

STABILITA' DI VOLTE IN MURATURA E SPINTA PASSIVA DAL RIEMPIMENTO: modellazione con il software Aedes.SAV

L'analisi di stabilità delle volte in muratura viene condotta, con il software SAV, studiando l'equilibrio del sistema rigido-fragile ed i meccanismi di collasso dovuti al raggiungimento dei massimi valori consentiti per i carichi applicati. La formazione progressiva delle cerniere, fino ad un numero massimo di 3, e la posizione della curva delle pressioni costituiscono i parametri che caratterizzano il comportamento strutturale delle volte murarie.

I carichi orizzontali dovuti alle forze inerziali di natura sismica tendono ad instabilizzare la volta, ed è possibile definire un moltiplicatore di collasso orizzontale corrispondente alla massima accelerazione strutturale sostenibile, da cui si ricava il corrispondente indicatore di rischio sismico.

Anche per i carichi verticali è possibile definire un moltiplicatore di collasso, qualora l'incremento progressivo del carico conduca alla formazione di cerniere ed infine al cinematismo. Generalmente i carichi verticali di progetto sono definiti in valore e posizione, ma lo studio del moltiplicatore è comunque interessante per definire di fatto un coefficiente di sicurezza: un valore maggiore di 1 indica il margine di sicurezza della struttura voltata; un valore inferiore a 1 indica di quanto deve essere ridotto il carico affinché la verifica di stabilità sia soddisfatta.

E' frequente il caso in cui carichi concentrati posti in posizione non simmetrica rispetto all'asse della volta producono configurazioni di equilibrio al limite di stabilità, se non impossibili (fig. 1).

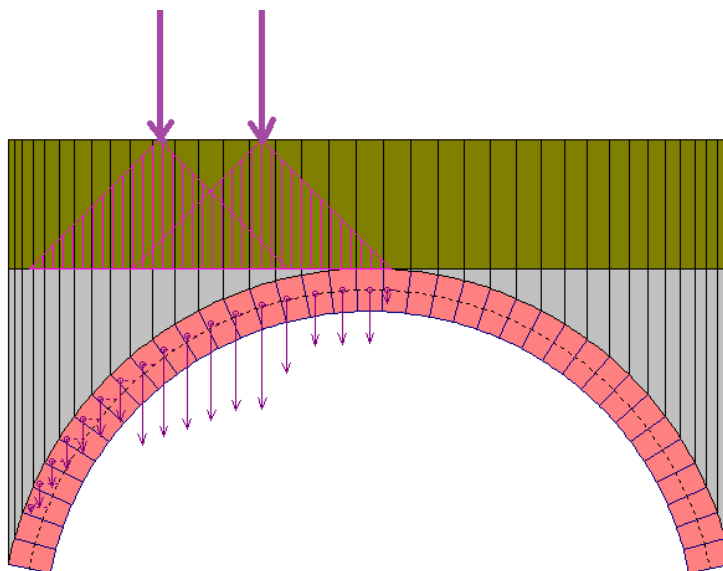


Fig. 1.

Per carichi concentrati si intendono carichi applicati su un'impronta di limitate dimensioni, per esempio in corrispondenza del piano di viabilità di un ponte in muratura, che subiscono una certa diffusione prima di giungere a sollecitare i conci resistenti dell'arco. Ad una posizione non simmetrica nel piano superiore di viabilità corrisponde una configurazione non simmetrica di azioni verticali sui conci dell'arco.

L'instabilità che può generarsi è descritta dall'impossibilità di determinare una curva delle pressioni interna alla geometria dell'arco anche ammettendo la formazione di tre cerniere alterne, cioè tre punti di contatto fra curva delle pressioni e superfici di intradosso e di estradosso.

Con riferimento al caso rappresentato nelle figg. 1 e 2, uno o più carichi concentrati applicati nella parte sinistra dell'arco possono sollecitare la struttura fino a generare un cinematiso che si muove verso il lato opposto, cioè verso destra.

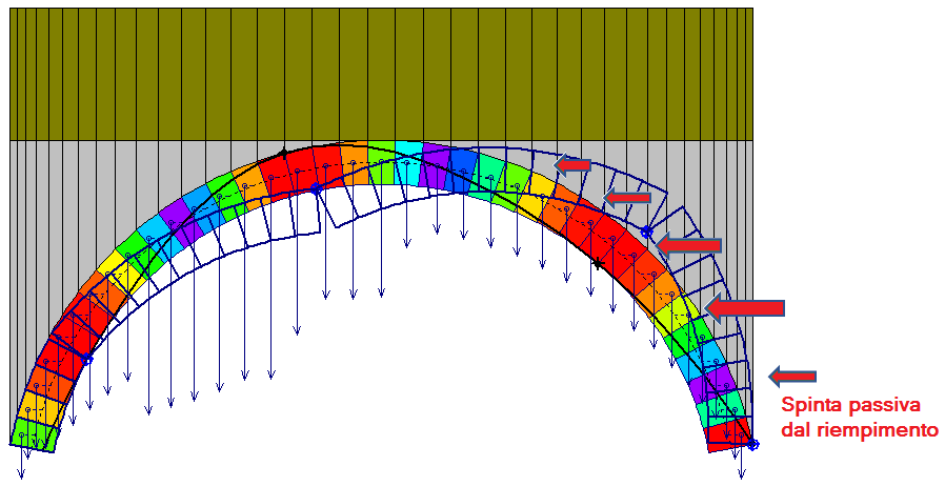


Fig. 2.

Il giudizio sfavorevole che viene attribuito alla volta muraria in un caso di questo tipo deve essere valutato con attenzione, ad esempio prendendo in considerazione l'interazione del sistema voltato con le strutture di riempimento, frequentemente trascurata.

Grazie a tale interazione è infatti possibile giustificare la stabilità di una volta muraria sotto l'azione di carichi verticali concentrati asimmetrici che, considerando reagente la sola struttura ad arco, non ammetterebbero una soluzione equilibrata.

Il riempimento svolge di per sé un ruolo favorevole nei confronti della stabilità dell'equilibrio della volta: il carico verticale diffuso tende a ricentrare la curva delle pressioni, ossia a diminuirne l'eccentricità rispetto all'asse dell'arco; ovviamente, dal punto di vista sismico, un peso eccessivo di un riempimento 'sciolto' può costituire una causa di riduzione della capacità antisismica della volta a causa della massa che viene movimentata. E' comunque possibile affermare che i pesi sovrastanti l'arco ne determinano, almeno entro certi limiti, un miglioramento del comportamento strutturale.

Oltre a fornire 'peso', ossia carico verticale, si può considerare che il riempimento svolga un ruolo più importante contrastando la deformazione generata dall'attivazione del cinematiso.

Spingendo verso la spalla destra (con riferimento alla fig. 2), la volta trova il contrasto del riempimento: questo corrisponde ad una spinta passiva che il riempimento applica sull'arco, facendo diminuire le eccentricità della curva delle pressioni. Può così restare giustificato un giudizio di stabilità dovuto anche al ruolo del contrasto esercitato dal riempimento, ed è così possibile talvolta evitare o ridimensionare interventi invasivi di consolidamento.

Per modellare la spinta passiva, si ipotizza che la pressione orizzontale dovuta al riempimento sia proporzionale alla pressione verticale del peso proprio esercitata dal materiale di riempimento. La pressione orizzontale alla profondità z (rispetto al piano di viabilità o di calpestio superiore) è quindi pari a:

$$\sigma(z) = k_p \cdot \gamma \cdot z$$

dove il coefficiente di pressione passiva del terreno k_p è funzione, nella sua formulazione più generale, dello spostamento dell'arco che spinge sul riempimento. Il valore di k_p può tuttavia essere assunto costante, ad esempio contenuto nell'intervallo 0.5-1.0 (nei casi applicativi è possibile determinare il valore di progetto di k_p studiando la stabilità dell'equilibrio in funzione della variazione di k_p stesso).

Per studiare l'equilibrio dell'arco, le pressioni passive orizzontali vengono tradotte in forze orizzontali (spinte passive S) applicate sui conci che tendono a muoversi verso il riempimento. La forza orizzontale agente su di uno di tali conci è espressa dalla relazione:

$$S = k_p \cdot P \cdot \operatorname{tg}\alpha$$

dove P è il peso della colonna di riempimento che sovrasta il concio stesso (fig. 3).

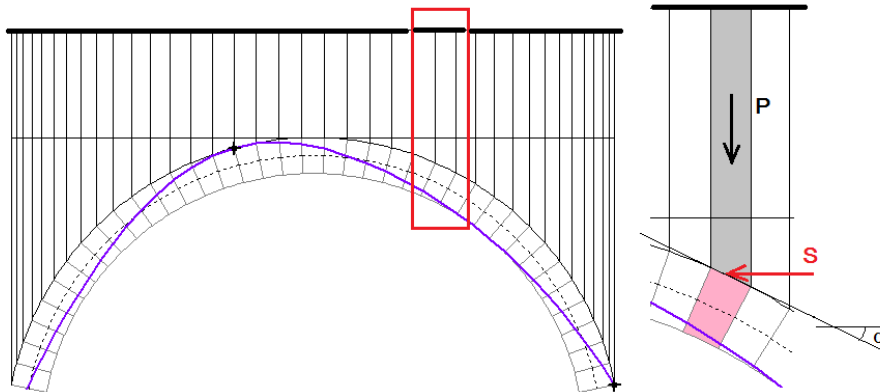


Fig. 3.

L'azione della spinta passiva determina una curva delle pressioni più centrata, favorendo in tal modo l'equilibrio e la riduzione delle massime tensioni di compressione agenti nelle sezioni dell'arco.

Si deve infine considerare che se la verifica di stabilità dell'arco viene condotta introducendo la spinta passiva, cioè le pressioni passive orizzontali, diventa necessario valutare l'equilibrio delle strutture di sostegno oltre l'arco, ossia delle spalle o delle pareti, sotto l'azione ribaltante delle pressioni che agiscono su tali strutture. Nei ponti queste strutture di sostegno sono massicce e quindi è difficile che tali azioni instabilizzino le spalle.

Si è descritto il ruolo statico della spinta passiva. Dal punto di vista sismico, il comportamento dell'arco sotto forze orizzontali inerziali, corrispondenti alle masse movimentate è analogo: la spinta passiva esercitata dal riempimento nel verso opposto a quello dell'azione sismica ostacola la formazione del cinematismo. Può diventare tuttavia significativo anche il ruolo della spinta attiva, agente sui concetti che nel cinematismo tendono a muoversi allontanandosi dal riempimento, comportamento che si manifesta dalla parte opposta rispetto a quella che sviluppa la spinta passiva. Spinta attiva e spinta passiva vengono così a contrastarsi agendo attraverso l'arco, che viene a trovarsi sollecitato non solo dalle forze inerziali dovute alle masse ma anche da azioni orizzontali incrementate 'a monte' per effetto della spinta attiva e contrastate 'a valle' per effetto della spinta passiva.

Il software Aedes.SAV, vers. 2019-2020, permette di considerare l'azione della spinta orizzontale esercitata dal riempimento attraverso la definizione di carichi orizzontali agenti sui concetti interessati.

Nel seguito, si esamina lo studio statico di una volta sottoposta ad un carico non simmetrico rispetto all'asse verticale centrale dell'arco e contemporaneamente alla spinta passiva dovuta al riempimento. Verrà considerato un esempio applicativo, confrontando le due soluzioni in assenza e in presenza di spinta passiva.

L'esempio illustrato (fig. 4) è una rielaborazione di un esempio applicativo fornito a corredo del software SAV, e si riferisce ad un ponte in muratura caratterizzato da un arco circolare quasi a tutto sesto (l'angolo di imposta è 11.3°), di spessore 50 cm.; la profondità della struttura voltata è 240 cm.

L'arco ha una luce interna di 744 cm. e una freccia di 305 cm. Sopra la linea di estradosso di chiave è presente un sottofondo di altezza 150 cm. (verde scuro in fig.), che insieme al rinfiacco (grigio in fig.) costituisce la struttura di riempimento, caratterizzata dal peso specifico di 19 kN/m^3 .

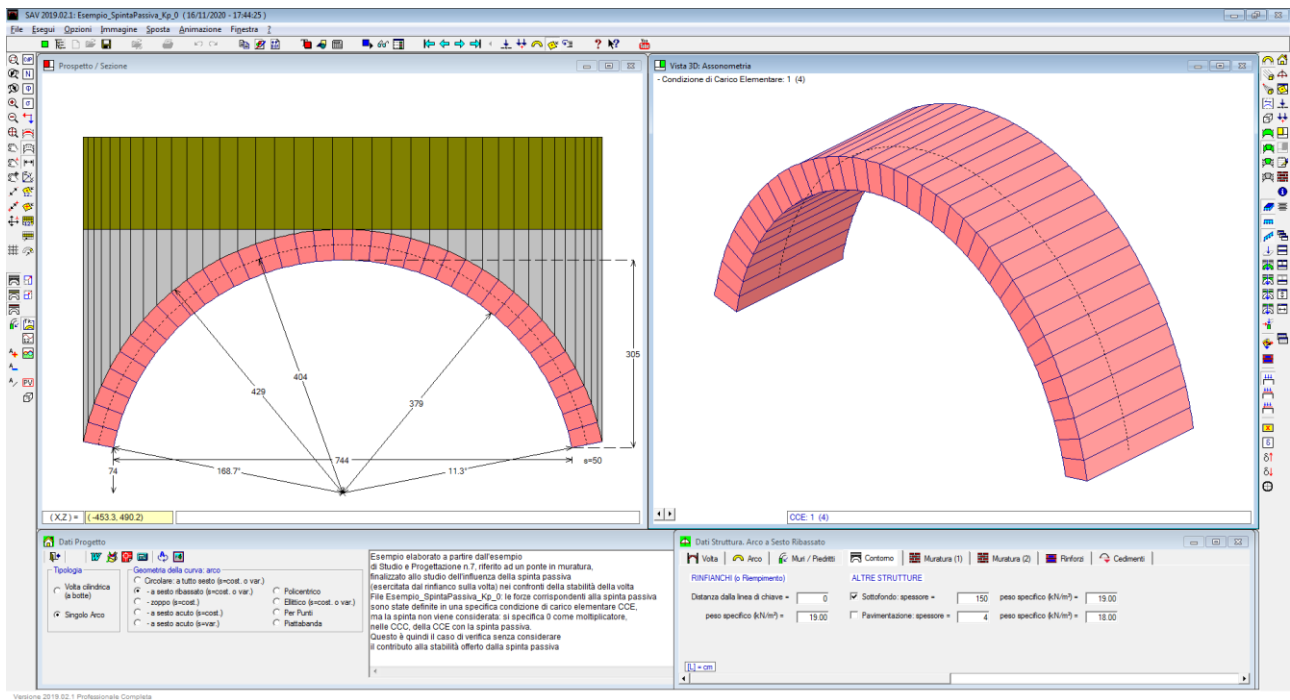


Fig. 4.

I carichi agenti sull'arco sono:

CCE 1: pesi propri (permanenti g_1) della volta muraria, del riempimento (rinfianchi + sottofondo);

CCE 2: una coppia di carichi concentrati Q_{1k} pari a 300 kN (con diffusione a 45° e moltiplicatore verticale selezionato, in modo da valutare il coefficiente di sicurezza nei confronti di tale carico), in posizione non simmetrica, agenti sul semiarco sinistro;

CCE 3: un carico distribuito q_{1k} (anch'esso affetto da moltiplicatore verticale) pari a 21.60 kN/m;

CCE 4: forze orizzontali competenti alla spinta passiva, distribuite sui conci del semiarco destro, cioè sui conci che tendono a spostarsi verso il riempimento destro per effetto del cinematismo indotto dai carichi applicati.

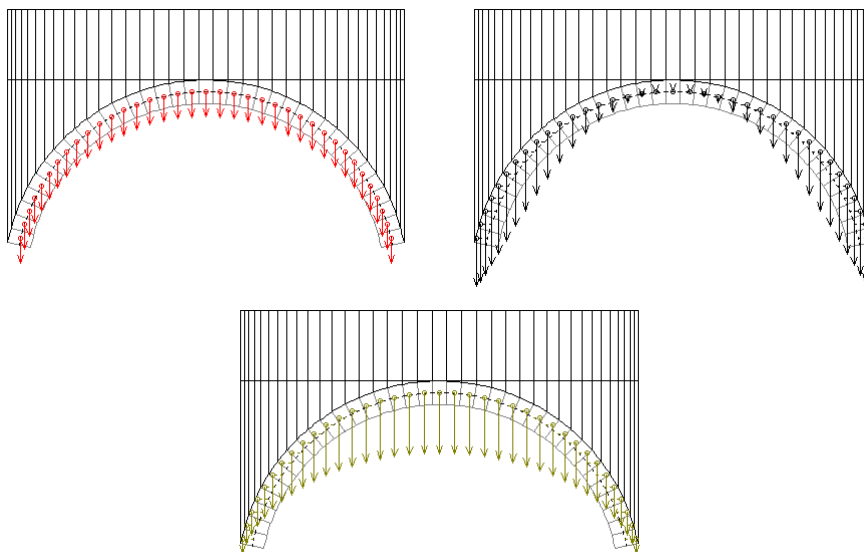


Fig. 5. CCE 1: dall'alto verso il basso, e da sinistra verso destra: carichi da peso proprio della volta, carichi da rinfianchi (riempimento inferiore) e carichi da sottofondo (riempimento superiore)

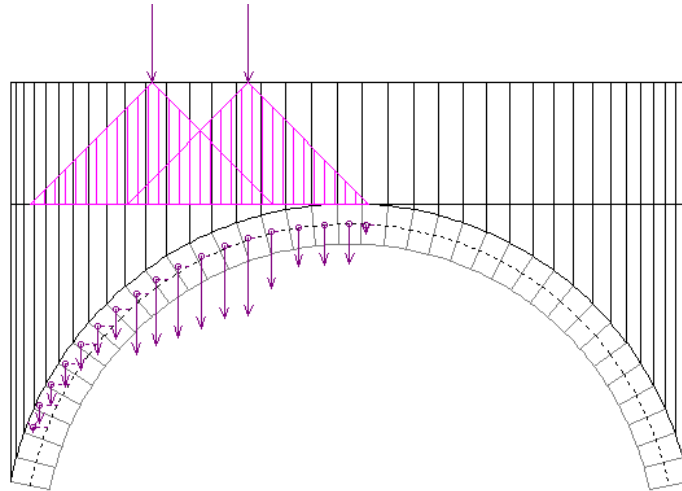


Fig. 6. CCE 2: carichi concentrati, con ipotesi di diffusione a 45° fino alla linea orizzontale di estradosso in chiave (diffusione nel sottofondo)

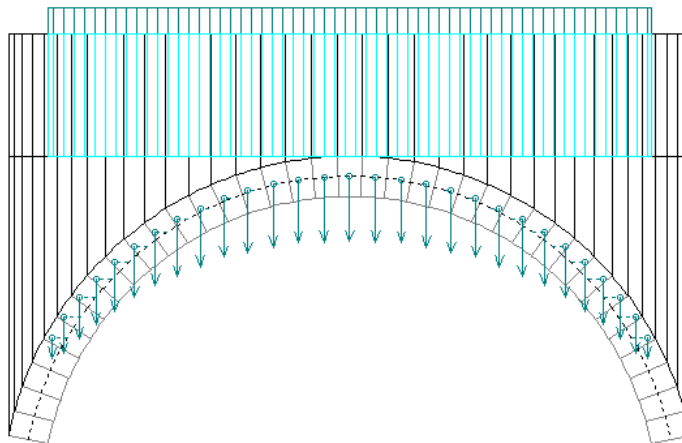


Fig. 7. CCE 3: carico distribuito, senza diffusione nel sottofondo

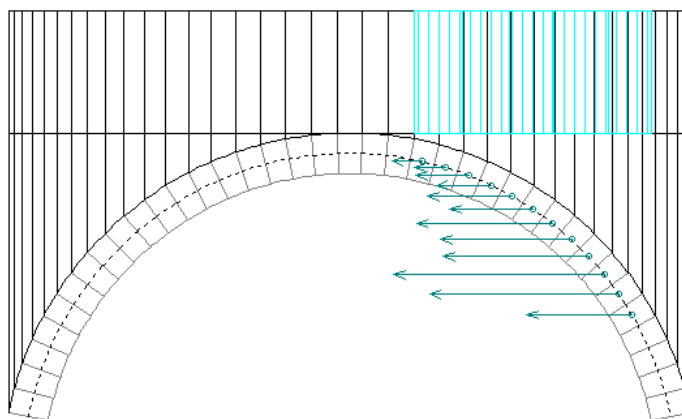


Fig. 8: CCE 4: forze orizzontali sul semiarco destro dovute alla spinta passiva

Le forze orizzontali sono state calcolate utilizzando lo schema rappresentato in fig. 3, e rilevando graficamente mediante i comandi di SAV (in particolare: i comandi 'distanza' della barra degli strumenti

N°	Commento	Psi. 2 (quasi perm.)	P.p. volta	P.p. rinf. sx	P.p. rinf. dx	P.p. sottof.	P.p. pavim.	Carichi di superficie	Carichi lineari	Carichi concentrati	Car. aggiuntivi sui piedritti
1	Pesi propri strutture	1.00	<input checked="" type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>				
2	Carico concentrato Q1k (con diffusione a 45 e molt. vert.)	1.00	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>				
3	Carico distribuito q1k (con molt. vert.)	1.00	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>				
4	Spinta passiva dal rinfiango	1.00	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>				

N°	Lungo X	Dim. (cm)	X (cm)	Y (cm)	qz (kN/m)	qx (kN/m)	Diff. a 45°	Molt. vert.	Molt. orizz.
1	<input checked="" type="checkbox"/>	60	80	0	0.00	-20.77	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
2	<input checked="" type="checkbox"/>	57	140	0	0.00	-37.56	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
3	<input checked="" type="checkbox"/>	54	197	0	0.00	-62.69	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
4	<input checked="" type="checkbox"/>	68	251	0	0.00	-112.69	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
5	<input checked="" type="checkbox"/>	53	319	0	0.00	-218.16	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>

Fig. 10. CCE 4: input delle spinte passive. Il segno - indica la forza diretta nel verso -X

Una volta definite tutte le CCE, si considerano le loro combinazioni (CCC).

Per eseguire una prima analisi senza il contributo della spinta passiva, è sufficiente specificare 0 come moltiplicatore della CCE 4. Per la successiva analisi con il contributo della spinta passiva il moltiplicatore diviene 1.00, ma è importante osservare che seguendo l'approccio degli stati limite ultimi, trattandosi di stato limite per corpo rigido (EQU: §2.6.1, D.M.17.1.2018), si può considerare un coefficiente parziale per le azioni pari a 0.9 (Tab. 2.6.I) in quanto l'effetto della spinta passiva è favorevole nei confronti della stabilità (tende a ricentrare la curva delle pressioni). Nell'esempio si è quindi ritenuto opportuno applicare il coefficiente 0.9, date le inevitabili incertezze sulla spinta passiva. Chiaramente, anche la scelta del valore di k_p influenza l'entità delle forze passive orizzontali. Per l'esempio in esame, si è scelto: $k_p=1.00$.

In fig. 11 è riportata la tabella delle CCC, con riferimento al caso di inclusione delle spinte passive. Vengono considerate due CCC, una con tutti i carichi (pesi propri e carichi concentrati e distribuiti) e una con pesi propri e carichi concentrati, in assenza di carichi distribuiti.

N°	Commento	Molt. CCE n° 1	Molt. CCE n° 2	Molt. CCE n° 3	Molt. CCE n° 4
1	Tutti i carichi	1.00	1.00	1.00	0.90
2	Pesi strutturali e Carichi concentrati (escluso quindi i carichi distribuiti)	1.00	1.00	0.00	0.90

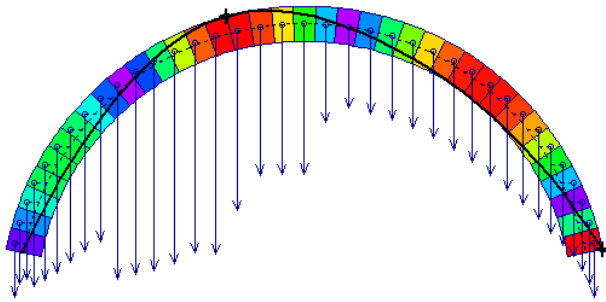
Fig. 11. CCC con spinta passiva

Analisi in assenza di spinta passiva (file: File: Esempio_SpintaPassiva_Kp_0)

L'analisi statica fornisce i risultati illustrati nelle immagini seguenti.

- Curva delle Pressioni
- Combinazione di Condizioni di Carico: 1 (2)
- Passo di iterazione: 3 (3)

Arco STABILE - Verifica Soddisfatta



- Tensioni di Compressione
- Combinazione di Condizioni di Carico: 1 (2)
- Passo di iterazione: 3 (3)

Arco STABILE - Verifica Soddisfatta

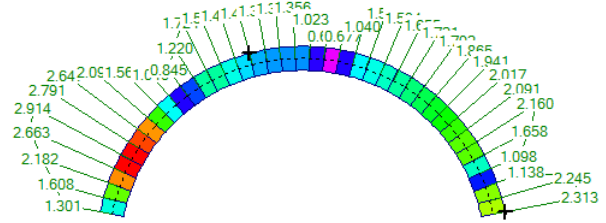


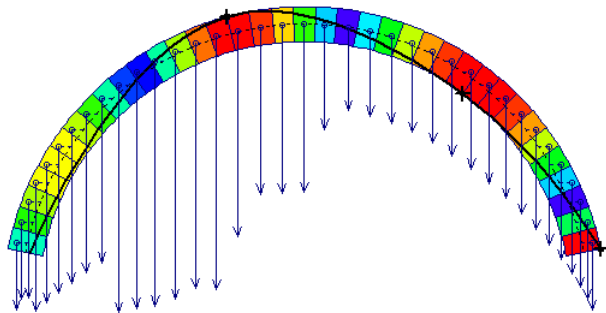
Fig. 12. No spinta passiva, CCC 1: curva delle pressioni, con carichi sui conci (a sinistra) e tensioni di compressione (a destra)

ANALISI STATICA			
CCC 1 (2)		Moltiplicatore di collasso in direzione verticale:	
Verifica Soddisfatta		- per la CCC 1:	1.236
		- min. fra tutte le CCC:	0.966
Tipo di Verifica	Arco	Pied.Sx	Pied.Dx
Stabilità (Equilibrio della struttura)	1.236		
Attrito (Taglio nei giunti)	1.236		
Compressione della muratura	1.236		
Trazione dei rinforzi			

Fig. 13. No spinta passiva, CCC 1: moltiplicatore di collasso in direzione verticale

- Curva delle Pressioni
- Combinazione di Condizioni di Carico: 2 (2)
- Passo di iterazione: 4 (4)
- Trazione max mur. (kN) = -0.186 (interf.: 29)

Arco INSTABILE - Verifica NON Soddisfatta



- Tensioni di Compressione
- Combinazione di Condizioni di Carico: 2 (2)
- Passo di iterazione: 4 (4)
- Trazione max mur. (kN) = -0.186 (interf.: 29)

Arco INSTABILE - Verifica NON Soddisfatta

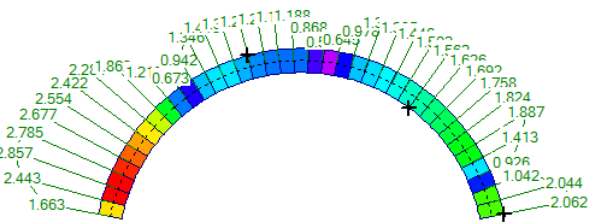


Fig. 14. No spinta passiva, CCC 2: curva delle pressioni, con carichi sui conci (a sinistra) e tensioni di compressione (a destra)

ANALISI STATICA			
CCC 2 (2)		Moltiplicatore di collasso in direzione verticale:	
Verifica NON Soddisfatta		- per la CCC 2:	0.966
		- min. fra tutte le CCC:	0.966
Tipo di Verifica	Arco	Pied.Sx	Pied.Dx
Stabilità (Equilibrio della struttura)	0.966		
Attrito (Taglio nei giunti)	0.966		
Compressione della muratura	0.966		
Trazione dei rinforzi			

Fig. 15. No spinta passiva, CCC 2: moltiplicatore di collasso in direzione verticale

La CCC 1 risulta stabile, anche se a prezzo di due cerniere e dell'imminente formazione di una terza sul semiarco destro. Il picco delle tensioni di compressione è pari a 2.914 N/mm^2 . Il moltiplicatore di collasso vale 1.236.

Per la CCC 2 invece non si riesce a trovare una configurazione di equilibrio stabile: pur avendo inserito 3 cerniere, permane una fuoriuscita della curva delle pressioni sul semiarco destro. Nelle configurazioni instabili il controllo sulla compressione è solo indicativo, comunque si rileva un picco di 2.857 N/mm^2 . Il moltiplicatore di collasso scende sotto a 1, trattandosi di CCC con verifica non soddisfatta, ed è pari a 0.966: poco inferiore al limite di sicurezza, tuttavia non accettabile. La verifica dell'arco senza spinta passiva risulta non soddisfatta.

Analisi in presenza di spinta passiva (file: File: Esempio_SpintaPassiva_Kp_1)

L'analisi statica fornisce i risultati illustrati nelle immagini seguenti.

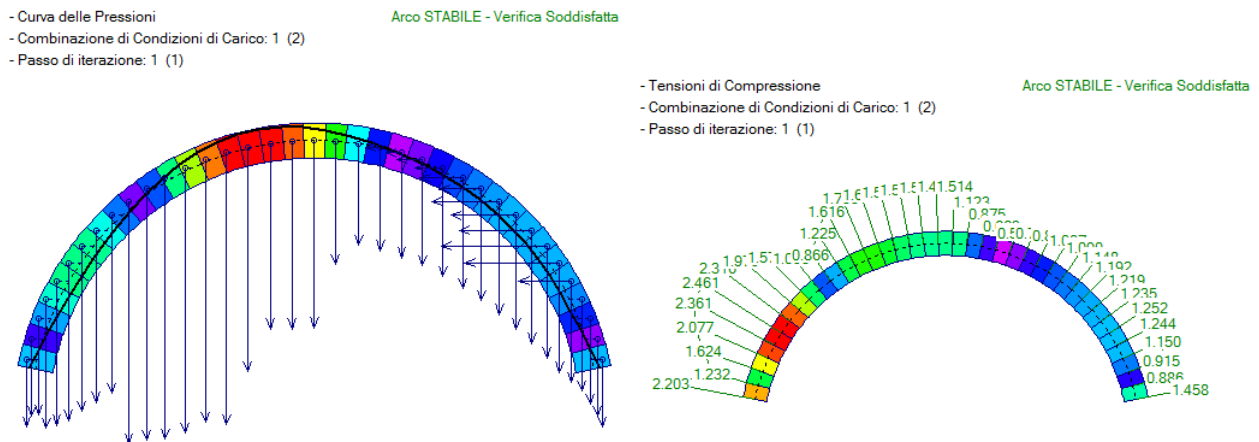


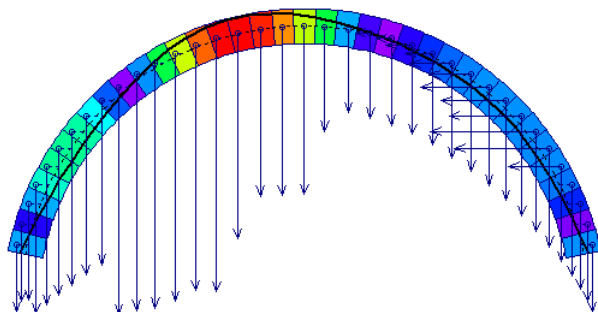
Fig. 16. Sì spinta passiva, CCC 1: curva delle pressioni, con carichi sui conchi (a sinistra) e tensioni di compressione (a destra)

ANALISI STATICA			
CCC 1 (2)	Info Moltiplicatore di collasso in direzione verticale:		
Verifica Soddisfatta	- per la CCC 1:	2.314	
	- min. fra tutte le CCC:	2.314	
Tipo di Verifica	Arco	Pied. Sx	Pied. Dx
Stabilità (Equilibrio della struttura)	2.704		
Attrito (Taglio nei giunti)	2.704		
Compressione della muratura	2.314		
Trazione dei rinforzi			

Fig. 17. Sì spinta passiva, CCC 1: moltiplicatore di collasso in direzione verticale

- Curva delle Pressioni
 - Combinazione di Condizioni di Carico: 2 (2)
 - Passo di iterazione: 1 (1)

Arco STABILE - Verifica Soddisfatta



- Tensioni di Compressione
 - Combinazione di Condizioni di Carico: 2 (2)
 - Passo di iterazione: 1 (1)

Arco STABILE - Verifica Soddisfatta

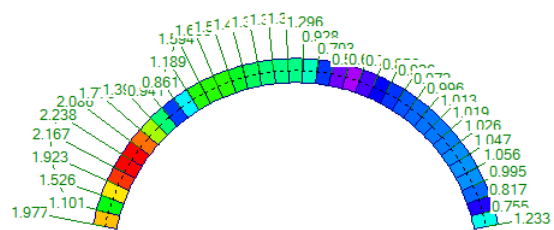


Fig. 18. Sì spinta passiva, CCC 2: curva delle pressioni, con carichi sui conci (a sinistra) e tensioni di compressione (a destra)

ANALISI STATICA			
CCC 2 (2)		Moltiplicatore di collasso in direzione verticale:	
Verifica Soddisfatta		- per la CCC 2:	2.334
		- min. fra tutte le CCC:	2.314
Tipo di Verifica	Arco	Pied.Sx	Pied.Dx
Stabilità (Equilibrio della struttura)	2.334		
Atrito (Taglio nei giunti)	2.334		
Compressione della muratura	2.334		
Trazione dei rinforzi			

Fig. 19. Sì spinta passiva, CCC 2: moltiplicatore di collasso in direzione verticale

Grazie alla spinta passiva, entrambe le CCC mostrano verifica di stabilità soddisfatta, senza formazione di cerniere. Nella CCC 1 il moltiplicatore di collasso (calcolato sulla verifica di stabilità) sale da 1.236 a 2.704, nella CC2 sale da 0.966 a 2.334: la volta presenta quindi un margine di sicurezza superiore a 2.3. Nella CC1 la massima tensione di compressione scende da 2.914 a 2.461 N/mm², nella CC2 scende da 2.857 a 2.238 N/mm²: anche per questo aspetto il miglioramento della verifica ottenuto tramite la spinta passiva risulta evidente.

Alcune ulteriori osservazioni

La spinta passiva agisce sull'arco per effetto della sua deformazione, e rappresenta il contrasto offerto dal riempimento nei confronti dell'attivazione del cinematismo.

Poiché il meccanismo di collasso dipende dal carico applicato, nel caso più generale di carichi in posizioni qualsiasi, distribuiti e/o concentrati, è necessario studiare, qualora l'arco (senza spinta passiva) risulti instabile, la configurazione cinematica assunta per effetto dei carichi e applicare la spinta solo ai conci che si spostano comprimendo il riempimento.

Qualora invece l'arco, senza spinta passiva, risulti stabile con un certo margine di sicurezza, rappresentato dal moltiplicatore di collasso, è comunque possibile studiare la configurazione di collasso aumentando il carico (per esempio, applicando nelle Combinazioni di Condizioni di Carico un moltiplicatore \geq del moltiplicatore di collasso) e rilevando nel corrispondente meccanismo quali conci comprimono il riempimento.

Vi sono peraltro situazioni dove il moltiplicatore di collasso è teoricamente infinito o comunque $\gg 1$: data la natura rigido-fragile dell'approccio dell'analisi limite di SAV, ciò può accadere ad esempio studiando un arco sottoposto ad un carico verticale uniformemente distribuito senza controlli sulla massima compressione: incrementando il carico uniforme, la curva delle pressioni rimane uguale a sé stessa e non si formano cerniere tali da attivare un cinematismo. In casi di questo tipo, la spinta passiva può essere ignorata, anche perché di fatto non è ovviamente necessario chiamare in causa forze orizzontali stabilizzanti prodotte dal riempimento per assicurare la condizione di stabilità dell'equilibrio.

Sugli sviluppi di SAV

La procedura illustrata consente l'inclusione della spinta passiva nei modelli di SAV 2019-2020. Per gli aggiornamenti successivi, è prevista una automatizzazione della procedura che consenta la generazione delle forze orizzontali passive sui conci tendenti a comprimere il riempimento, in base al meccanismo di collasso competente alla specifica configurazione strutturale esaminata.

RIFERIMENTI BIBLIOGRAFICI

[1] P. Gelfi: "Role of Horizontal Backfill Passive Pressure on the Stability of Masonry Vaults", *Restoration of Buildings and Monuments* 8 (2002): 573 - 590.

[2] M. Mazzoleni, L. Jurina: "Ponti in muratura: difetti e patologie", *Convegno CIAS: Ponti e viadotti: ispezioni visive e tecniche di risanamento*, Bolzano, 18-19 ottobre 2006.