

# CAPITOLO 4    Analisi statiche non lineari

## 4.1    INTRODUZIONE

Nel seguente capitolo vengono illustrate le procedure analitiche per la valutazione delle prestazioni degli edifici esistenti. Vengono esaminati con particolare attenzione i metodi d'analisi non lineari trattati nei documenti di origine USA: FEMA 273 e ATC 40. Nel documento ATC 40 si tratta con particolare enfasi il metodo dello spettro di capacità mentre nelle FEMA 273 si fa riferimento al metodo del coefficiente di spostamento.

Il comportamento dinamico di una struttura in campo non lineare può essere modellato al meglio utilizzando un'analisi non lineare dinamica nel dominio del tempo (*time history analysis*). Questo approccio, però, risulta spesso oneroso e a volte impraticabile. Sono stati quindi proposti, e vengono continuamente perfezionati, metodi semplificati costituiti da procedure statiche non lineari, che, con il rispetto di particolari condizioni, riescono a simulare, con buona approssimazione, il comportamento di una struttura.

Le analisi lineari, in particolare quelle dinamiche, forniscono utili indicazioni sul comportamento elastico di una struttura e indicano quali siano i componenti che per primi entrano in campo plastico. Esse, però, non consentono di individuare i successivi meccanismi di collasso e la relativa ridistribuzione delle forze; la loro utilizzazione per l'analisi delle prestazioni sotto sisma è quindi soggetta a restrizioni, come quelle discusse nel capitolo che riguarda la procedura LDP proposta dalle FEMA 273. In questo capitolo invece si focalizza l'attenzione sulle potenzialità offerte dalle analisi non lineari nella simulazione del comportamento di strutture soggette a terremoti di notevole intensità, a causa dei quali il limite elastico è ampiamente superato.

## 4.2    CONCETTI DI BASE

Gli elementi chiave di un'analisi non lineare sono: *capacità*, *domanda* e *prestazione*. La domanda è una rappresentazione del moto sismico del terreno. La capacità è l'*abilità* della struttura di resistere alla domanda sismica. La prestazione rappresenta la misura in cui la capacità assorbe la domanda; la struttura deve avere la capacità di resistere alla domanda sismica in modo che la prestazione sia compatibile con gli obiettivi di progetto.

### 4.2.1 La Capacità

La capacità globale di una struttura dipende dalla resistenza e dalle capacità di deformazione dei singoli componenti della struttura. Allo scopo di determinare il comportamento strutturale oltre il limite elastico, si utilizzano tecniche di analisi non lineare come quella denominata *pushover* o analisi di spinta. Il concetto alla base di tale tecnica è che la capacità complessiva della struttura di sostenere le azioni sismiche può essere descritta dal comportamento della stessa sottoposta ad un sistema di forze statiche equivalenti incrementate fino a raggiungere il collasso, inteso come incapacità di continuare a sostenere i carichi verticali. Il sistema di forze in questione deve simulare in modo il più possibile realistico gli effetti di inerzia prodotti dal sisma nel piano orizzontale; essi, a loro volta, dipendono dalla risposta stessa della struttura, per cui il sistema di forze dovrebbe cambiare durante l'analisi: recenti proposte prevedono infatti l'adattamento della distribuzione al livello di danneggiamento (*pushover adattivo*). Attualmente, per non complicare oltre misura un procedimento che vuole coniugare la maggiore aderenza al fenomeno fisico con una standardizzazione che ne garantisca una certa

‘robustezza’ la distribuzione di forze è assunta fissa durante l’analisi. In genere essa è costruita in modo da rappresentare la distribuzione di forze di inerzia derivante dal modo fondamentale di vibrazione, assumendo che esso sia predominante. Questa assunzione è generalmente ben approssimata per edifici con periodi fondamentali fino ad un secondo, mentre per strutture più flessibili, occorre considerare anche i modi di vibrazione superiori. Inoltre, qualora nel corso dell’analisi si dovessero verificare meccanismi di danneggiamento molto localizzati può essere opportuno adottare distribuzioni congruenti con essi: ad esempio l’innescò di un ‘piano debole’ al livello più basso di un edificio può portare a considerare una distribuzione uniforme sull’altezza.

La procedura in linea di principio richiederebbe l’uso di una codice di calcolo non lineare, ma può anche essere approssimata da una serie di analisi elastiche sequenziali sovrapposte ed è proprio questo metodo che è suggerito, con diverse varianti, nell’ATC 40 e nelle FEMA 273, per consentire una maggiore spedività ed anche per ridurre i possibili scarti nei risultati. In questo caso il modello matematico della struttura (più precisamente la matrice di rigidezza), viene continuamente aggiornato, per tener conto della riduzione di rigidezza degli elementi che entrano in campo plastico.

La capacità di una struttura è pertanto rappresentata mediante una curva che ha come grandezze di riferimento il taglio alla base e lo spostamento in copertura dell’edificio. In questo modo una risposta complessa viene ridotta ad un legame tipico di un oscillatore non lineare ad un grado di libertà, rendendo possibile, come vedremo più avanti, un diretto confronto con la domanda sismica rappresentata in termini di spettro di risposta.

#### 4.2.1.1 Costruzione della curva pushover

Come detto il metodo *pushover* è basato su un processo incrementale che simula la spinta orizzontale di forze statiche, equivalenti al sisma, su una struttura. Dopo ogni incremento del sistema di forze applicate, si verificano le condizioni dei componenti della struttura e si effettuano gli opportuni aggiornamenti del modello. L’analisi si arresta quando vengono raggiunte particolari condizioni di stato limite ultimo. Di seguito vengono riassunti i passi principali che consentono la costruzione della curva di capacità.

1. Applicazione del sistema di forze orizzontali in modo proporzionale al prodotto delle masse di piano e dei coefficienti modali relativi al primo modo del modello elastico :

$$F_x = \frac{w_x \cdot \Phi_{1x}}{\sum_{x=1}^n w_x \cdot \Phi_{1x}} \cdot V \quad (4.1)$$

$w$  = massa di piano

$\Phi_{1x}$  = ampiezza del primo modo in corrispondenza del livello  $x$

$V$  = taglio alla base

$F_x$  = forza orizzontale applicata in corrispondenza del livello  $x$

In presenza di strutture con piani deboli, va aggiornata la forma modale per ogni incremento successivo all’entrata in campo plastico. Per edifici con molti piani o con forti irregolarità bisogna considerare anche gli effetti dei modi superiori.

2. Calcolo delle sollecitazioni nei componenti dovute alla combinazione del sistema di forze definito al passo 1 con i carichi di gravità.
3. Calcolo del taglio alla base e dello spostamento in copertura.

4. Revisione del modello (aggiornamento della matrice di rigidezza), assegnando rigidezza ridotta all'elemento (o gruppo di elementi) che è entrato in campo plastico.
5. Incremento del carico orizzontale agente sul modello aggiornato, in modo che un altro elemento (o gruppo d'elementi) entri in campo plastico.
6. Somma degli incrementi del taglio alla base e dello spostamento in copertura ai totali precedenti.
7. Ripetizione dei passi 4, 5 e 6 fino al raggiungimento di uno stato limite del tipo:
  - instabilità dovuta ad effetti  $P-\Delta$ ;
  - distorsioni ampiamente superiori a quelle corrispondenti al livello di prestazione desiderato;
  - raggiungimento, da parte di un elemento (o gruppo), di un livello di deformazione tale da comportare un sensibile degrado della resistenza.

Si costruiscono in questo modo curve del tipo di quella riportata in figura 4.1a.

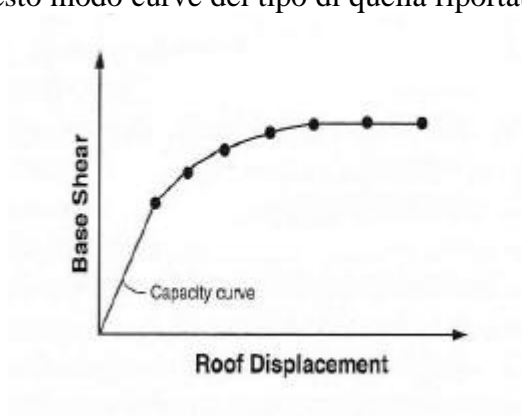


Fig. 4.1.a

8. Per definire la perdita globale di resistenza della struttura, è necessario ridurre o eliminare la rigidezza degli elementi che hanno raggiunto uno stato limite. Va dunque ripetuto l'intero processo a partire dal passo 1, costruendo così nuove curve di capacità (Fig.4.1.b). La curva di capacità finale, che tiene conto delle progressive perdite di resistenza della struttura, raccorda superiormente le varie curve con dei tratti verticali, in corrispondenza dei vari stati limite assumendo la caratteristica forma a denti di sega riportata in Fig.4.2 (*sawtooth curve*).

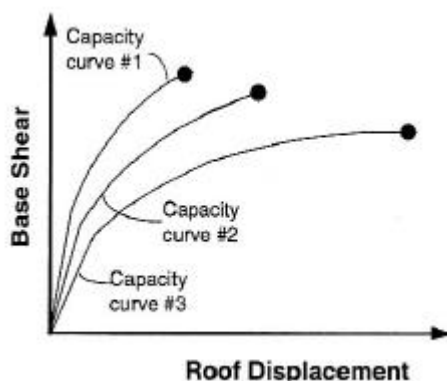


Fig. 4.1.b Curve di capacità

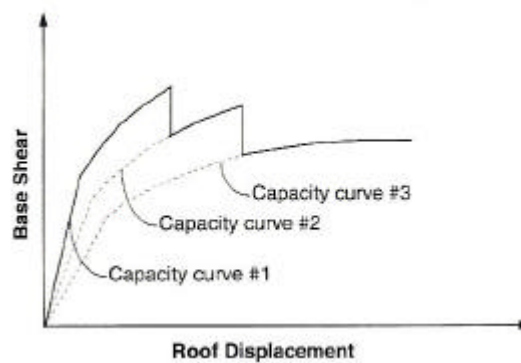


Fig.4.2 Curva di capacità finale

#### 4.2.2 La Domanda

Il terremoto determina nella struttura deformazioni che sono congruenti con gli spostamenti dei suoi nodi. Negli ultimi anni è su questi ultimi che si è indirizzata l'attenzione per poter meglio stimare lo stato di danneggiamento e la prestazione che la struttura danneggiata può offrire. Con i tradizionali metodi di analisi lineari gli spostamenti sono valutati utilizzando azioni di progetto descritte mediante particolari distribuzioni di forze orizzontali. I metodi non lineari, in generale, consentono la stima diretta degli spostamenti orizzontali, a partire dal moto sismico atteso.

La domanda causata da un terremoto su una particolare struttura, può dunque essere utilmente espressa in termini di spostamento subito dalla struttura stessa. Per determinare quale sia l'effettivo *punto di funzionamento* di una struttura sotto il sisma occorre confrontare la capacità della struttura, come prima descritta, con le caratteristiche dell'azione sismica considerata (spettro della domanda). Allo scopo è utile rappresentare entrambe nello stesso sistema di riferimento, che è individuato nel piano accelerazione spettrale-spostamento spettrale (ADRS: *acceleration-displacement response spectrum*). In pratica la classica rappresentazione dell'azione sismica attraverso lo spettro elastico di risposta, pseudo accelerazione in ordinata e periodo in ascissa, viene trasformata riportando in ascisse lo spostamento. Parallelamente la capacità, come detto espressa in termini di taglio alla base in ordinata e spostamento in ascissa, viene riportata in termini di accelerazione equivalente.

Così facendo si può determinare l'intersezione fra le due curve che rappresenta il punto di funzionamento della struttura (*performance point*). In pratica l'intersezione detta non è di determinazione immediata perché la domanda è a sua volta funzione del danneggiamento della struttura, quindi dello spostamento corrispondente alla soluzione del problema.

L'ATC 40 fornisce diversi metodi per la determinazione del *performance point*. Essi sono tutti basati sul calcolo degli spettri di domanda corrispondenti a diversi valori di smorzamento equivalente e sulla determinazione iterativa dello spostamento atteso. In sintesi si procede come segue:

- si effettua una prima stima del *performance point* (generalmente come spostamento di una struttura elastica avente la stessa rigidezza iniziale, v. oltre);
- si determina da esso un legame costitutivo bilineare equivalente, in termini energetici, alla curva di capacità fino al *performance point*;
- si calcola lo smorzamento equivalente del legame bilineare e il conseguente fattore di riduzione dello spettro elastico lineare;

- si determina il punto di intersezione dello spettro di domanda ridotto con la curva di capacità: se esso è caratterizzato da uno spostamento sufficientemente vicino a quello stimato in partenza la soluzione è trovata; se non è così si assume come nuova stima del *performance point* il punto trovato (o una media fra quello trovato e quello iniziale) e si itera fino a convergenza.

Il *performance point* rappresenta dunque la condizione per cui la capacità sismica di una struttura è pari alla domanda sismica imposta.

Il metodo usato nelle FEMA 273 è basato invece sulla correzione della prima stima mediante coefficienti che tengono conto delle particolarità di comportamento più importanti del sistema non lineare rispetto a quello lineare. Tali coefficienti derivano da studi di tipo statistico dei risultati di analisi non lineari in time history, condotte su differenti modelli ad un grado di libertà. La domanda è dunque definita da uno spostamento obiettivo (*target displacement*) dato dal prodotto dello spostamento stimato per i coefficienti correttivi.

In entrambe i metodi, la prima stima dello spostamento atteso può essere ottenuta dall'usuale assunzione di uguaglianza fra lo spostamento spettrale anelastico e lo spostamento che si avrebbe se la struttura rimanesse perfettamente elastica (*equal displacement approximation*) (Fig.4.3). Per periodi elevati ( $T > 1$  s.), tale assunzione porta a risultati molto simili ai metodi precedentemente enunciati.

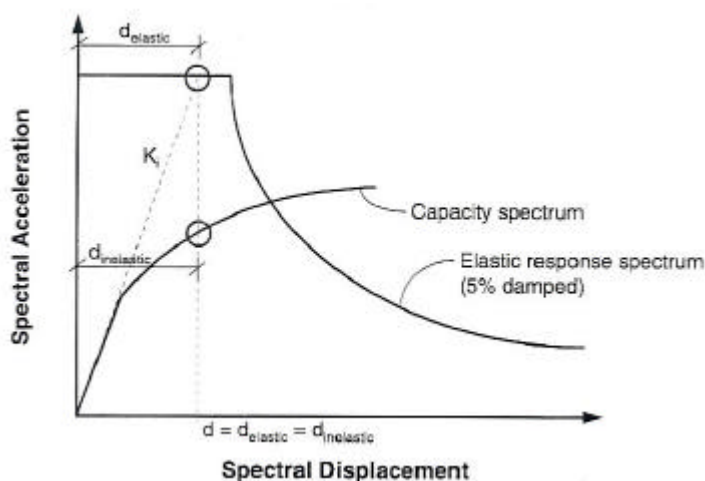


Fig.4.3 Prima stima dello spostamento atteso

### 4.3 ANALISI STATICA NON LINEARE NELL'ATC 40

Come già detto il *performance point* deve soddisfare due condizioni:

- deve appartenere alla curva dello spettro di capacità, allo scopo di rappresentare per qualunque spostamento la corrispondente risposta della struttura;
- deve appartenere alla curva dello spettro della domanda valutato per uno smorzamento equivalente alla dissipazione di energia per un ciclo di ampiezza pari al suo valore.

Qui di seguito si illustra in maggiore dettaglio come si effettua la determinazione dello spettro di capacità e la riduzione dello spettro di domanda a partire dallo spettro elastico, in funzione dello smorzamento equivalente.

#### 4.3.1 Conversione dello spettro di risposta e della curva di capacità nel formato ADRS

Come detto è necessario convertire la curva di capacità, rappresentata in termini di taglio e spostamento, nello spettro di capacità, ossia nel formato ADRS (*Acceleration-Displacement Response Spectra*), ossia accelerazione-spostamento spettrale ( $S_a$ - $S_d$ ). Per convertire uno spettro di risposta elastico dal formato standard  $S_a$ - $T$ , presente nella normativa, nel formato ADRS, è sufficiente utilizzare la relazione tra l'accelerazione e lo spostamento spettrale :

$$S_d = \frac{1}{4 \cdot \pi^2} \cdot S_a \cdot T^2 \quad (4.2)$$

Per convertire una curva di capacità nello stesso formato occorre ricondurre il comportamento della struttura a quello di un sistema ad un grado di libertà. Allo scopo si utilizza una distribuzione di spostamenti orizzontali sull'altezza: in genere, come detto, si usa il modo di vibrazione fondamentale, ma si possono usare anche altre forme. Nel seguito si riportano le formule in cui il campo di spostamenti è il primo autovettore. Per garantire l'uguaglianza fra l'energia cinetica della struttura e quella del sistema equivalente ad un grado di libertà si sfruttano il fattore partecipazione  $PF_1$  e il coefficiente di massa  $\alpha_1$  relativi al primo modo :

$$\mathbf{a}_1 = \frac{\left( \sum_{i=1}^N w_i \cdot \Phi_{i1} \right)^2}{\sum_{i=1}^N w_i \cdot \sum_{i=1}^N (w_i \cdot \Phi_{i1}^2)} \quad (4.3)$$

$$PF_1 = \frac{\sum_{i=1}^N w_i \cdot \Phi_{i1}}{\sum_{i=1}^N w_i \cdot \Phi_{i1}^2} \quad (4.4)$$

$w_i$  = peso del piano  $i$ -esimo;

$\Phi_{i1}$  = ampiezza del primo modo in corrispondenza del piano  $i$ -esimo;

$N$  = numero totale di piani.

Ciascun punto della curva di capacità nel piano ( $V$ ,  $\Delta_{cop}$ ) è associato al corrispondente sullo spettro di capacità mediante le seguenti relazioni:

$$S_a = \frac{V/W}{\mathbf{a}_1} \quad (4.5)$$

$$S_d = \frac{\Delta_{cop}}{PF_1 \cdot \Phi_{cop,1}} \quad (4.6)$$

$V$  = taglio alla base

$W$  = peso dell'edificio

$\Delta_{cop}$  = spostamento in sommità della copertura

Entrambe le trasformazioni sono illustrate graficamente nella figura 4.4.

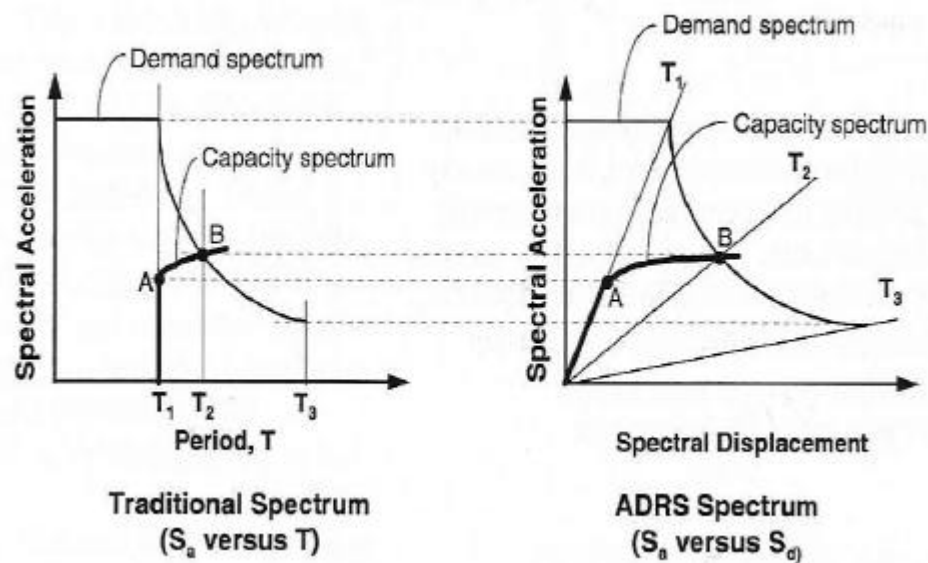


Fig 4.4 Trasformazioni degli spettri di domanda e capacità

#### 4.3.2 Rappresentazione in forma bilineare dello spettro di capacità

Come prima accennato tale rappresentazione è necessaria per stimare velocemente lo smorzamento efficace (equivalente) e la conseguente riduzione della domanda spettrale. La rappresentazione bilineare richiede la definizione di un punto di coordinate  $d_{pi}$   $a_{pi}$ , che rappresentano la stima del massimo spostamento atteso e la corrispondente accelerazione spettrale. Il primo tratto della spezzata coincide con la rigidità iniziale della struttura, definito dai punti caratteristici dello snervamento ( $a_y$ ,  $d_y$ ). Il secondo, che si disegna a partire dal punto di stima, ha una pendenza tale che le aree  $A_1$  e  $A_2$  (Fig.4.5) siano approssimativamente uguali, in modo che l'energia dissipata per ciclo sia identica fra il legame bilineare e la curva di capacità effettiva.

La prima stima del punto è designata con  $a_{p1}$ ,  $d_{p1}$ , la seconda con  $a_{p2}$ ,  $d_{p2}$  e così via.

Nel caso di una curva di capacità che rappresenti il progressivo degrado della resistenza strutturale, la spezzata va costruita in riferimento alla curva di capacità che contiene il punto corrente di stima.

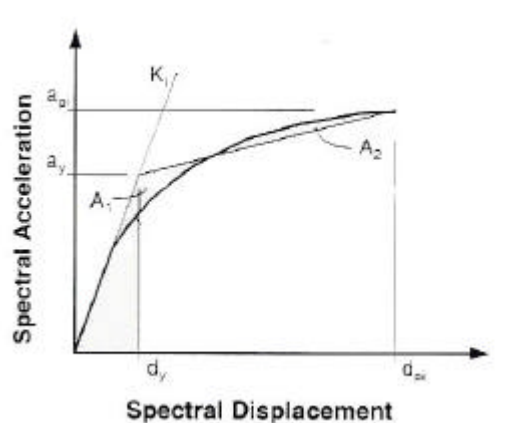


Fig.4.5 Stima della accelerazione spettrale

#### 4.3.4 Stima dello smorzamento e riduzione dello spettro elastico

Lo smorzamento equivalente, che si manifesta quando il sisma fa oscillare oltre il limite elastico una struttura, può essere considerato come somma del contributo viscoso e di quello isteretico:

$$\beta_{eq} = \beta_0 + 0.05 \quad (4.7)$$

$\beta_0$  = smorzamento viscoso equivalente a quello isteretico;

0.05= smorzamento viscoso proprio della struttura considerato pari al 5%.

Lo smorzamento isteretico  $\beta_0$ , è legato all'energia dissipata dalla struttura, proporzionale all'area racchiusa dai cicli d'isteresi, rappresentati in un riferimento che abbia come componenti la forza sismica (taglio alla base) e lo spostamento strutturale. Tale smorzamento può essere calcolato mediante la seguente relazione:

$$\beta_0 = \frac{1}{4 \cdot \pi} \cdot \frac{E_D}{E_{S0}} \quad (4.8)$$

$E_D$  = Energia dissipata a causa dello smorzamento isteretico

$E_{S0}$  = Energia elastica relativa alla massima deformazione

Sviluppando l'equivalenza dell'energia dissipata da un oscillatore, dotato di smorzamento viscoso, e quella sviluppata da un oscillatore, a comportamento elasto-plastico incrudente, si perviene all'espressione dello smorzamento viscoso equivalente; lo smorzamento è espresso in percentuale, ed è calcolato in funzione dei punti critici della rappresentazione bilineare dello spettro di capacità (Fig. 4.6):

$$\beta_{eq} = \frac{63.7 \cdot (a_y \cdot d_{pi} - d_y \cdot a_{pi})}{a_{pi} \cdot d_{pi}} + 5 \quad (4.9)$$

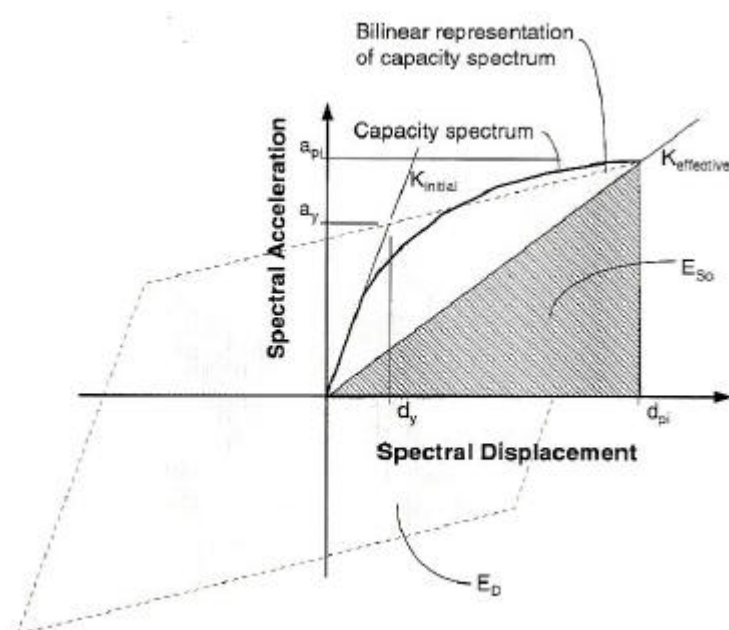


Fig.4.6 Calcolo dello smorzamento viscoso equivalente (da ATC 40)



#### 4.3.4.1 Il fattore di comportamento $k$

Il ciclo d'isteresi presente in figura 4.6 è una ragionevole approssimazione per strutture con alto grado di duttilità, sottoposte a terremoti di breve intensità (tali da comportare pochi cicli e da considerare il degrado della resistenza degli elementi nullo), con smorzamento equivalente inferiore al 30%. Per condizioni che siano diverse da quelle enunciate, considerando ad esempio un edificio esistente, i cicli d'isteresi come quelli di figura tendono a sovrastimare l'effettivo valore dello smorzamento viscoso equivalente, in quanto non vengono considerati fenomeni tipo *pinching*, che portano ad una progressiva riduzione dell'ampiezza dei cicli.

Va pertanto introdotto nell'espressione di  $\beta_{eq}$  il fattore  $k$ , per tenere conto della possibile presenza di tali fenomeni :

$$\beta_{eq} = \frac{63.7 \cdot k \cdot (a_y \cdot d_{pi} - d_y \cdot a_{pi})}{a_{pi} \cdot d_{pi}} + 5 \quad (4.10)$$

Il fattore  $k$  dipende dal comportamento strutturale dell'edificio, che a sua volta è funzione della qualità del sistema sismico resistente e della durata del sisma. Nell'ATC 40 vengono considerati tre categorie di comportamenti strutturali:

- Tipo A, rappresenta strutture con cicli d'isteresi ampi e stabili;
- Tipo B, rappresenta strutture che mostrano una moderata riduzione dell'area dei cicli d'isteresi;
- Tipo C, rappresenta un comportamento isteretico assai limitato con una notevole riduzione dell'area dei cicli.

Nella tabella 4.1 è possibile individuare il tipo di comportamento in funzione della durata del sisma e della qualità del sistema sismico resistente.

**Tab. 4.1 Tipi di edifici**

Durata del sisma (1)	Edifici essenzialmente nuovi (2)	Edifici esistenti comuni (3)	Edifici esistenti <i>poveri</i> (4)
Breve	Tipo A	Tipo B	Tipo C
Lungo	Tipo B	Tipo C	Tipo C

(1) La definizione delle azioni sismiche è nel cap.5.

(2) Edifici in cui elementi primari costituiscono un sistema resistente alle azioni orizzontali essenzialmente nuovo.

(3) Edifici i cui elementi primari resistenti sono combinazione di elementi esistenti e di elementi nuovi.

(4) Edifici i cui elementi primari hanno uno scarso comportamento isteretico.

I valori del coefficiente  $k$  sono espressi nella tabella 4.2, in funzione del comportamento strutturale e della percentuale di smorzamento equivalente  $\beta_0$ .

**Tab. 4.2 Valori del fattore di comportamento  $k$**

Tipo di comportamento strutturale	$\beta_o$ (percentuale)	$k$
Tipo A	$\leq 16.25$	1
	$> 16.25$	$1.13 - \frac{0.51(a_y d_{py} - d_y a_{py})}{a_{pi} d_{pi}}$
Tipo B	$\leq 25$	0.67
	$> 25$	$0.845 - \frac{0.446(a_y d_{py} - d_y a_{py})}{a_{pi} d_{pi}}$
Tipo C	qualsiasi	0.33

#### 4.3.4.2 I fattori di riduzione

A questo punto sono disponibili tutti gli elementi per calcolare i fattori di riduzione dello spettro di risposta elastico,  $SR_A$ , relativo al campo in cui si hanno accelerazioni spettrali costanti, e  $SR_V$ , relativo al campo in cui si hanno velocità spettrali costanti.

$$SR_A = \frac{3.21 - 0.68 \cdot \ln(\beta_{eq})}{2.12} \quad (4.11)$$

$$SR_V = \frac{2.31 - 0.41 \cdot \ln(\beta_{eq})}{1.65} \quad (4.12)$$

Si può quindi procedere alla determinazione dello spettro di domanda ridotto, secondo lo schema riportato in figura 4.7.

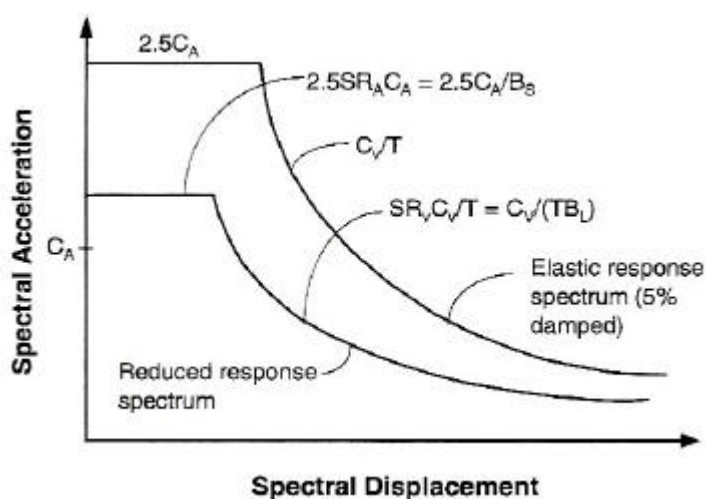


Fig.4.7 Spettro di domanda ridotto

Lo spettro elastico è costruito sulla base dei coefficienti sismici  $C_A$  (accelerazione di picco al suolo) e  $C_V$ , che valgono rispettivamente:

$$C_A = 0.4 \cdot S_{MS} \quad (4.13)$$

$$C_V = S_{MI} \quad (4.14)$$

$S_{MS}$  = accelerazione spettrale su suolo roccioso, in corrispondenza di un periodo di 0.3 secondi.

$S_{MI}$  = accelerazione spettrale su suolo roccioso, in corrispondenza di un periodo di 1 secondo.

$S_{MS}$  e  $S_{MI}$  sono funzione della sismicità della zona e tengono conto anche degli effetti di amplificazione locali; fanno inoltre riferimento a un evento sismico con probabilità di eccedenza del 5% in 50 anni (MCE), intermedio al *BSE-1* e al *BSE-2* considerato nelle FEMA 273. Possono essere considerati gli equivalenti dei coefficienti  $S_{XS}$  e  $S_{X1}$  considerati nel par. 5.2.4.

I fattori di riduzione  $SR_A$  e  $SR_V$  sono limitati inferiormente in funzione del comportamento strutturale, come indicato in tab.4.3.

**Tab. 4.3 Limitazione dei fattori di riduzione**

Tipo di comportamento strutturale	$SR_A$	$SR_V$
Tipo A	0.33	0.50
Tipo B	0.44	0.56
Tipo C	0.56	0.67

In Fig. 4.8 si sono riportati alcuni esempi di spettri della domanda in funzione di valori diversi dello smorzamento equivalente  $\beta_{eff}$ , per un sito roccioso di una zona ad alta sismicità americana.

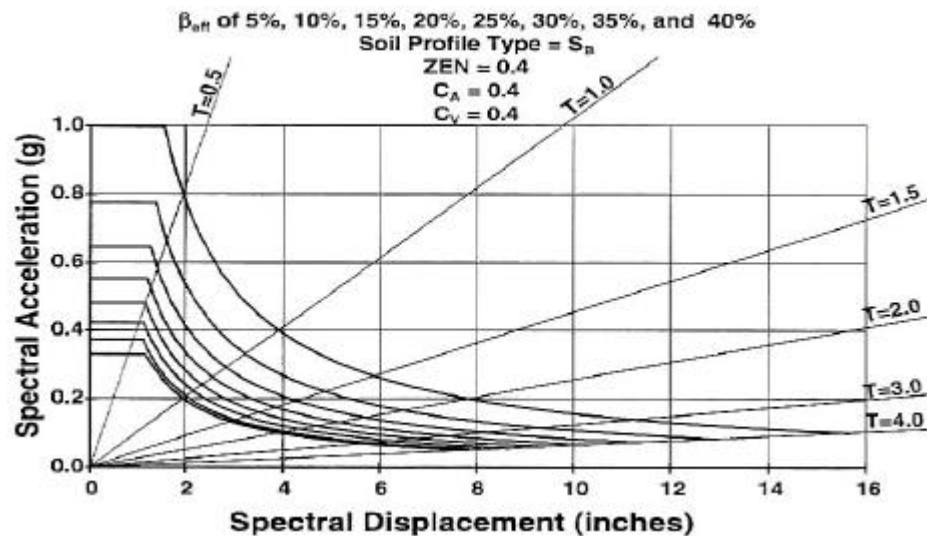


Fig.4.8 Esempi di spettri di domanda

#### 4.3.5 Calcolo del performance point

Quando lo spostamento  $d_i$ , calcolato in corrispondenza dell'intersezione fra lo spettro della domanda e quello della capacità, è contenuto in un *range* del 5% del punto di prova ( $0.95 d_{pi} \leq d_i \leq 1.05 d_{pi}$ ), tale spostamento può essere considerato il *performance point*. Se il punto d'intersezione è fuori del *range* specificato, va selezionato un ulteriore punto  $a_{pi} d_{pi}$  (che può essere lo stesso punto d'intersezione) e va ripetuto il processo.

Quando lo spettro di capacità tiene conto della progressiva degradazione degli elementi, bisogna porre particolare attenzione nella scelta del punto. Si ricorda che la rappresentazione bilineare è costruita su una singola curva di capacità e non su quella composita; pertanto affinché l'analisi sia accettabile, il punto d'intersezione dovrà sempre appartenere alla curva di capacità a cui si riferisce la rappresentazione bilineare.

##### 4.3.5.1 Procedure per il calcolo della prestazione

Nell' ATC 40 vengono esaminate tre diverse procedure per il calcolo del *performance point*:

- procedura A: rappresenta l'applicazione più diretta dei concetti e delle relazioni descritte nel par. 4.3. E' un metodo iterativo e può essere facilmente inserito in un foglio di calcolo;
- procedura B: è il metodo più rapido in quanto introduce una notevole semplificazione nella rappresentazione bilineare della curva di capacità; consente dunque con poche iterazioni di calcolare il *performance point*. Si assume che non solo la pendenza iniziale della rappresentazione bilineare rimanga costante, ma anche la pendenza del tratto incrudente ed il punto  $a_y, d_y$ . Tale semplificazione consente una soluzione diretta, senza dover riaggiornare completamente il modello bilineare ad ogni iterazione, poichè lo smorzamento efficace  $\beta_{eq}$  in questo caso è funzione del solo  $d_{pi}$ ;
- procedura C: rappresenta un metodo grafico per il calcolo del *performance point* e, come la procedura A, fa riferimento a concetti e relazioni descritte nel par.4.3. E' sicuramente il metodo più immediato per un calcolo approssimato della prestazione, sebbene rappresenti la procedura meno chiara di quelle esaminate.

Si esamina la sola procedura A, sia per l'accuratezza dei risultati forniti ,sia perché nel suo sviluppo chiarisce le relazioni espresse nel par.4.3.

##### 4.3.5.2 Calcolo del performance point mediante la procedura A

E' una procedura iterativa, la cui convergenza, porta alla definizione della prestazione della struttura. Vengono descritti i vari passi che sono alla base del metodo:

1. Scelta dello spettro elastico di partenza (con smorzamento del 5%), in funzione delle caratteristiche del sito.
2. Conversione della curva di capacità nello spettro di capacità, nel formato ADRS, secondo quanto descritto nel par 4.3.1. Rappresentazione su uno stesso grafico dello spettro di capacità e dello spettro elastico di progetto.
3. Scelta del punto di prova. Si può utilizzare l'*equal displacement approximation* oppure anche scegliere il punto finale dello spettro di capacità.

4. Sviluppo della rappresentazione bilineare dello spettro di capacità in riferimento al par.4.3.2 .
5. Calcolo dei fattori di riduzione (Eq. 4.11-4.12). Sviluppo dello spettro ridotto della domanda e rappresentazione nello stesso riferimento definito nel passo 2.
6. Determinazione del punto d'intersezione fra lo spettro della domanda e lo spettro della capacità.
7. Se il punto d'intersezione non rientra nel range del 5%, va scelto un nuovo punto di prova; quest'ultimo potrebbe essere lo stesso determinato nel passo 6 oppure un altro punto che possa garantire una convergenza più veloce (è fondamentale un giudizio tecnico).
8. Se il punto d'intersezione rientra nei limiti imposti, allora il punto di prova  $a_{pi}$ ,  $d_{pi}$  rappresenta il punto di performance  $a_p$ ,  $d_p$ . Lo spostamento  $d_p$  rappresenta dunque il massimo spostamento strutturale atteso per l'evento sismico.

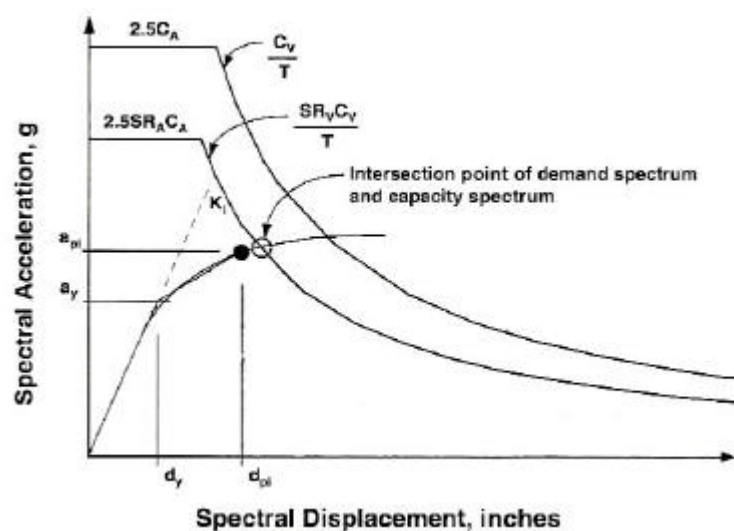


Fig.4.9 Calcolo del performance point

## 4.4 ANALISI STATICA NON LINEARE NELLE FEMA 273

### 4.4.1 Concetti di base

La procedura statica non lineare (NSP) prevede che sia messo a punto un modello che tiene conto della risposta anelastica di materiali e componenti; il modello deve essere sottoposto ad un *target displacement* (spostamento di progetto), determinando le deformazioni e le sollecitazioni interne risultanti. Come nell'ATC 40, il modello strutturale è soggetto ad un incremento monotono di forze orizzontali o spostamenti, fino al raggiungimento dello spostamento di progetto o del collasso dell'edificio. La differenza con ATC 40 è proprio nella determinazione del *target displacement*, che rappresenta il massimo spostamento a cui, con elevata probabilità, viene sottoposta la struttura durante il terremoto.

## 4.4.2 Problemi di modellazione e di analisi

### 4.4.2.1 Considerazioni generali

Nelle analisi statiche non lineari va considerata anche l'azione dei carichi di gravità, secondo le combinazioni specificate nel Cap.3.

Il modello strutturale deve essere discretizzato con un dettaglio tale da rappresentare adeguatamente la risposta di ciascun componente lungo tutto il suo sviluppo, ed in particolare in corrispondenza delle estremità.

La relazione tra il taglio alla base e lo spostamento orizzontale del nodo di controllo deve coprire un campo di spostamenti che ha come limite superiore un valore pari al 150% dello spostamento obiettivo  $\delta_i$ .

Se l'edificio oggetto di analisi non è simmetrico nel piano perpendicolare a quello dei carichi orizzontali applicati, allora è necessario considerare questi ultimi applicati in entrambe le direzioni, e considerare nel progetto i valori massimi delle sollecitazioni e delle deformazioni ottenute.

### 4.4.2.2 Il nodo di controllo

Come per l'ATC 40 le analisi NSP richiedono la definizione di un nodo di controllo della struttura: nelle FEMA 273 esso è il centro di massa della copertura ed è utilizzato per effettuare i confronti previsti con lo spostamento obiettivo.

### 4.4.2.3 Distribuzione delle forze orizzontali

Le forze orizzontali vengono applicate sulla struttura con una distribuzione in grado di simulare quella delle forze d'inerzia indotte dal sisma. Per modelli tridimensionali, la distribuzione orizzontale deve simulare quella delle forze d'inerzia in ciascun piano e sull'altezza.

Sia per i modelli bidimensionali, sia per quelli tridimensionali, occorre considerare almeno due distribuzioni: la prima (detta uniforme) è basata su forze orizzontali proporzionali alla massa presente in ciascun livello; la seconda (detta modale) deve essere scelta fra una delle seguenti opzioni:

- distribuzione delle forze orizzontali rappresentata da valori di  $C_{vx}$ , dati dall'equazione 3.10, che può essere utilizzata se la massa partecipante nel modo fondamentale nella direzione considerata supera il 75% della massa totale;
- distribuzione delle forze orizzontali proporzionale alle forze d'inerzia di ciascun piano calcolate a partire dai tagli di piano ottenuti come combinazione delle risposte modali estesa ad un numero di modi tali da eccitare almeno il 90% della massa totale. Il calcolo va condotto con un'analisi con spettro di risposta.

### 4.4.2.4 Determinazione del periodo effettivo (equivalente)

La relazione tra il taglio alla base e lo spostamento del nodo di controllo, viene approssimata mediante un modello bilineare; il ramo iniziale è caratterizzato da una rigidità effettiva (equivalente)  $K_e$  calcolata come valore secante della curva di capacità in corrispondenza di un taglio alla base pari al 60% della resistenza di snervamento della struttura  $V_y$ . Il periodo

effettivo (equivalente)  $T_e$ , nella direzione presa in considerazione, viene dunque calcolato come :

$$T_e = T_i \cdot \sqrt{\frac{K_i}{K_e}} \quad (4.15)$$

dove:

$T_i$  = periodo elastico nella direzione considerata, calcolato con analisi dinamica lineare;

$K_i$  = rigidezza elastica ad azioni orizzontali dell'edificio, nella direzione considerata;

$K_e$  = rigidezza effettiva (equivalente) ad azioni orizzontali nella direzione considerata.

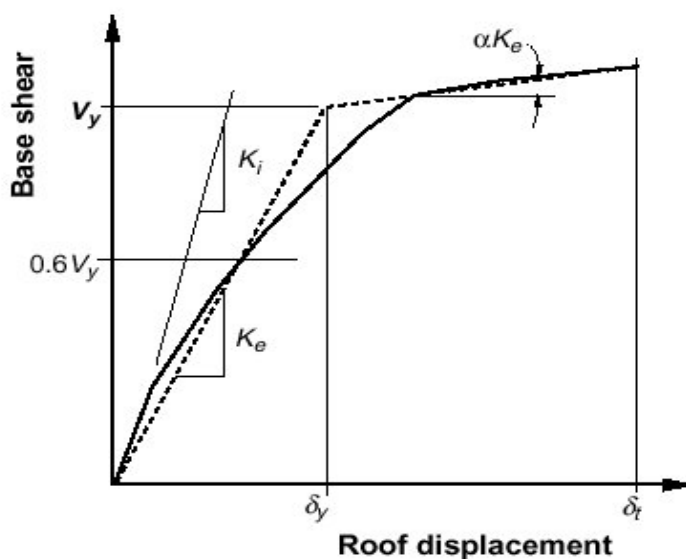


Fig 4.10 Calcolo della rigidezza elastica e di quella effettiva

#### 4.4.2.5 Analisi di modelli tridimensionali e bidimensionali

Le forze statiche orizzontali vengono applicate sul modello tridimensionale in corrispondenza dei centri di massa di ciascun piano. Vanno inoltre considerati gli effetti della torsione accidentale trattati nel par. 3.4.1

Sono consentite analisi indipendenti in ciascuna delle direzioni fondamentali del modello, a meno che non sia necessaria una valutazione degli effetti di eccitazione multidirezionali (par. 3.4.8).

Per i modelli bidimensionali, qualora sia necessaria una valutazione degli effetti multidirezionali, la valutazione delle sollecitazioni e delle deformazioni dei componenti viene effettuata per le seguenti condizioni:

- 100% del *target displacement* lungo l'asse 1 e 30% lungo l'asse 2, dove 1 e 2 rappresentano le direzioni fondamentali della struttura.
- 30% del *target displacement* lungo l'asse 1 e 100% lungo l'asse 2.

#### 4.4.3 Determinazione del target displacement

Il *target displacement*  $\delta_t$  viene valutato mediante la seguente equazione:

$$\delta_t = C_0 \cdot C_1 \cdot C_2 \cdot C_3 \cdot S_a \cdot \frac{T_e^2}{4 \cdot \pi^2} \cdot g \quad (4.16)$$

dove :

- $C_0$  = fattore di modificazione, che mette in relazione lo spostamento spettrale con lo spostamento in copertura, può essere calcolato utilizzando:
- il fattore di partecipazione relativo al primo modo e la componente dell'autovettore relativo in corrispondenza del livello del nodo di controllo;
  - il fattore di partecipazione modale relativo ad un vettore di forma corrispondente alla deformata dell'edificio portato al *target displacement* e la relativa componente in corrispondenza del livello del nodo di controllo;
  - direttamente i valori in tab.4.4.

**Tab 4.4 Fattore di modificazione  $C_0$**

Numero di piani	Fattore di modificazione $C_0$
1	1.0
2	1.2
3	1.3
5	1.4
>10	1.5

$C_1$  = fattore di modificazione che correla i massimi spostamenti anelastici attesi e quelli calcolati considerando una risposta elastica della struttura;  $C_1 = 1$  se  $T_e > T_0$ ;  $C_1 = (1 + (R-1)T_0/T_e)/R$  se  $T_e < T_0$ ;

Nell'espressione precedente

$T_0$  = periodo caratteristico dello spettro di risposta, definito come il periodo associato al passaggio dal ramo ad accelerazione costante al ramo a velocità costante;

$R$  = rapporto fra la resistenza elastica richiesta e il coefficiente di snervamento

$$R = \frac{S_a}{V_y / W} \cdot \frac{1}{C_0} \quad (4.17)$$

$V_y$  = resistenza di snervamento, vedi Fig. 4.10.

$W$  = peso totale dell'edificio, calcolato come nel par.3.5.3.

$S_a$  = accelerazione spettrale (g), calcolata in corrispondenza del periodo proprio  $T_e$  e dello smorzamento relativo alla direzione considerata.

$C_1$  non può essere inferiore ad 1, ma non occorre che superi i valori specificati per le analisi statiche lineari del par.3.5.3.

$C_2$  = fattore di modificazione che rappresenta l'effetto dei cicli d'isteresi sul massimo spostamento della risposta. Nella tabella 4.5 vengono forniti i valori di  $C_2$  in funzione del tipo di telaio e dei livelli di prestazione; sono consentite interpolazioni per valori intermedi di  $T_e$ .



$C_3$  = fattore di modificazione che rappresenta l'incremento degli spostamenti dovuto agli effetti P- $\Delta$  in campo dinamico, Per strutture che hanno incrudimento positivo  $C_3 = 1$ . Per edifici che dopo lo snervamento sperimentano una riduzione di capacità,  $C_3$  vale:

$$C_3 = 1 + \frac{|\alpha| \cdot (R-1)^{3/2}}{T_e} \quad (4.18)$$

$\alpha$  = rapporto fra la rigidezza in campo plastico e quella elastica effettiva, avendo schematizzato la relazione forza-spostamento mediante un modello bilineare, vedi fig. 4.10.

I valori di  $C_3$  possono essere assunti comunque non superiori a quelli specificati per le analisi statiche lineari del par 3.5.3.

**Tab. 4.5 Fattore di modificazione  $C_2$**

Livello di prestazione strutturale	$T = 0.1$ secondi		$T \geq T_0$ secondi	
	Telaio Tipo 1 (1)	Telaio Tipo 1 (2)	Telaio Tipo 1 (1)	Telaio Tipo 1 (2)
Agibilità immediata	1.0	1.0	1.0	1.0
Protezione della vita	1.3	1.0	1.1	1.0
Non collasso	1.5	1.0	1.2	1.0

(1) Strutture in cui più del 30% del taglio, in ciascun livello, è sopportato da componenti o elementi, la cui resistenza o rigidezza potrebbe degradare durante il sisma di progetto. Tali elementi comprendono: telai ordinari, telai controventati concentrici, telai con connessioni parzialmente bloccate, setti e colonne soggetti a taglio e ogni combinazione degli elementi elencati precedentemente.

(2) Tutti i telai che non possono essere considerati del tipo 1.

Per edifici con solai flessibili ad ogni piano il *target displacement* va determinato per ogni allineamento di telai resistenti al sisma, facendo sempre riferimento all'equazione 4.16. Il calcolo del periodo proprio di ogni allineamento del sistema resistente segue le stesse procedure illustrate in precedenza. Le masse di piano dell'allineamento si determinano sulla base delle relative aree d'influenza.

Per strutture che non possono essere modellate, né con solai rigidi né con solai flessibili, si procede al calcolo del *target displacement* mediante procedure che abbiano una base scientifica. Una procedura accettabile per includere gli effetti dovuti alla flessibilità dei solai, è quella che prevede di moltiplicare lo spostamento  $d_i$  per il rapporto fra il massimo spostamento dei punti in copertura e quello del centro di massa del medesimo livello. Tali spostamenti sono calcolati mediante un'analisi modale del modello tridimensionale, facendo riferimento allo spettro di progetto. Il *target displacement* così calcolato, non deve essere inferiore allo spostamento calcolato mediante l'equazione 4.16, in cui i solai sono considerati rigidi.

Il *target displacement* va modificato qualora si debbano considerare gli effetti torsionali.