lo spostamento di G non coincide con quello di R a causa degli effetti torsionali.

Nei passi che si susseguono durante il procedimento, finché gli spostamenti di ognuna delle pareti resistenti (corrispondenti allo spostamento di R) si trovano in campo elastico, il diagramma complessivo è costituito da una retta che parte dall'origine ed ha pendenza pari alla rigidzza complessiva.

Successivamente, via via che alcune pareti escono dalla fase elastica ed entrano in quella plastica, il diagramma complessivo si appiattisce, fino a mostrare cadute in corrispondenza della crisi finale di alcune pareti.

Non sempre la crisi di alcune pareti segna la fine del procedimento; in altri termini non è detto che lo Stato Limite Ultimo si verifichi in corrispondenza del primo collasso (situazione che definisce, invece, lo Stato Limite di Collasso Prima Parete).

Infatti può darsi che, incrementando ancora gli spostamenti di piano, pur essendo venuto a mancare il contributo di resistenza da parte dei maschi collassati, globalmente la forza reattiva continui a crescere (per esempio, maschi molto più resistenti di quelli collassati potrebbero addirittura essere ancora in fase elastica).

Ad un certo passo, tuttavia, si giungerà sicuramente al termine del procedimento: la forza reattiva cade bruscamente in corrispondenza del collasso dei principali maschi, magari dopo un tratto di stazionarietà (corrispondente ad esempio a tutti i maschi in fase plastica).

Si comprende come il diagramma V - δ così determinato caratterizzi il comportamento del piano dell'edificio nella direzione di verifica esaminata. Esso può essere rivisto come somma dei contributi dei diagrammi V - δ delle singole pareti.

Si ripete ancora che se non vi fossero effetti torsionali, un dato spostamento di R coinciderebbe con lo spostamento di G (perché si avrebbe in tal caso $R = G$) e con lo spostamento del baricentro di tutti i maschi.

Per costruire il diagramma V - δ sarebbe quindi sufficiente riportare sul piano cartesiano tutti i diagrammi delle singole pareti e sommarne i contributi, dal momento che lo spostamento particolare coinciderebbe per tutte le pareti, e si opererebbe - come già detto - come in fig. 1.4.1.

A causa degli effetti torsionali dovuti all'organizzazione in pianta dell'organismo murario, che sono quasi sempre presenti e che comunque per generalità dobbiamo considerare, la costruzione del diagramma V - δ non è immediata e deve essere appunto determinata per punti; ogni punto corrisponde ad un passo del calcolo Por.

Nella figura seguente vengono riportate le caratteristiche descritte del diagramma V - δ .

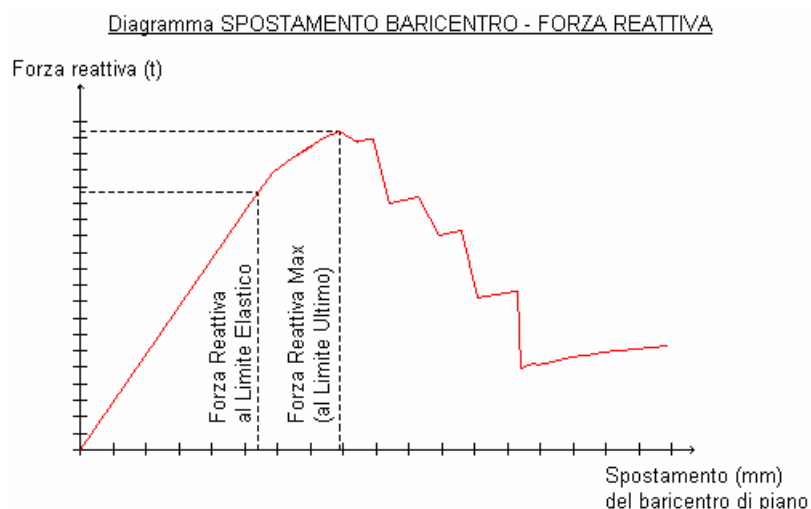


Fig. 1.5.2. Diagramma V- δ : curva taglio-spostamento secondo il metodo Por

Il **metodo Por** costituisce a tutti gli effetti una analisi statica non lineare spaziale, caratterizzata da alcune **ipotesi fondamentali**:

1. l'analisi strutturale viene eseguita separatamente per ogni singolo piano (meccanismo di piano);
2. il taglio ultimo è determinato esclusivamente dal meccanismo di fessurazione diagonale, senza alcun riferimento alla flessione o al taglio per scorrimento;
3. il vincolo delle pareti è di tipo shear-type, cioè a doppio incastro (incastro alla base e incastro scorrevole in sommità);
4. in una qualsiasi parete, lo sforzo normale è considerato costante e pari al valore statico (non viene modificato dall'azione sismica); questa ipotesi è direttamente collegata allo schema shear-type;
5. le pareti resistenti (maschi) seguono una legge taglio-spostamento orizzontale del tipo a bilatera, cioè una legge costitutiva elastica perfettamente plastica;
6. i solai devono essere infinitamente rigidi nel proprio piano, in modo che la forza orizzontale venga ripartita fra le varie pareti in base alla rigidezza;
7. le pareti sono di sezione rettangolare costante nell'interpiano;
8. le forze sismiche sono applicate solo a livello degli impalcati.

Queste ipotesi rendono il metodo Por applicabile con successo soltanto ad una classe limitata di edifici, caratterizzati da pareti tozze (larghezza prevalente sull'altezza) con comportamento prevalente a taglio, con impalcati rigidi, e con basso numero di piani (1-2).

E' quindi evidente come sia auspicabile definire un metodo esteso, in grado di rimuovere le limitazioni più restrittive. In particolare, **il nuovo metodo deve intervenire sui primi 4 punti**:

1. deve considerare la modellazione dell'edificio nel suo complesso, e non ogni piano singolarmente rispetto all'altro. Solo in questo modo sarà possibile evitare la violazione di equilibri locali e globali;
2. oltre al taglio per fessurazione diagonale, deve considerare le altre possibili cause di collasso: la pressoflessione complanare e ortogonale, nonché il taglio per scorrimento. Inoltre, eventuali maschi murari in trazione devono essere considerati non reagenti;
3. deve consentire la rotazione dei nodi di base e di sommità dei maschi murari, qualora tali gradi di libertà assumano valenza significativa (p.es. in caso di pareti snelle e di fasce orizzontali deboli);
4. lo sforzo normale nei maschi murari deve poter variare in conseguenza dell'azione sismica.

Nei paragrafi seguenti si illustra come, partendo da una modellazione agli elementi finiti 'a telaio equivalente', sia possibile giungere alla formulazione di un'analisi non lineare generalizzata, costituente a tutti gli effetti l'estensione del metodo Por. Questa estensione costituisce di fatto il passaggio concettuale dall'approccio proposto dalla Normativa tradizionale (D.M. 16.1.1996, Circ.Min.LL.PP. n.21745 del 30.7.1981) alle metodologie di nuova generazione (D.M. 14.1.2008, EuroCodice 8).

1.6. IL MODELLO A TELAIO EQUIVALENTE: APPLICAZIONE DEL METODO DEGLI ELEMENTI FINITI

I metodi agli elementi finiti costituiscono il nucleo operativo di tutti i metodi moderni di analisi strutturale. Anche il metodo Por illustrato al paragrafo precedente è, in effetti, un'applicazione del metodo agli elementi finiti: i maschi murari sono 'aste' collegate in sommità da travi infinitamente rigide, e incastrate alla base.

Più in generale, un edificio in muratura può essere rappresentato da un insieme di elementi monodimensionali verticali e orizzontali, fra loro collegati nei nodi. Viene così a costituirsi un reticolo ad elementi finiti, in modo del tutto analogo alla schematizzazione dei telai in acciaio o in cemento armato.

Vi sono numerosi vantaggi nell'adozione del metodo con elementi monodimensionali: è pur vero che la muratura è formata da strutture a sviluppo superficiale, ma la modellazione bidimensionale è molto impegnativa dal punto computazionale. Inoltre, richiede algoritmi ad elementi finiti in grado di tener conto della non linearità del materiale e della non resistenza a trazione, caratteristiche di analisi molto più agevolmente implementate nel modello semplificato a telaio. In aggiunta, si consideri che tutte le verifiche di resistenza vengono svolte integrando le tensioni sulla sezione trasversale della parete (per ottenere sforzo normale, taglio, momento flettente) e quindi di fatto ci si riconduce a caratteristiche di sollecitazione che nel modello a telaio sono invece direttamente fornite dall'analisi. Ma l'osservazione più importante consiste nella possibile illusione di risultati più precisi con modelli più sofisticati: in effetti, il problema della schematizzazione della muratura è legato alla conoscenza corretta dei parametri meccanici in gioco, oltre che delle situazioni di geometria, vincoli e carichi; e soprattutto per gli edifici esistenti può essere fuorviante associare modelli troppo accurati a parametri incerti. Oltretutto, la geometria irregolare degli edifici esistenti viene descritta con grande difficoltà da elementi bidimensionali che in genere hanno spessore costante e devono raccordarsi nei nodi d'angolo.

Per tutta questa serie di motivi, il modello a telaio equivalente è visto favorevolmente anche dalle più recenti indicazioni normative, e può costituire una base importante per la definizione di un metodo comprensibile a pieno in ogni suo aspetto, inclusi i vari passi eseguiti durante l'analisi non lineare. Sul modello a telaio equivalente per gli edifici in muratura, si segnala l'importante lavoro edito dal Gruppo Nazionale per la Difesa Terremoti [5].

1.6.1. RICHIAMI SUL METODO DEGLI ELEMENTI FINITI

Il metodo degli elementi finiti (FEM) è una generalizzazione del metodo matriciale degli spostamenti utilizzato nell'analisi strutturale. Il concetto basilare del FEM è che la struttura viene considerata come un assemblaggio di pezzi discreti, chiamati elementi, interconnessi in un numero finito di punti o nodi. Nei modelli monodimensionali, gli elementi sono le aste ed i nodi sono le connessioni fra le aste.

Imponendo l'equilibrio ad ogni nodo, le matrici di rigidezza dei singoli elementi sono assemblate in un unico sistema di equazioni lineari che, risolto rispetto agli spostamenti nodali incogniti, fornisce le deformazioni e le sollecitazioni relative ad ogni singolo elemento. Le deformazioni della struttura sono rappresentate dai movimenti dei nodi. Questi movimenti sono noti come gradi di libertà. Nei programmi agli elementi finiti i gradi di libertà sono le incognite principali dell'analisi e possono includere sia le componenti traslazionali che rotazionali.

Il metodo degli elementi finiti può essere così riassunto:

- schematizzazione della struttura mediante nodi ed elementi;
- creazione della matrice di rigidezza di ogni singolo elemento utilizzato;
- assemblaggio e risoluzione del sistema lineare di equazioni di equilibrio globale ottenuto: $\mathbf{K} \mathbf{u} = \mathbf{F}$

dove \mathbf{K} è la matrice delle rigidezze globale, \mathbf{u} è il vettore degli spostamenti incogniti, ed \mathbf{F} è il vettore delle azioni nodali esterne.

Trattandosi del metodo degli spostamenti, il numero delle incognite è tanto minore quanto più le strutture sono vincolate, ossia tanto maggiore quanto più elevato è il numero di movimenti indipendenti.

Gli edifici con piani rigidi sottoposti ad azioni orizzontali (come le azioni sismiche), e quindi con spostamenti orizzontali, consentono la riduzione del numero dei gradi di libertà, in quanto per ogni impalcato gli spostamenti orizzontali indipendenti sono quelli del nodo cosiddetto 'master' (coincidente generalmente con il centro di massa, che in sismica è il punto di applicazione della forza d'inerzia) cui sono legati, con relazioni rigide, gli spostamenti orizzontali dei nodi 'slave', cioè di tutti gli altri nodi di impalcato.

Se quindi ad un piano dell'edificio vi sono ad esempio 50 nodi effettivi + 1 nodo master di riferimento, gli spostamenti orizzontali incogniti sono solo 3 (lungo gli assi X, Y e la rotazione intorno all'asse Z verticale) anziché $50 \times 3 = 150$.

Qualora i piani non siano rigidi, in analisi sismica le masse devono essere considerate vibranti nella loro posizione reale, con aumento del numero dei gradi di libertà. Tuttavia, tali situazioni possono essere affrontate anche

scomponendo la struttura in telai piani e analizzando singole parti, dal momento che comunque gli elementi non possono collaborare tra loro in base alle rigidezze.

La formulazione $Ku=F$ è tipica dei sistemi lineari. Le **analisi lineari** costituiscono la prima classe di metodi utilizzati in ingegneria sismica. Si articolano in due tipi: analisi statica equivalente, ed analisi dinamica modale.

L'**analisi statica equivalente** prevede l'utilizzo di forze che approssimano il primo modo di vibrare (che viene stimato solo indicativamente, per la definizione dell'accelerazione strutturale attraverso gli spettri di risposta), secondo una distribuzione 'triangolare' che associa alla sommità le forze d'inerzia maggiori. Le forze orizzontali vengono applicate all'edificio, ed il problema matematico viene risolto, fino alle sollecitazioni e alle conseguenti verifiche.

In **analisi dinamica modale**, prima della definizione delle forze orizzontali rappresentative dell'azione sismica, viene eseguita un'analisi dei modi di vibrare della struttura.

Le oscillazioni libere di un sistema elastico lineare si possono considerare come la sovrapposizione di 'oscillazioni semplici', ciascuna delle quali corrisponde ad una ben determinata forma o deformata (modo), cioè tale che il rapporto fra gli spostamenti di due parti qualsiasi resta costante nel tempo. A ciascuna oscillazione corrisponde un periodo. Lo studio della dinamica della struttura elastica attraverso i suoi modi principali, prende il nome di analisi modale.

I modi di vibrare dipendono dalle caratteristiche di rigidezza e inerziali (masse) del sistema, e vengono calcolati risolvendo appositi problemi agli autovalori.

Il primo modo di vibrare, quello caratterizzato dal periodo più elevato (il maggiore dei periodi delle oscillazioni libere della struttura), è generalmente il più importante perché ad esso corrispondono forze d'inerzia maggiori.

Le forze da applicare staticamente alla struttura per risolvere poi il sistema di equilibrio, vengono calcolate considerando tutti i modi significativi della struttura stessa, cioè il primo modo e tutti quelli successivi necessari per movimentare una percentuale elevata (85%) delle masse.

Ovviamente, nelle analisi spaziali esistono modi di vibrare secondo X, secondo Y e torsionali qualora il centro delle rigidezze non coincida con il centro di massa.

Comunque, definite le forze 'statiche', da questo punto in poi l'analisi dinamica modale è del tutto analoga alla 'sismica statica equivalente'.

Il **calcolo delle forze sismiche** da applicare alla struttura dipende dagli spettri di progetto, cioè da relazioni che forniscono l'accelerazione strutturale in funzione di alcuni fattori, di cui i principali sono: periodo della struttura (noto dall'analisi modale o da stime approssimate), accelerazione al suolo (nota dalla classificazione sismica della zona di ubicazione dell'edificio), caratteristiche del terreno.

Trattandosi di forze d'inerzia, nota l'accelerazione strutturale possono essere definite tali forze, per la successiva risoluzione statica della struttura.

Una caratteristica delle analisi lineari è l'**ipotesi di elasticità della struttura**: i due aspetti sono direttamente collegati. Se non è possibile ipotizzare una proporzionalità indefinita fra forze e spostamenti, necessariamente occorre passare ad **analisi non lineari**, che tengano cioè conto del reale comportamento della struttura. Sotto l'azione di forze crescenti, zone della struttura possono plasticizzarsi o collassare o comunque divenire non reagenti, in modo tale che la risposta a livello di spostamento deve essere valutata sulla base di rigidezze 'aggiornate' che tengano conto dell'evoluzione della struttura nel corso dell'analisi. In altre parole, in un elemento collassato cambiano i vincoli interni e quindi la sua rigidezza, che deve essere via via modificata perché la risposta della struttura sia correttamente valutata.

Il sistema solutore diviene: $K(u)u = F$, dove la rigidezza dipende dallo spostamento.

La non linearità non permette più la soluzione in un sol passo del sistema: date le forze esterne, calcolare gli spostamenti. A tale livello di forze bisogna arrivare attraverso un incremento progressivo, in modo da aggiornare passo dopo passo le rigidezze e quindi ottenere la reale risposta del sistema.

Anzi, la costruzione di un diagramma forza-spostamento per una struttura sottoposta ad analisi non lineare prescinde dal livello di forza sismica richiesta: è in realtà una caratteristica intrinseca della struttura, legata alle sue capacità resistenti. Costruita la curva, detta appunto: **curva di capacità**, si potrà operare un confronto con l'azione sismica di progetto.

1.6.2. LA MURATURA RICHIEDE UN'ANALISI SISMICA NON LINEARE

Abbiamo visto, al paragrafo precedente, come la legge di comportamento meccanico degli elementi murari non sia lineare (modello elasto-plastico). La crisi per taglio o per flessione può invalidare la resistenza di un elemento, delegando ad altri elementi ancora resistenti la capacità di sostenere l'azione sismica. La non reagenza a trazione della muratura può annullare di colpo rigidezze e resistenze di elementi che siano soggetti, nel corso dell'evento sismico, a deformazioni di trazione.

Ne consegue che le analisi lineari necessariamente non colgono la capacità resistente della struttura. Non si può risolvere linearmente la struttura 'ricordandosi' della non resistenza a trazione del materiale solo nelle verifiche finali.

Oltretutto, i risultati ottenuti possono essere veramente scarsi: è sufficiente che un piccolo elemento, magari un maschio di secondaria importanza, sia non verificato, per abbassare di fatto il livello di azione sismica sostenibile dall'edificio, la cui resistenza deve essere, nel contesto lineare, identificata con quella della sua parte più debole.

Per tali motivi, la muratura viene studiata appropriatamente solo con l'analisi non lineare (infatti già il metodo Por operava in tale campo).

1.6.3. IL MODELLO A TELAIO EQUIVALENTE



Fig. 1.6.1.

Nella fig. 1.6.1, l'edificio in muratura è schematizzato con un **modello tridimensionale agli elementi finiti**; in figura viene evidenziato come il modello sia riconducibile a un **assemblaggio di telai piani**, dove ogni telaio rappresenta un paramento murario verticale. Le aste verticali sono i maschi murari, quelle orizzontali le fasce di piano (o 'strisce').

Questo modello strutturale rappresenta in modo adeguato la distribuzione di massa e rigidezza effettiva, attraverso elementi resistenti piani a telaio o a parete connessi da diaframmi orizzontali.

Gli edifici regolari possono essere analizzati considerando due modelli piani separati, uno per ciascuna direzione principale; analisi 2D vengono anche eseguite nei casi di edifici con impalcati deformabili.

Nel modello tridimensionale, se i diaframmi orizzontali sono sufficientemente rigidi, i gradi di libertà possono ridursi a tre per impalcato, concentrando masse e inerzie rotazionali nel baricentro di piano.

Nella fig. 1.6.2 si illustra un particolare paramento murario (si tratta del prospetto frontale), e si evidenziano alcune caratteristiche della schematizzazione a telaio.

Considerando che gli elementi nodo siano infinitamente rigidi e resistenti, è possibile modellarli numericamente introducendo tratti rigidi (offsets) alle estremità degli elementi maschio e fascia.

Nel modello tridimensionale, i tratti rigidi devono poter essere definiti diversamente nei due piani di inflessione complanare e ortogonale alla parete; infatti, in generale, mentre per azioni complanari si considera l'irrigidimento di nodo corrispondente alle zone di intersezione maschio/fascia, invece per azioni ortogonali si adotta frequentemente un'altezza efficace (parte deformabile) pari all'altezza libera di interpiano.

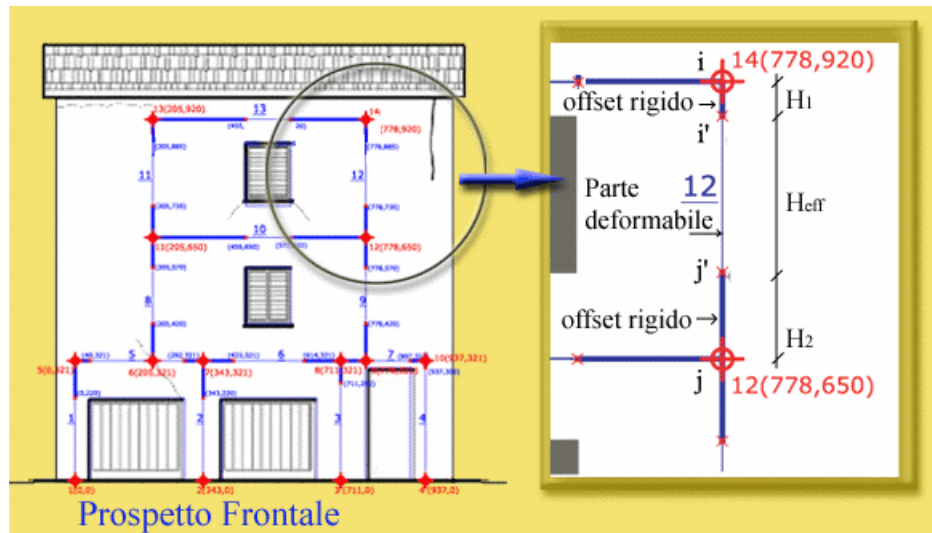


Fig. 1.6.2.

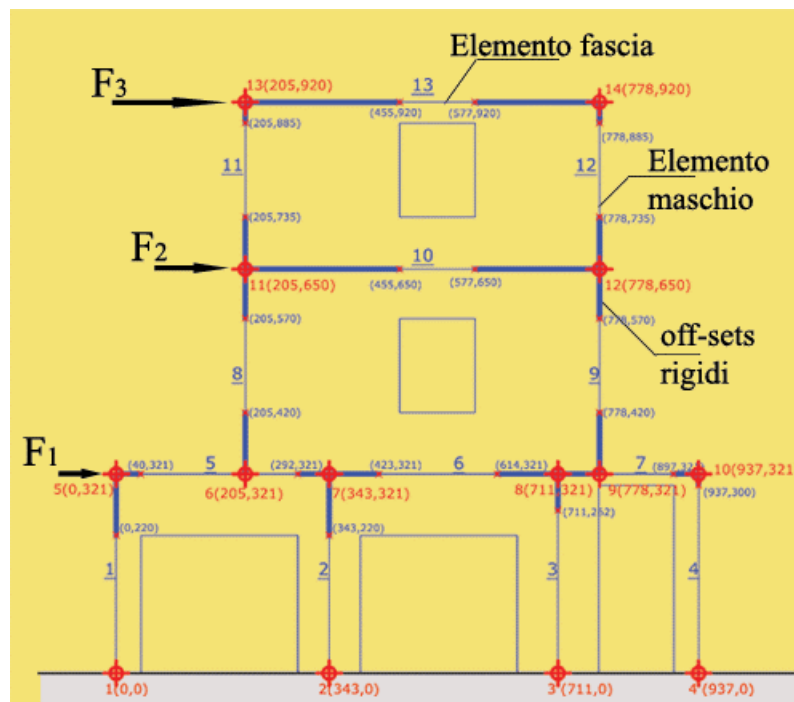


Fig. 1.6.3.

La fig. 1.6.3 evidenzia in maggior dettaglio lo schema strutturale; possono rilevarsi la numerazione dei nodi e delle aste, nonché la **definizione dei tratti rigidi**. Il modello potrà considerare che le pareti siano incastrate alla base; in generale, potrà essere considerato anche l'inserimento di travi alla Winkler; in particolare, anche tali travi di fondazione potranno essere caratterizzate da tratti rigidi, in corrispondenza delle zone di imposta delle pareti, mentre la luce deformabile potrà coincidere con l'apertura sovrastante (coincidenti ad esempio con le porte di accesso al piano terreno).

Nella fig. 1.6.4, vengono evidenziate alcune **caratteristiche delle modalità di schematizzazione tridimensionale**. Le pareti composte da muri intersecanti possono essere scomposte in maschi semplici a sezione rettangolare, analogamente alle analisi con metodi tipo Por. La continuità fra gli spostamenti verticali dei due muri ortogonali può essere imposta al livello dei solai mediante gli offsets rigidi. Tale opzione consente di rappresentare in modo efficace l'eventuale "buon ammorsamento" fra le pareti.

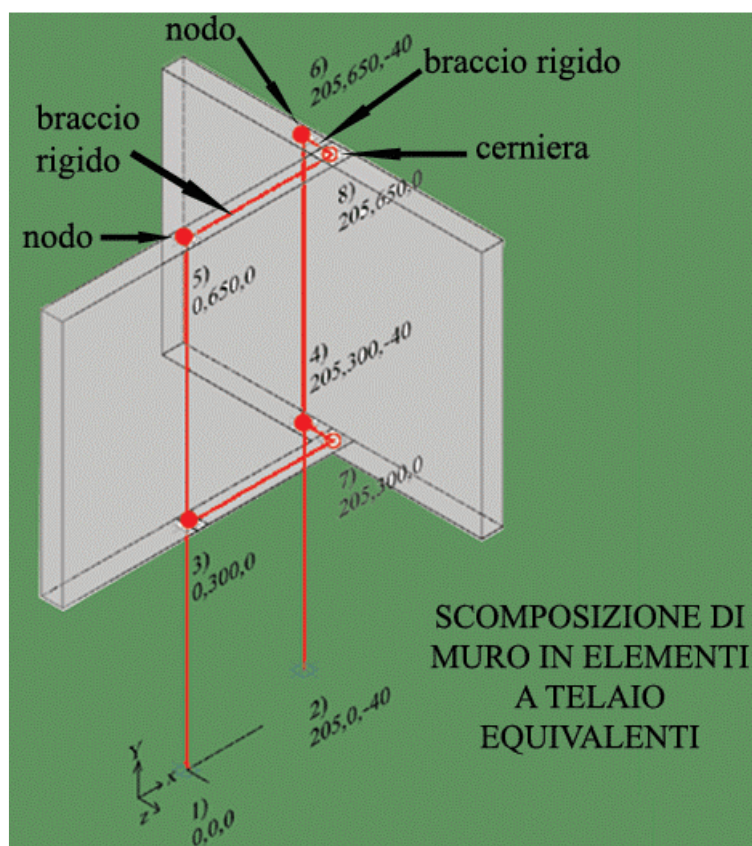


Fig. 1.6.4.

1.6.4. ANALISI STATICHE NON LINEARI EVOLUTE (ANALISI PUSHOVER)

Il concetto alla base dell'analisi sismica statica non lineare è che la capacità complessiva della struttura di sostenere le azioni sismiche può essere descritta dal comportamento della stessa sottoposta ad un sistema di forze statiche equivalenti incrementate fino a raggiungere il collasso, inteso come incapacità di continuare a sostenere i carichi verticali.

'Analisi pushover' significa 'analisi di spinta', intendendo appunto per 'spinta' l'applicazione delle forze orizzontali progressivamente incrementate.

Il sistema di forze in questione deve simulare in modo il più possibile realistico gli effetti di inerzia prodotti dal sisma nel piano orizzontale; essi, a loro volta, dipendono dalla risposta stessa della struttura, per cui il sistema di forze dovrebbe cambiare durante l'analisi: ciò corrisponde ad un adattamento della distribuzione delle forze al livello di danneggiamento (pushover adattivo).

I vari tipi di distribuzione di forze che possono essere considerati per l'analisi pushover sono descritti nel seguito.

La procedura può essere svolta attraverso una serie di analisi elastiche sequenziali sovrapposte dove il modello matematico della struttura (più precisamente la matrice di rigidezza), viene continuamente aggiornato, per tener conto della riduzione di rigidezza degli elementi che entrano in campo plastico.

La capacità di una struttura è pertanto rappresentata mediante una curva (**curva di capacità**) che ha come grandezze di riferimento il taglio alla base e lo spostamento di un punto di controllo dell'edificio (generalmente scelto come punto in copertura, per esempio coincidente con il baricentro dell'impalcato di copertura).

La curva di capacità è quindi una caratteristica 'intrinseca' della struttura, che non dipende dall'input sismico. Essa dovrà in qualche modo essere utilizzata per verificare l'idoneità antisismica della struttura.

Infatti, la curva di capacità può essere vista come un mezzo per ridurre una risposta complessa di un sistema a molti gradi di libertà, ad un legame tipico di un oscillatore non lineare ad un grado di libertà.

In tal modo, viene reso possibile un diretto confronto con la domanda sismica rappresentata in termini di spettro di risposta.

La domanda sismica, o domanda di spostamento (**target displacement**), rappresenta lo spostamento che, secondo l'input sismico, la struttura è chiamata a sostenere. Più avanti verrà descritto il metodo secondo il quale è possibile effettuare il confronto fra capacità (=della struttura) e domanda (=spostamento richiesto alla struttura) per eseguire la verifica antisismica dell'edificio.

1.6.4.1. COSTRUZIONE DELLA CURVA DI CAPACITÀ

In sintesi, la costruzione della curva di capacità è basata su un processo incrementale che simula la spinta orizzontale di forze statiche, equivalenti al sisma, su una struttura. Dopo ogni incremento del sistema di forze applicate, si verificano le condizioni dei componenti della struttura e si effettuano gli opportuni aggiornamenti del modello.

L'analisi si arresta quando vengono raggiunte particolari condizioni limite.

E' possibile adottare l'impostazione della metodologia a telaio equivalente, già utilizzata per le analisi lineari.

Seguendo una traccia metodologica derivata da [6] e definita dal documento 'ATC 40', agli elementi murari viene attribuito comportamento bilineare elastico-perfettamente plastico, quindi con rigidità tangente costante nella fase elastica, e nulla nella fase plastica: questo tipo di comportamento è noto già dall'utilizzo nel metodo Por.

Viene quindi eseguita una serie di analisi elastiche sovrapposte, secondo il seguente algoritmo.

L'algoritmo vale sia per casi spaziali che piani; ovviamente, nel caso piano vi è un'unica direzione orizzontale di riferimento (p.es. la X se si fa riferimento al piano XZ).

1.6.4.2. ALGORITMO DI ANALISI PUSHOVER

1. Si fissa una direzione di analisi (X o Y), ed una specifica distribuzione di forze, che determina i rapporti fra le forze via via incrementate ai vari piani. L'aumento progressivo del taglio globale si traduce quindi in corrispondenti aumenti delle forze di piano. Si fissa anche l'incremento di taglio (p.es.: $\Delta V = 5000$ kgf).

La distribuzione di forze (vd. par. 1.6.4.4) può essere calibrata sulla forma modale.

Per edifici con molti piani o con forti irregolarità bisogna considerare anche gli effetti dei modi superiori al modo fondamentale (attraverso l'utilizzo di specifiche distribuzioni di forze); negli altri casi è possibile limitare la forma modale al modo fondamentale (il primo modo di vibrare nella direzione di analisi prefissata).

2. Risoluzione della struttura sottoposta ai carichi di gravità (combinazione secondo i coefficienti sismici dei carichi verticali, permanenti e variabili).

3. Applicazione dell'incremento di taglio globale, distribuito fra i vari piani in forze legate tra loro da rapporti corrispondenti alla distribuzione prescelta, e risoluzione della struttura.

4. Calcolo delle sollecitazioni complessive negli elementi strutturali, dovute alla combinazione del sistema di forze orizzontali con i carichi di gravità.

Ad ogni passo del procedimento, le sollecitazioni e gli spostamenti incrementali (corrispondenti all'incremento di taglio globale alla base) vengono sommati ai corrispondenti valori del passo precedente (=il passo (0) si identifica con la struttura sottoposta ai soli carichi di gravità), ottenendo così sollecitazioni e deformazioni complessive utilizzate ai punti 5. e 6.

5. Calcolo del taglio alla base V_b e dello spostamento d_c (=spostamento del punto di controllo, p.es. baricentro in copertura); la coppia (d_c , V_b) è un punto della curva di capacità.

6. Verifica di sicurezza degli elementi resistenti (maschi murari).

Gli elementi murari vengono sottoposti alle seguenti verifiche: **complanari**: pressoflessione, taglio per scorrimento, taglio per fessurazione diagonale; **ortogonali**: pressoflessione ortogonale (per la pressoflessione ortogonale si segue una legge costitutiva elasto-fragile, senza tratto plastico); **deformazione per trazione** (vd. par. 1.6.4.3).

Se le verifiche sono tutte soddisfatte, la configurazione vincolare interna dell'elemento resta invariata.

Quando una verifica complanare, a taglio o a pressoflessione, non è più soddisfatta, viene registrata la fine del campo elastico ed il passaggio alla fase plastica. E' necessario inserire nel modello cerniere plastiche che descrivono deformazioni in progressivo incremento sotto corrispondenti azioni interne costanti.

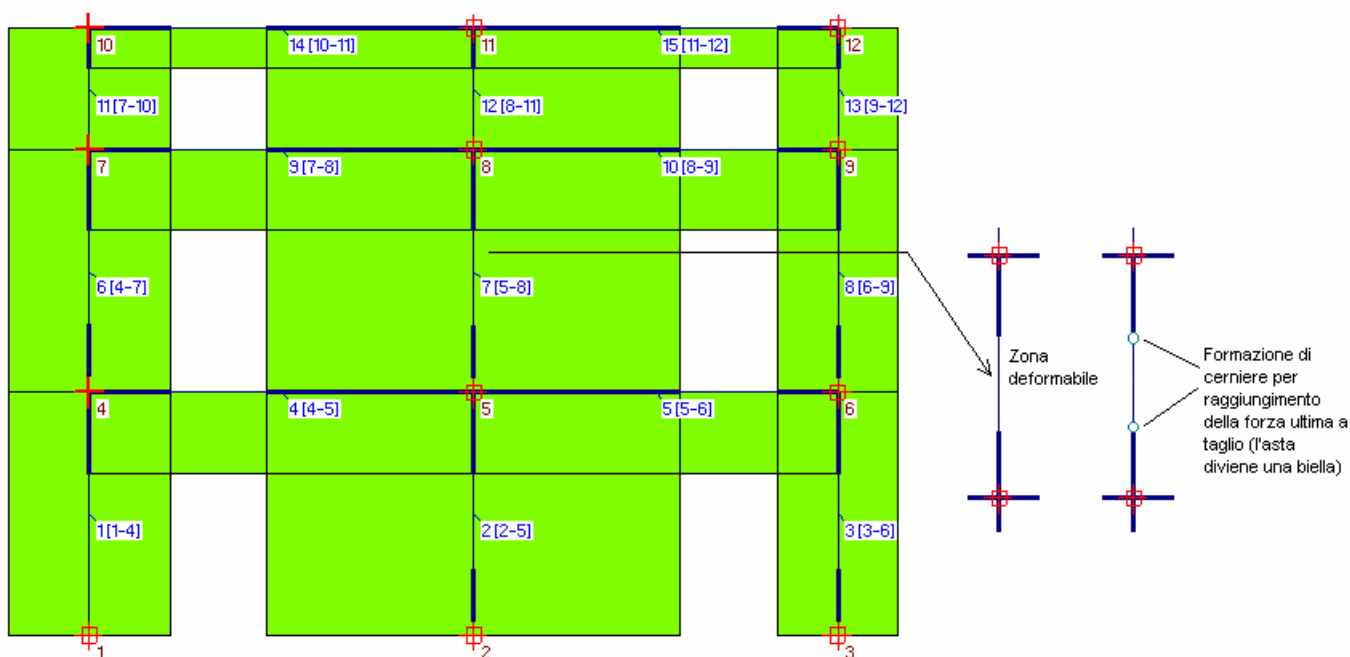
Se il **taglio (scorrimento o fessurazione diagonale)** raggiunge il valore ultimo, nei passi incrementali successivi non devono più esserci contributi di resistenza: il taglio deve restare costante. La rigidità a taglio secante si abatterà progressivamente, mentre la rigidità a taglio tangente si annulla: per interpretare questo fatto, il maschio murario viene trasformato in biella (asta reagente a solo sforzo normale, fig. 1.6.5). In tal modo, i passi successivi non contribuiranno più all'incremento del taglio agente nell'asta. La verifica a tensioni normali (pressoflessione complanare) sarà comunque eseguita anche ai passi successivi, controllando se le variazioni di sforzo normale conducano al superamento del limite di resistenza a compressione o producano l'entrata in trazione dell'asta.

Se la verifica a **pressoflessione complanare** non è soddisfatta alla base o in sommità, in tale sezione si predispongono per i passi successivi l'annullamento del momento flettente, inserendo un vincolamento interno a cerniera. Se la verifica non è soddisfatta a entrambi gli estremi, vengono poste due cerniere, e l'asta si trasforma

in biella. Anche in questo caso, mentre la rigidezza 'tangente' alla rotazione si annulla, la rigidezza 'secante' è identificabile in una progressiva riduzione della rigidezza alla rotazione elastica iniziale. Dopo l'inserimento della cerniera, il contributo incrementale al momento flettente si annulla, e il momento flettente complessivo in questa sezione resta costante.

Se quindi l'esecuzione delle verifiche complanari segnano il passaggio per uno o più elementi dal campo elastico al campo plastico, è necessaria la revisione del modello. Essa consiste nell'aggiornamento della matrice di rigidezza in base ai nuovi vincolamenti interni. Si ricorda che gli svincolamenti interni sono applicati agli estremi della luce deformabile, e quindi in caso di zone rigide agli estremi dell'asta, nel nodo interno di passaggio da luce deformabile a tratto rigido.

Se la distribuzione di forze è calibrata sulla forma modale, ed è adattiva (cioè segue l'evoluzione delle caratteristiche dinamiche del sistema), tale forma deve essere aggiornata in corrispondenza di ogni revisione del modello. In altre parole, le variazioni sugli schemi statici delle aste determinano variazioni nei modi di vibrare e conseguentemente nei rapporti fra le forze ai vari piani, ossia nella distribuzione ai piani dell'incremento di taglio globale.



Durante la costruzione di una curva di capacità, il raggiungimento del taglio ultimo (scorrimento o fessurazione diagonale) in un maschio murario determina la sua trasformazione in biella.

Se invece è la verifica a pressoflessione complanare a non essere più soddisfatta, viene inserita una cerniera nella sezione di verifica.

La matrice delle rigidezze dell'asta cambia, e di conseguenza deve essere aggiornato il modello (matrice di rigidezza complessiva della struttura) prima di applicare l'incremento di taglio globale successivo. In caso di distribuzione di forze modale adattiva, deve essere anche rieseguita l'analisi modale, per determinare l'aggiornamento dei coefficienti di ripartizione fra i vari piani da applicare all'incremento di taglio globale del passo successivo.

Fig. 1.6.5. Revisione del modello: trasformazione dei vincoli interni delle aste con verifiche non più soddisfatte, durante la costruzione della curva di capacità corrente

7. Ripetizione dei passi 3. 4. 5. 6. fino al raggiungimento, per almeno un maschio murario, di uno stato limite di collasso del tipo:

- deformazione complanare eccessiva (spostamento orizzontale oltre il limite consentito: il limite può essere definito secondo un approccio di duttilità, o, seguendo le indicazioni del D.M.14.1.2008, secondo una frazione dell'altezza deformabile della parete: in tal caso, il limite di riferimento è diverso a seconda che la prima plasticizzazione della parete sia avvenuta per taglio [0.4% H] o per pressoflessione [0.6% H in muratura esistente, 0.8% H in muratura nuova]);
- non reagenza a causa di deformazione di trazione;
- raggiungimento della resistenza ultima per pressoflessione ortogonale.

Si costruiscono in questo modo curve del tipo di quella riportata in fig. 1.6.6.

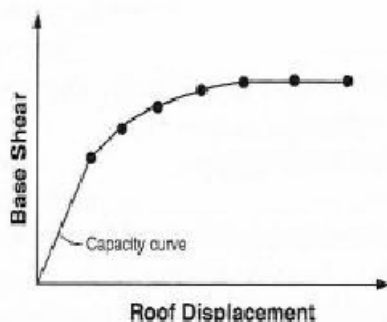


Fig. 1.6.6. Costruzione della curva di capacità [6]

8. Il raggiungimento dello stato limite da parte di uno o più maschi murari segna una perdita di resistenza nella struttura.

Durante i punti precedenti del processo incrementale, l'entrata in fase plastica è stata descritta da una trasformazione vincolare (inserimento di cerniere), sotto azione interna costante: è stato quindi possibile proseguire con il processo incrementale, annullando ulteriori contributi per quelle sollecitazioni corrispondenti alle verifiche non più soddisfatte.

Quando però un'asta raggiunge lo stato limite, vi è un'immediata caduta di resistenza: in tal caso, non è possibile proseguire col procedimento incrementale, poiché la redistribuzione delle azioni interne non è prevedibile, a causa della generalità del modello.

Per definire la perdita globale di resistenza della struttura, è necessario **ripetere l'intero processo** (dal passo 2. al passo 7.) utilizzando un modello che, fin dalla risoluzione dello schema sottoposto ai carichi di gravità, sia caratterizzato da uno schema statico variato a causa degli elementi già plasticizzati e di quelli già collassati. Vengono così costruite nuove curve di capacità (sotto-curve) (fig. 1.6.7).

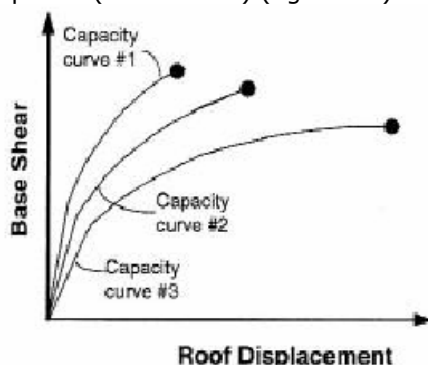


Fig. 1.6.7. Ripetizione, per aggiornamenti del modello [6]

La **variazione dello schema statico** viene eseguita secondo i seguenti punti:

- si attribuisce rigidezza alla traslazione ridotta agli elementi plasticizzati per taglio, ma non ancora collassati (la rigidezza ridotta è la rigidezza secante calcolata al passo corrispondente al collasso che ha segnato la fine del processo precedente; si osservi che lo spostamento orizzontale utilizzato in ascisse nella bilatera della singola parete, per esempio ai fini della definizione della rigidezza secante, è lo spostamento differenziale fra gli estremi iniziale e finale del tratto deformabile);
- si attribuisce rigidezza alla rotazione ridotta a quelle sezioni che, al momento del termine del processo precedente, erano sede di cerniera dovuta a verifica a pressoflessione complanare non soddisfatta. Questa riduzione viene descritta da un vincolo interno a molla di torsione, con costante K determinata dal rapporto fra momento ultimo (=costante) e rotazione plastica (=rotazione della sezione depurata dalla componente elastica registrata prima del raggiungimento del limite di resistenza a flessione), registrati al momento del termine del processo precedente;
- si degradano a bielle gli elementi collassati a taglio o a pressoflessione (le bielle sono definite nel piano della parete in caso di azioni complanari, nel piano ortogonale se il collasso è stato determinato dalla pressoflessione ortogonale);
- con riferimento al comportamento elasto-plastico per azioni complanari (taglio e pressoflessione), dunque, le cerniere plastiche si rappresentano con la trasformazione dei vincoli interni a cerniera, durante la costruzione della singola sotto-curva; con degradazione della rigidezza, quando si inizia la costruzione della sotto-curva successiva;
- si introduce una degradazione vincolare con sconnessione interna per traslazioni verticali, in quegli elementi che hanno manifestato deformazioni di trazione (fig. 1.6.8): tali aste devono infatti risultare completamente scariche.

Tutti gli svincolamenti interni si riferiscono agli estremi della luce deformabile (e quindi, in presenza di tratti rigidi iniziali e/o finali, non coincidono con i nodi estremi di definizione dell'asta. In tutto ciò, si deve inoltre tenere presente che la corretta gestione delle zone rigide negli schemi a telaio equivalente richiede la differenziazione delle zone rigide fra piano complanare e piano ortogonale: gli svincolamenti complanari possono quindi non essere applicati nelle stesse sezioni degli svincolamenti ortogonali).

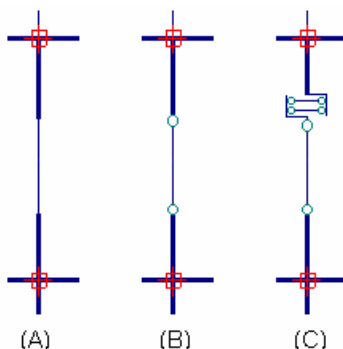


Fig. 1.6.8. Revisione del modello: trasformazione di asta in biella ed eventuali sconnessioni per sforzo normale, per la costruzione di successive curve di capacità

In fig. 1.6.8, lo schema (A) è il maschio murario originario, in fase elastica. Se il maschio ha raggiunto la forza ultima a taglio, è divenuto una biella: schema (B). Se ha manifestato deformazione di trazione (allungamento), oltre alle cerniere si forma una sconnessione nel nodo di sommità che annulla completamente resistenza e rigidità del maschio murario: schema (C).

Pertanto, raggiunto il collasso di uno o più maschi murari, la curva di capacità corrente viene interrotta, ed il processo di costruzione della curva di capacità successiva riprende dal passo iniziale (con la risoluzione della struttura sottoposta ai carichi di gravità), avendo modificato gli schemi statici dei maschi collassati.

9. La costruzione delle sotto-curve, cioè delle curve di capacità progressivamente determinate dal collasso degli elementi resistenti, ha termine quando la struttura diviene labile o quando viene raggiunta una condizione globale limite inaccettabile (per esempio, uno spostamento eccessivo del punto di controllo).

10. La curva di capacità finale, che tiene conto delle progressive perdite di resistenza della struttura, raccorda superiormente le varie curve con dei tratti verticali, in corrispondenza dei vari stati limite di collasso rilevati nel corso del processo, assumendo la caratteristica forma a scalini (fig. 1.6.9).

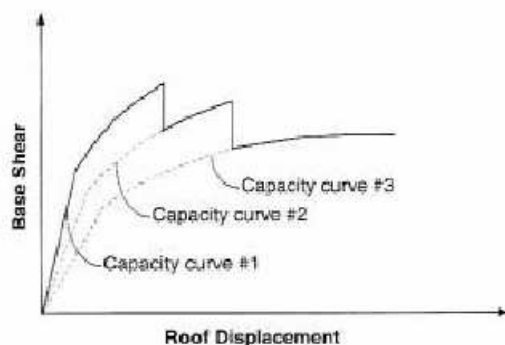


Fig. 1.6.9. Curva complessiva, con andamento a gradini [6]

Questo diagramma ricorda già, nella forma, quanto visto nell'ambito del metodo Por (fig. 1.5.2), ed in effetti i due diagrammi hanno il medesimo significato: rappresentano la curva di capacità, cioè il diagramma taglio-spostamento del complesso murario.

Grazie al riferimento taglio alla base - spostamento del punto di controllo, l'analisi di un sistema complesso viene ricondotta ad un oscillatore ad un grado di libertà. Sarà quindi possibile eseguire i confronti di verifica utilizzando gli spettri di risposta secondo Normativa (vd. par. 1.6.4.6).

La curva di capacità è comunque una caratteristica intrinseca della struttura, nel senso che: fissata la geometria, i carichi, i materiali ed i vincoli interni, la costruzione della curva non dipende dalla zona sismica di ubicazione dell'edificio: questa entra in gioco solo al momento della verifica finale.

1.6.4.3. VERIFICHE ESEGUITE NEGLI ELEMENTI MURARI

Analogamente al metodo Por, il comportamento complanare del maschio murario viene descritto con un modello elastico perfettamente plastico (vd. bilatera, fig. 1.3.4).

Nel diagramma elasto-plastico a taglio, diversamente dai metodi tipo Por (dove lo sforzo normale veniva considerato costante), lo spostamento al limite elastico δ_0 non è calcolabile a priori, in quanto lo sforzo normale - e conseguentemente la resistenza a taglio - può variare durante l'analisi; δ_0 deve quindi essere 'fotografato' al momento del raggiungimento del taglio ultimo. A partire dallo spostamento al limite elastico, il maschio murario potrà deformarsi a taglio costante fino a raggiungere lo spostamento limite consentito, detto anche spostamento di collasso, che può essere determinato dalla sua duttilità o da una deformazione massima prefissata (per esempio, in relazione ad una percentuale dell'altezza di piano).

La normativa (D.M.14.1.2008) fissa il massimo spostamento nei seguenti termini: in caso di collasso per pressoflessione: $0.8\%H$ (per muratura esistente: $0.6\%H$) dove H è l'altezza di deformazione del pannello; in caso di collasso per taglio: $0.4\% H$.

Nei confronti del taglio, il valore ultimo è determinato dal minimo fra i valori corrispondenti ai due meccanismi considerati (taglio per scorrimento, e taglio per fessurazione diagonale).

$$V_u = \min (V_t, V_s)$$

dove:

V_t è la **forza orizzontale corrispondente al collasso per taglio per trazione** (o **taglio per fessurazione diagonale**).

La formulazione del taglio per trazione è riportata in Normativa per gli edifici esistenti (§8.7.1.5)):

$$V_t = l t * f_{td} \sqrt{1 + \sigma_0 / f_{td}}$$

dove: $f_{td} = b \tau_{0d}$ è la resistenza a trazione di progetto. b è un coefficiente dipendente dalla snellezza del pannello: $b = 1.5$ per $h/d \geq 1.5$, $b = 1$ per $h/d \leq 1.5$, e $b = h/d$ per $1 < b < 1.5$; talvolta, b viene utilizzato sempre pari a 1.5.

τ_{0d} è la resistenza a taglio di riferimento per la muratura, ottenuta dividendo il valore medio τ_0 (vd. p.es. Tab.C8A.2.1) per il fattore di confidenza F_C (in analisi non lineare non si divide per il coefficiente parziale di sicurezza del materiale γ_m). Per la muratura nuova, τ_0 si può considerare coincidente con $f_{vm0} = f_{vk0} / 0.7$.

$V_s = l' t f_{vd}$ è la **forza orizzontale corrispondente al collasso per taglio - scorrimento**, dove:

l' è la larghezza della parte compressa della parete (zona reagente);

f_{vd} è la resistenza a taglio di progetto, definita, in analisi non lineare, nel seguente modo:

Per muratura nuova: $f_{vd} = f_{vm} = f_{vm0} + 0.4 \sigma_n$

(i valori medi sono ricavabili dai valori caratteristici dei materiali: $f_{vm0} = f_{vk0} / 0.7$).

Per muratura esistente: $f_{vd} = (\tau_0 + 0.4 \sigma_n) / F_C$

Si osservi che per ottenere la resistenza di progetto, la riduzione F_C va applicata al valore medio della resistenza del materiale. Nel caso del taglio per scorrimento, il valore medio della resistenza è espresso dalla formula complessiva, essendo sia il primo termine τ_0 , sia il fattore 0.4 (=coefficiente d'attrito) del secondo termine entrambi parametri caratteristici del materiale.

Per quanto riguarda la pressoflessione, la relazione momento-rotazione è ancora di tipo elastico-perfettamente plastico.

Il **momento ultimo corrispondente al collasso per pressoflessione complanare**, che segna l'inizio delle rotazioni plastiche, è definito in §7.8.2.2.1:

$$M_u = (l^2 t \sigma_0 / 2) (1 - \sigma_0 / 0.85 f_d), \text{ dove:}$$

l è la larghezza della parete, t è lo spessore della parete, σ_0 è la sollecitazione verticale media ($\sigma_0 = N / l t$, con N forza verticale agente), $N = \sigma_0 l t$; f_d è la resistenza a compressione di calcolo della muratura, definita, in analisi non lineare, nel seguente modo:

Per muratura nuova: $f_d = f_m$

(i valori medi sono ricavabili dai valori caratteristici dei materiali: $f_m = f_k / 0.7$).

Per muratura esistente: $f_d = f_m / F_C$.

In aggiunta a tali verifiche di resistenza, i maschi murari con deformazione per trazione devono essere considerati completamente non reagenti, ossia con rigidità e resistenza entrambe nulle.

In analisi non lineare di modelli spaziali (3D), vengono inoltre condotte verifiche a taglio (scorrimento e/o fessurazione diagonale) e a pressoflessione nel piano ortogonale, ipotizzando un comportamento analogo al piano complanare ma senza tratto plastico (elasto-fragile). Seguendo la norma (§7.8.2.2.3), il valore del momento di collasso per azioni perpendicolari al piano della parete viene calcolato assumendo un diagramma delle compressioni rettangolare, un valore della resistenza pari a $0.85 f_d$ e trascurando la resistenza a trazione della muratura. Il calcolo del momento ultimo a pressoflessione ortogonale è riportato in figura seguente: nota l'azione

di calcolo $N = \sigma_0 l t$, ed essendo noto lo sforzo normale ultimo $N_u = l t * 0.85 f_d$, resta determinato il momento di collasso.

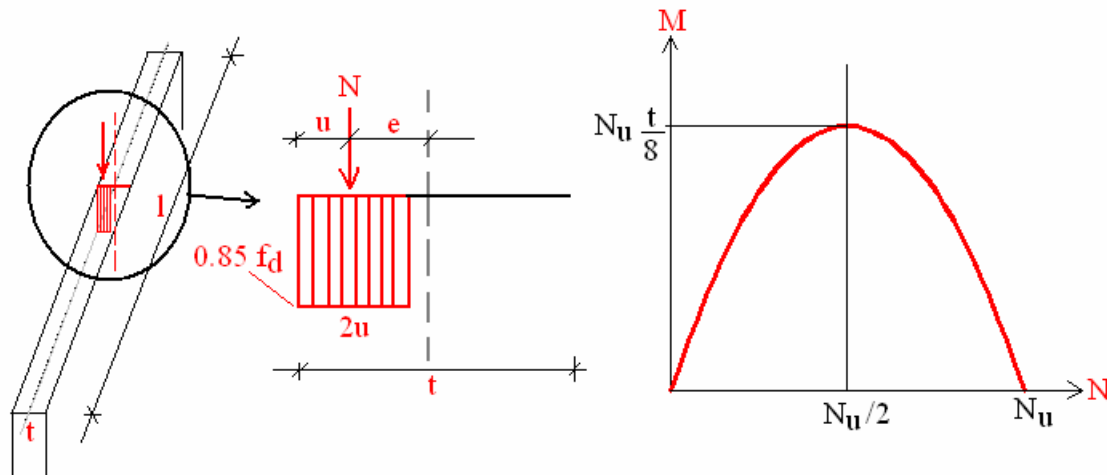


Fig. 1.6.10. Momento ultimo per pressoflessione ortogonale

Si ha: $0.85 f_d * 2 u * l = N \Rightarrow u = N / (0.85 f_d 2 l)$

$e = t / 2 - u$, $A = l t$

$M = N * e = N (t / 2 - u) = N [t / 2 - N / (0.85 f_d 2 l)] =$

$= N t / 2 * [1 - N / (0.85 f_d A)] = N t / 2 * (1 - N / N_u)$, essendo: $N_u = 0.85 f_d A$

$\Rightarrow M = N t / 2 * (1 - N / N_u)$.

Per $N = N_u$: $M = 0$; per $N = 0$: $M = 0$; per $N = N_u / 2$: $M = N_u t / 8$ (massimo momento di collasso).

Fin qui sono stati trattati esplicitamente i maschi murari. Nell'edificio in muratura sono presenti anche elementi murari orizzontali (le fasce di piano), il cui comportamento costituisce uno degli aspetti più ostici nella modellazione dell'edificio in muratura ed è tuttora oggetto di numerosi studi.

In §7.8.2.2.4, nell'ambito dei nuovi edifici, viene definita la verifica delle travi di accoppiamento in muratura (o 'strisce', elementi orizzontali di unione fra maschi murari). Oltre alla verifica a taglio, deve essere normalmente effettuata anche la verifica a pressoflessione.

Se il calcolo è stato eseguito sotto l'ipotesi di solai infinitamente rigidi nel piano, le azioni assiali nelle strisce sono teoricamente nulle: viene in tal caso fornita una metodologia di analisi a pressoflessione, considerando presente nella striscia un elemento reagente a trazione (p.es. architrave). Il momento flettente corrisponde ad una coppia che genera trazione nell'elemento ad essa resistente, e compressione nella parte muraria.

Qualora N sia noto dal calcolo, la verifica viene ricondotta alla formulazione valida anche per i maschi murari. Tuttavia, in molti casi N , pur essendo definito dal calcolo, risulterà basso (scarsa compressione delle strisce) e quindi la verifica non potrà prescindere dal contributo dell'elemento resistente a trazione: in pratica, si deve applicare una verifica a pressoflessione simile alla verifica agli stati limite per pilastri in c.a. o pannelli di muratura armata. Per quanto riguarda le travi di accoppiamento in muratura in edifici esistenti, §8.7.1.4 fornisce specifiche indicazioni. In pratica, è possibile verificare tali elementi nell'ambito degli schemi a 'telaio equivalente' qualora possa svilupparsi una resistenza a trazione (da parte di catene, architravi, cordoli, elementi di irrobustimento quali fasce in FRP).

Si comprende che per gli edifici esistenti occorre una campagna di indagine approfondita per comprendere le reali capacità di resistenza a pressoflessione degli elementi orizzontali, tenendo conto della varietà tipologica.

In [5] (p.2.2, pag. 24), peraltro, si afferma che "(...) non si è a conoscenza di studi sperimentali orientati a valutare in modo approfondito la resistenza, il comportamento deformativo e la capacità dissipativa delle fasce murarie soggette a sollecitazioni di tipo sismico.(...)"

In effetti, alcuni modelli sono stati calibrati facendo riferimento, per le fasce, alla sola verifica a taglio [7]. Per quanto riguarda la verifica a taglio, generalmente si utilizza la formulazione per fessurazione diagonale. La sollecitazione tagliante nelle fasce, infatti, non è parallela alla giacitura dei letti di malta (come invece avviene nel caso dei maschi), e quindi la verifica per scorrimento sembra inappropriata.

Il diagramma di comportamento delle fasce può essere assunto elasto-fragile, o elasto-plastico: nel caso di plasticità, è necessario definire uno spostamento limite, che può essere per esempio relazionato alla crisi successiva di maschi murari.

1.6.4.4. DISTRIBUZIONE DI FORZE

L'analisi statica non lineare (analisi pushover) è caratterizzata da un sistema di forze statiche orizzontali applicate a livello dei solai, crescenti proporzionalmente: nel caso di distribuzione fissa, in modo tale da mantenere costante il rapporto fra le forze ai diversi piani; in caso di distribuzione adattiva, il rapporto fra le forze viene modificato in base all'aggiornamento dell'analisi modale.

L'analisi statica lineare viene eseguita con una delle seguenti distribuzioni di forze:

Distribuzioni fisse:

A) Forze proporzionali alle masse

B) Forze proporzionali alla distribuzione da utilizzarsi per l'analisi statica lineare

C) Forze proporzionali alla distribuzione delle forze modali corrispondenti al primo modo di vibrazione nella direzione considerata. Si tratta di forze proporzionali al prodotto delle masse per la deformata corrispondente al primo modo di vibrazione. La C) è un'alternativa valida alla B) perché consente di stimare una migliore resistenza dell'edificio (la forma del primo modo è sempre più precisa e meno penalizzante dell'andamento triangolare usato in analisi statica lineare).

D) Forze proporzionali alla forma modale 'equivalente', tenendo conto di tutti i modi significativi (quelli che movimentano l'85% della massa nella direzione esaminata, X o Y). Questo tipo di distribuzione è indicato, nelle analisi pushover, per edifici con molti piani o con forti irregolarità, dove diventa indispensabile considerare anche gli effetti dei modi superiori. Negli edifici in muratura, generalmente piuttosto bassi, è una distribuzione poco utilizzata; potrebbe essere indicata nel caso di irregolarità notevoli in pianta (p.es. per tener conto direttamente di forme modali torsionali).

Distribuzioni adattive

E) Forze proporzionali alla prima forma modale, ma tenendo conto dell'evoluzione della rigidezza e conseguentemente delle forme di vibrazione conseguenti allo sviluppo delle deformazioni inelastiche.

La forma modale sarà in generale diversa nella direzione X e nella direzione Y: quindi quando si parla di primo modo [sia per la distribuzione C) sia per la E)], si deve intendere il primo modo secondo X, per l'analisi X; il primo modo secondo Y, per l'analisi Y.

Questo è importante nelle analisi 3D (mentre nelle 2D la questione è ininfluente, perché il primo modo si riferirà all'unica direzione orizzontale del piano verticale 2D considerato).

Per riconoscere se il modo è secondo X o secondo Y si controlla se la massa modale efficace secondo X è $>$ o $<$ di quella secondo Y.

F) Distribuzione di forze adattiva tenendo conto di tutti i modi significativi (quelli che movimentano l'85% della massa nella direzione esaminata, X o Y).

Fra le 5 distribuzioni considerate, E) ed F) sono le uniche distribuzioni dove i rapporti reciproci fra le forze, mentre si incrementa il taglio totale alla base, cambiano ai vari passi, al variare delle rigidezze degli elementi. Infatti, gli elementi in fase plastica hanno rigidezza secante in progressiva diminuzione o equivalentemente rigidezza tangente nulla; gli elementi collassati hanno rigidezza e resistenza nulle. Le variazioni di rigidezza comportano la riesecuzione dell'analisi modale, e conseguentemente l'aggiornamento dei rapporti fra le forze nella tipologia di distribuzione considerata. L'analisi è detta "adattiva".

In figura 22 è riportato l'esempio di un edificio in muratura, di 4 piani.

Anche nell'ipotesi di dimensioni in pianta e in elevazione costanti per l'intero edificio, le masse di piano non sono tutte fra loro uguali, sia per la concentrazione dei pesi propri a livello degli impalcati (p.es. all'ultimo piano solo metà pareti viene attribuita al livello di copertura), sia per i diversi carichi di esercizio (piani intermedi: civile abitazione; copertura: neve), sia per i diversi coefficienti di combinazione dei carichi variabili.

In caso di masse tutte uguali, la distribuzione di forze (A) proporzionali alle masse corrisponderebbe a forze uguali a tutti i piani, mentre la (B) (forze utilizzate per l'analisi statica lineare) presenterebbe andamento perfettamente triangolare. La distribuzione (A) può considerarsi corrispondente ad un campo di spostamenti unitario costante. Si osservi che il campo di spostamenti adottato per la distribuzione delle forze corrisponde ad una ipotesi sulla deformata dinamica: pertanto, anche il coefficiente di partecipazione Γ definito in §C7.3.4.1 (nell'ambito della descrizione dell'analisi statica non lineare), utilizzato per scalare il sistema multi-gradi di libertà (M-GDL) ed ottenere la curva di capacità del sistema 1-GDL equivalente (oscillatore monodimensionale), si può ritenere che debba corrispondere a tale campo di spostamenti. Ad esempio, per la distribuzione (A): $\Gamma = 1.000$.

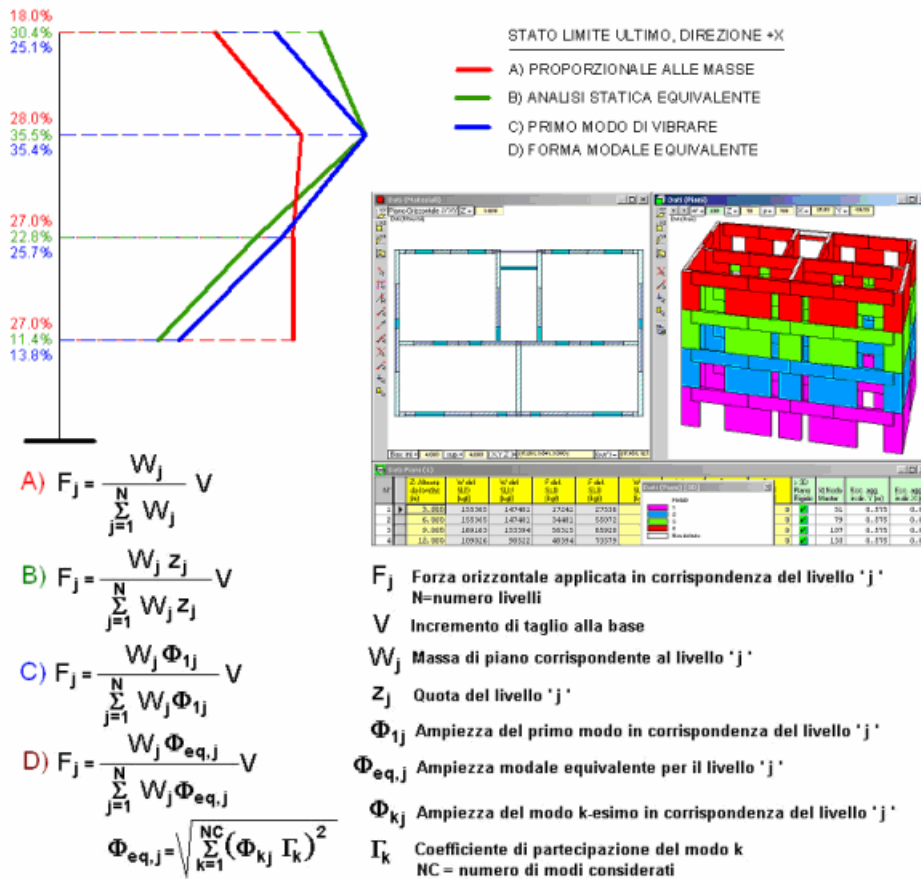


Fig. 1.6.11. Distribuzioni di forze in Analisi Pushover.
Le espressioni delle forze hanno validità generale;
i coefficienti di ripartizione si riferiscono all'edificio di esempio in figura

1.6.4.5. ANCORA SULLE DIFFERENZE CON IL METODO POR

Nel caso di edifici con piani rigidi, la nuova procedura di analisi pushover si riconduce in pratica al metodo Por (pur avendo costruito la curva con metodi differenti, essendo la nuova analisi a profilo di forze) qualora:

- si trascuri la pressoflessione complanare ed il taglio considerato sia quello per trazione (fessurazione diagonale) [il Por prevede le sole verifiche a taglio per fessurazione diagonale];
- si analizzi un edificio ad un solo piano (piano terra) [il Por è un meccanismo di piano; l'analisi pushover qui descritta invece investe l'edificio nella sua globalità];
- si modelli il comportamento shear-type, usando il piano rigido (con nodo master).

Resta tuttavia una differenza fondamentale:

- nel Por, l'analisi statica non lineare viene condotta mediante un profilo di spostamenti (profilo coincidente, peraltro, con un solo spostamento, quello applicato al baricentro del piano in esame, essendo il Por un metodo che analizza separatamente ogni piano), e la verifica si basa sulla forza resistente, confrontata col tagliante sismico;
- nell'analisi pushover secondo la nuova Normativa, viene applicato un profilo di forze, e la verifica si effettua sulla compatibilità degli spostamenti.

1.6.4.6. VERIFICHE DI SICUREZZA IN ANALISI PUSHOVER; STATI LIMITE DI DANNO E ULTIMO

L'esecuzione dell'analisi pushover consiste nella costruzione della curva di capacità, e nella successiva fase di verifica.

Più curve vengono in generale elaborate per uno stesso edificio: si considerano in genere le due direzioni di riferimento X e Y (o altre due direzioni ortogonali significative), nei due versi (+/-, se non vi sono simmetrie che a priori rendono superfluo il cambio di verso), con il contributo o meno dei momenti torcenti di piano aggiuntivi, per varie distribuzioni di forze (almeno due: la (A) e la (B) definite in 1.6.4.4., secondo §7.3.4.1). Il tutto, sotto

l'ipotesi di una massa sismica predefinita, cioè quella corrispondente alla combinazione dei carichi formulata in §3.2.4.

In linea di principio, si potrebbero considerare altre combinazioni di carico (o equivalentemente, di massa) significative: per esempio, la completa assenza di carichi variabili, un caso certamente importante (nella vita dell'edificio possono sicuramente aversi situazioni di assenza di carichi di esercizio).

In ogni caso, si devono considerare più curve, per ognuna delle quali deve essere condotta sino in fondo la procedura di verifica descritta in questo paragrafo. La situazione più sfavorevole fra tutte le curve considerate sintetizzerà la capacità antisismica dell'edificio.

Le recenti indicazioni normative si fondano sui metodi agli Stati Limite, dove lo Stato Limite è una configurazione di riferimento della struttura nei confronti della quale si devono svolgere le idonee verifiche di sicurezza.

In particolare, la capacità antisismica dell'edificio deve adempiere ad una doppia esigenza:

- salvaguardare le vite umane di fronte agli eventi più forti (Stato Limite Ultimo SLV);
- conservare l'agibilità, in caso di eventi più frequenti (Stato Limite di Danno: SLD).

Generalmente si tende ad attribuire ai due Stati Limite masse uguali, anche se valori differenti (come era stato proposto nella prima edizione dell'OPCM 3274) potrebbero essere considerati a causa della diversa probabilità di ricorrenza dell'evento sismico più forte o di quello più frequente.

Se le masse sono coincidenti, viene costruita un'unica curva di capacità, dove saranno studiati lo SLD e lo SLV.

Secondo la Normativa, la capacità di spostamento relativa agli stati limite di danno e ultimo deve essere valutata sulla corrispondente curva di capacità, in corrispondenza dei punti seguenti:

SLD: dello spostamento minore tra quello corrispondente al punto di massima forza e quello per il quale lo spostamento relativo fra due punti sulla stessa verticale appartenenti a piani consecutivi eccede il valore $0.003 H$ (H = altezza di interpiano)

SLV: dello spostamento corrispondente ad una riduzione della forza non superiore al 20% del massimo, per effetto della progressiva eliminazione dei contributi dei maschi murari che raggiungono lo spostamento ultimo.

Rilevato quindi lo spostamento corrispondente allo stato limite considerato, occorre valutare se sia idoneo o meno. In altre parole, occorre valutare se la domanda di spostamento (=spostamento richiesto secondo Normativa) è inferiore o no alla capacità mostrata dalla struttura.

Viene quindi determinato il diagramma dell'oscillatore monodimensionale equivalente, tramite i seguenti passi:

- dal sistema M-GDL (a più gradi di libertà) si ottiene la curva del sistema 1-GDL (oscillatore monodimensionale) equivalente tramite scalatura secondo il coefficiente di partecipazione Γ definito in §C7.3.4.1;
- viene poi definito il sistema bilineare equivalente così operando: la rigidezza elastica si trova tracciando la secante alla curva di capacità nel punto corrispondente ad un taglio alla base pari a 0.7 volte il valore massimo; il tratto orizzontale viene individuato tramite l'uguaglianza delle aree sottese dalle curve bilineare e complessiva, fino allo spostamento ultimo del sistema;
- viene quindi calcolato il periodo elastico T^* del sistema bilineare equivalente;
- applicando quindi la procedura descritta in dettaglio in §C7.3.4 (integrata da §7.8.1.6, §C7.8.1.5.4 per la muratura), per il sistema bilineare equivalente si calcola la domanda sismica in spostamento, attraverso l'utilizzo degli spettri di risposta; la domanda viene convertita in quella effettiva dell'edificio amplificandola con il coefficiente di partecipazione Γ . Se la domanda sismica è maggiore o uguale della capacità di spostamento, la verifica è soddisfatta.

In generale, per le murature, lo stato limite di riferimento è SLV, in quanto tali edifici in generale collassano per raggiungimento del limite di resistenza prima di aver raggiunto deformazioni di danno. Per tale motivo, il risultato in termini di PGA (PGA = accelerazione di picco al suolo) per SLV è più sfavorevole del corrispondente risultato per SLD. Una considerazione di questo tipo è chiaramente riportata in [8], al par. 3.3.2 (pag.93).

1.7. L'ANALISI CON IL SOFTWARE AEDES

Sulle caratteristiche del metodo a telaio equivalente (schema ad aste monodimensionali) applicato agli edifici in muratura si è ampiamente trattato ai paragrafi precedenti. Autorevoli studiosi (Calvi, Magenes [5],[7]) hanno indagato approfonditamente sulle potenzialità di questo tipo di modellazione, proponendo algoritmi per l'analisi e la verifica degli edifici in muratura. Con riferimento costante a tali fonti, e alla ricerca operata nel settore, PC.E ha sviluppato l'analisi pushover sul telaio equivalente, seguendo una metodologia che ha il grande vantaggio di costituire una comprensibile evoluzione dei metodi Por, i quali di fatto diventano un 'sottoinsieme' di tutte le ipotesi possibili in questa metodologia.

Il software PC.M consente l'analisi secondo la Normativa tradizionale, applicando fra l'altro in modo diretto il metodo Por, e fondandosi essenzialmente su un modello geometrico dell'edificio, dal momento che i vincolamenti interni per i metodi di calcolo ivi previsti sono in generale prefissati e non richiedono particolari operazioni di modellazione.

Per applicare la nuova Normativa sismica, l'edificio viene esportato da PC.M verso PC.E (ambiente di analisi ad elementi finiti monodimensionali, finalizzato alla modellazione dell'edificio secondo il criterio del 'telaio equivalente', nel rispetto delle indicazioni normative del D.M.14.1.2008).

L'edificio in muratura verrà modellato a telaio rispettando le zone rigide (intersezioni fra maschi e fasce di piano), zone distinte nei piani complanare e ortogonale della singola parete.

L'input viene quindi completato in ambiente PC.E, definendo ad esempio opportuni collegamenti (=link) aggiuntivi e ridefinendo in modo adeguato le condizioni di carico e i vincolamenti esterni dei nodi ed interni delle aste.

La configurazione tridimensionale (con aste tutte collegate fra loro nei nodi) presenta i vantaggi di una descrizione più appropriata e completa della struttura, unitamente ad una modalità di modellazione conveniente (ad aste monodimensionali) e sufficientemente idonea alla descrizione del comportamento della muratura.

Esecuzione di mesh bi o tridimensionali, che non siano associate a sofisticate leggi costitutive non lineari (e la non linearità della muratura dipende soprattutto da motivi di non resistenza a trazione, e di comportamento rigido-fragile), possono essere considerate onerose e inopportune. Esse corrispondono di fatto ad una trattazione troppo complessa, applicabile solo con grande difficoltà a murature irregolari e con aperture disallineate, quali sono quelle caratterizzanti gli edifici esistenti. Se unite a non appropriate ipotesi di comportamento del materiale, possono indurre a ritenere esatti i risultati mentre tutto il corretto approccio verso l'edificio in muratura prevede che i valori ottenuti dall'analisi siano considerati come ordine di grandezza, e preferibilmente indagati nella loro dipendenza dai parametri più incerti. Anche per tale motivo, l'adozione di una metodologia semplice appare preferibile.

Le aste possono essere variamente vincolate; ad esempio le murature meno significative possono essere modellate come bielle in modo da non assumere forze orizzontali. I nodi possono essere anch'essi vincolati a piacere; nodi baricentrici vengono utilizzati nella schematizzazione master/slave per la rappresentazione dei piani rigidi.

Nel caso di piani flessibili, le masse sono considerate agenti localmente, e l'analisi pushover può comunque essere condotta con successo: lo spostamento del centro di massa equivarrà, in tal caso, al baricentro delle masse nella configurazione deformata.

BIBLIOGRAFIA DI RIFERIMENTO (gli indirizzi Internet possono essere soggetti a variazioni)

[1] Miha Tomazevic: **Verifica di resistenza sismica negli edifici in muratura: seguendo le nuove tendenze**, Riv. Murature Oggi, n. 60, Settembre 1998.

[2] A. Benedetti: **Progettazione di Strutture in Muratura in Zona Sismica**, Corso di aggiornamento sulle nuove Normative Sismiche, Imola, Maggio 2004.

[3] M.R. Valluzzi, E. Michielon, C. Modena, L. Binda: **Modellazione del comportamento di Edifici in Muratura sotto Azioni Sismiche: l'Esperienza Umbria-Marche**, Atti del X Congresso Nazionale "L'Ingegneria Sismica in Italia", Potenza-Matera 9-13 settembre 2001

[4] F. Pugi: **Progettazione di Costruzioni in Muratura**, ALINEA Editrice, Firenze, 2000.
In questo volume viene trattato il Metodo Por, oltre all'assetto normativo precedente l'Ordinanza 3274 del 20.3.2003.

[5] G. Magenes, D. Bolognini, C. Braggio (A cura di): **Metodi semplificati per l'analisi sismica non lineare di edifici in muratura**, CNR-Gruppo Nazionale per la Difesa dai Terremoti - Roma, 2000. Il volume è reperibile on line all'indirizzo: gndt.ingv.it/Pubblicazioni/Monografie_disponibili_con_intestazione.htm

[6] G. C. Beolchini, G. Di Pasquale, L. Gizzarelli: **La valutazione delle prestazioni sismiche di strutture esistenti in cemento armato: indicazioni dalle Linee Guida NEHRP**, Roma, Dicembre 2002. *In particolare:* Capitolo 4. Analisi statiche non lineari. Il volume è reperibile on line all'indirizzo ssn.protezionecivile.it/RT/rtindex.html

[7] G. Magenes, G.M. Calvi: **Prospettive per la calibrazione di metodi semplificati per l'analisi sismica di pareti murarie**, Atti del Convegno Nazionale: "La Meccanica delle Murature tra Teoria e Progetto", Messina, 18-20 settembre 1996.

[8] L.Petrini, R. Pinho, G.M.Calvi: **Criteri di Progettazione Antisismica degli Edifici**, IUSS Press, Pavia, 2004. Come dichiarato dagli Autori, il volume "(...)" fa parte di una collana editoriale che si propone di chiarire e rendere di più facile consultazione le "norme tecniche" allegate all'Ordinanza n.3274 (...)" . Questo volume si riferisce ai primi 4 capitoli delle norme tecniche per gli edifici, capitoli che costituiscono la parte comune alle varie tipologie costruttive, trattate singolarmente nei capitoli successivi. Indirizzo Internet: www.iusspress.it