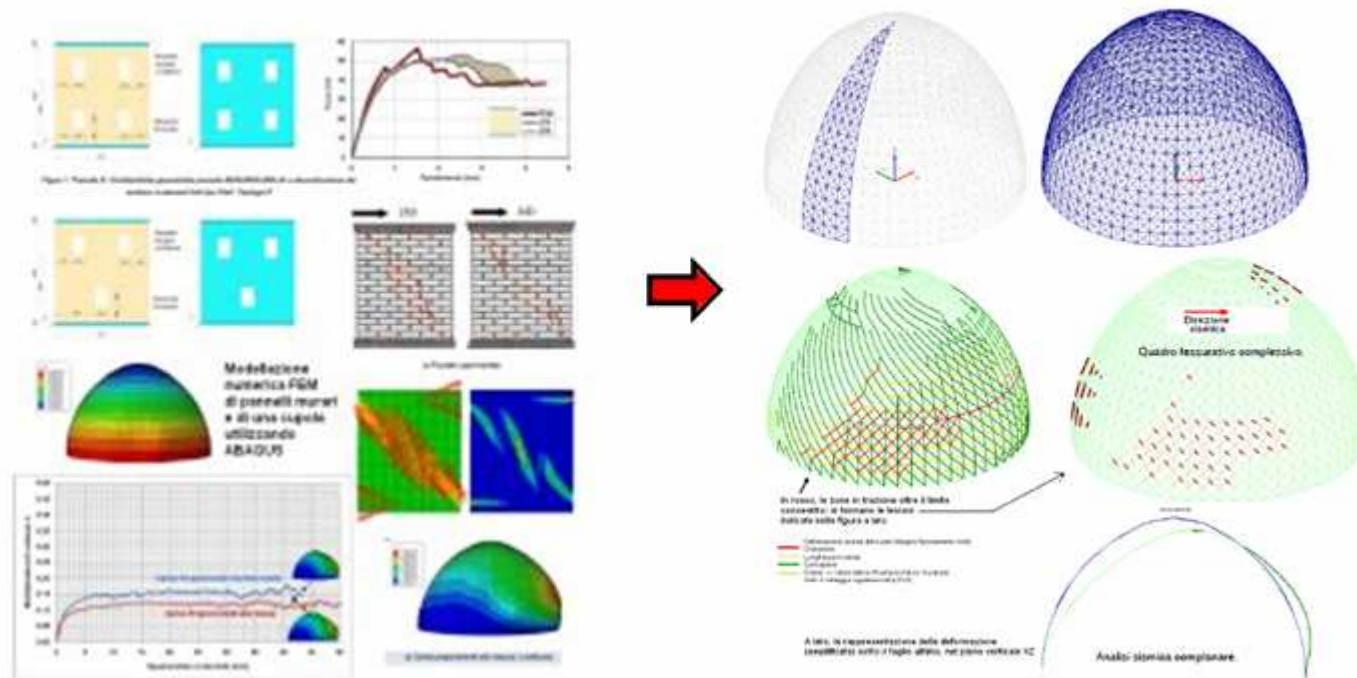


L'Aquila, 4 dicembre 2010
Monastero Fortezza di Santo Spirito

Convegno a cura di AEDES Software



Strutture in muratura ed edifici monumentali,
con particolare riguardo alle verifiche
conformi alle Normative vigenti
(D.M.14.1.2008, D.PCM 12.10.2007)

Per un edificio monumentale:

scopo dell'analisi di vulnerabilità strutturale

- **Accertare la stabilità e la resistenza della costruzione a fronte degli eventi sismici previsti per il sito di ubicazione**
- **Definire le zone a maggior rischio e quindi la scala delle priorità per eventuali interventi di consolidamento**

Modellazione e analisi strutturale

Fase preliminare: Acquisizione dei dati di conoscenza

A. Individuazione di appropriati criteri di modellazione ed analisi

B. Definizione dei macroelementi, con modellazione e analisi

C. Studio di significative interazioni fra macroelementi, attraverso assemblaggio di modelli elementari

D. Giudizio finale di vulnerabilità, con elenco delle priorità strutturali.

I vari macroelementi vengono classificati in base alle capacità antisismiche stimate, evidenziando le zone a maggior rischio e che dovrebbero essere oggetto di approfondimenti ed eventuali interventi di miglioramento sismico.

A. Individuazione di appropriati criteri di modellazione ed analisi

Tipi di analisi: ANALISI LIMITE, ANALISI STATICA NON LINEARE

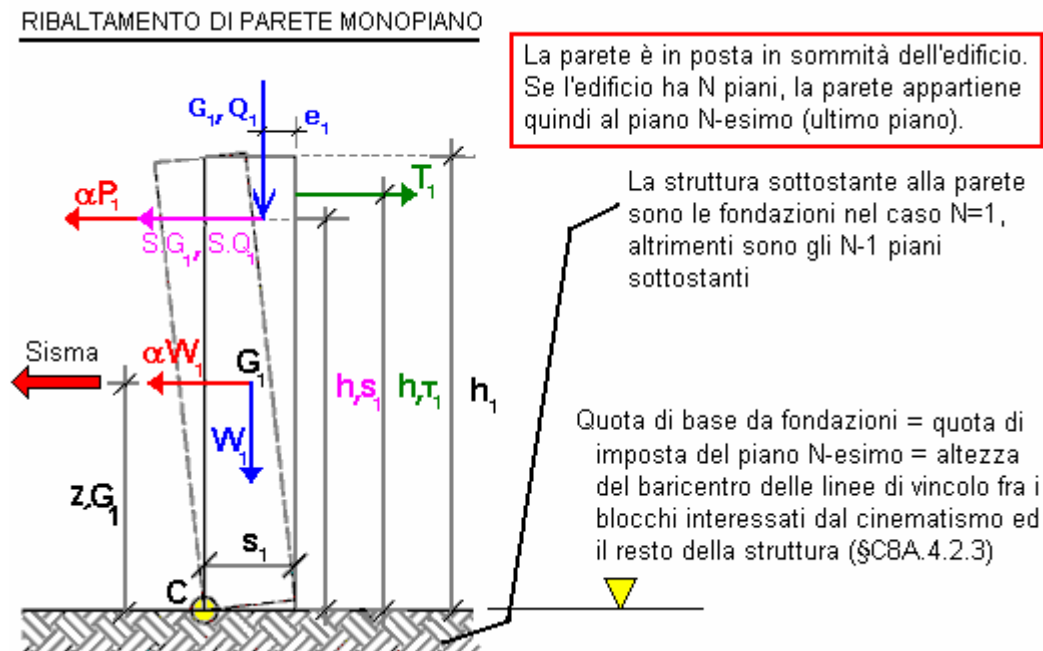
ANALISI LIMITE

Studio dei meccanismi di collasso di corpi rigidi. Il moltiplicatore di collasso si determina con sole considerazioni di equilibrio, studiando il cinematismo e determinando il minimo moltiplicatore cinematicamente ammissibile.

Due gruppi di metodologie:

- 1) quelle che si fondano su cinematismi ipotizzati a priori,
- 2) e quelle che invece - generalizzando il problema - si propongono di definire il cinematismo attraverso l'elaborazione di calcolo.

1) CINEMATISMI IPOTIZZATI A PRIORI: ANALIZZATI CON **ESP (PC.E) © AEDES**



Dati:

Larghezza **a** (cm) = 155, Quota base da fondazioni **Z,b** (cm) = 660, Spessore **s,1** (cm) = 30, Altezza **h,1** (cm) = 330
Carico Permanente **G,1** (kg) = 0, Peso specifico muratura **p.s.,1** (kg/m³) = 1900, Peso Proprio **W,1** (kg) = 2915.55
Quota baricentro **z,G1** (cm) = 165, Polo di rotazione (=1,2,3,4,5) = 1

Posizione della cerniera di ribaltamento (Polo di rotazione) della parete

Identificazione della posizione del Polo di rotazione

Resistenza a Compressione infinita
Il comportamento del corpo rigido prescinde dalla resistenza a compressione, che può considerarsi infinita (modello alla Heyman)

Resistenza a Compressione finita
Si distinguono le seguenti ipotesi: distribuzione di pressione uniforme o lineare (triangolare), e posizione della cerniera (polo di rotazione) nel limite della zona reagente o nel baricentro delle tensioni (in corrispondenza della risultante)

Resistenza di calcolo:
$$\sigma_r = \frac{f_m}{F_c \gamma_M}$$
$$\gamma_M = 2$$

1 Spigolo esterno
k=0

Prescindendo dalla resistenza a compressione, il livello di conoscenza è necessariamente LC1 (SC8A.4.2.2) e quindi F.C.=1.35
Con questa posizione del Polo, nei Dati in input, la resistenza a compressione della muratura viene ignorata (è quindi possibile non specificarne alcun valore)

2
Distribuzione uniforme, polo di rotazione nel baricentro delle tensioni
k=1/2

3
Distribuzione uniforme, polo di rotazione nel limite della zona reagente
k=1

4
Distribuzione lineare, polo di rotazione nel baricentro delle tensioni
k=2/3

5
Distribuzione lineare, polo di rotazione nel limite della zona reagente
k=2

Nei casi di Resistenza a Compressione finita, la posizione della cerniera rispetto allo spigolo esterno non viene comunque mai arretrata oltre la metà dello spessore della parete alla base

Posizione della cerniera:
$$x_c = k \frac{N}{\sigma_r a}$$

X,C = posizione della cerniera rispetto allo spigolo esterno; N = carico verticale alla base della parete; a = larghezza di base della parete; s = spessore della parete nella sezione di base. Il coefficiente k assume un valore compreso fra 0 e 2 in funzione del polo di rotazione scelto, corrispondente alla tipologia sopra identificata

OK

Numero di piani dell'edificio **N** = 3, Primo periodo di vibrazione **T** (sec) = 0.279, Coefficiente di partecipazione modale γ = 1.286
Livello di Conoscenza **LC** = 2

Risultati:

Momento Stabilizzante **M_S** (kgm) = W,1 (s,1/2 - x,C) + P,1 (s,1 - x,C - e) + T,1 h,T1 = 437.33

Mom.Rib.: coeff.multiplicativo di α : **M_{R1}** (kgm) = M_{R1} = (W,1 z,G1 + P,1 h,S1), con: M_R = α * M_{R1} + M_{R2} = 4810.66

Mom.Rib.: contributo non dipendente da α : **M_{R2}** (kgm) = M_{R2} = (S,G1 + ψ 2,1 * S,Q1) h,S1, con: M_R = α * M_{R1} + M_{R2} = 0.00

Moltiplicatore di collasso $\alpha,0$ (o: λ) = (M_S - M_{R2}) / M_{R1} = 0.091

Massa partecipante **M*** (kg s²/m) = M_{R1}² / (g (W,1 z,G1² + P,1 h,S1²)) = 297

Frazione di massa partecipante **e*** = g M* / P_{tot} = 1.000

Fattore di Confidenza **FC** = f(LC), §C8A.1.A.4 - §C8A.4.2.2 = **1.35**

Acc.spettrale attivazione meccanismo a₀* (* g) = α,0 g / (e* FC) = **0.067**

Periodo di riferimento per l'azione sismica **VR** (anni) = da dati sui Parametri Sismici = **50**

Probabilità PVR per SLV **PVR,DLV** (%) = da dati sui Parametri Sismici = **10.000**

Domanda in termini di TR per SLV **TR,DLV** (anni) = - V,R / ln(1 - PVR) = **475**

Domanda in termini di PGA per SLV PGA,DLV (* g) = f(TR) secondo dati su Pericolosità Sismica = **0.123**

Acc.spettrale richiesta SLV su sottostante corpo rigido **a*,Rig** (* g) = γ,I PGA,DLV S / q, con q=2 = **0.062**

[a₀ = a_g S / q, a meno del fattore γ,I]

Acc.spettrale richiesta SLV su sottostante corpo deformabile **a*,Def** (* g) = γ,I Se(T) (Zb / H,f) γ / q, con q=2 = **0.134**

[secondo Normativa: a₀ = ψ(Z) * γ * S_d(T₁) = ψ(Z) * γ * S_e(T₁) / q, a meno del fattore γ,I]

Massima Acc.spettrale richiesta per SLV **a*** (* g) = max (a*,Rig ; a*,Def) = **0.134**

Capacità in termini di PGA per SLV PGA,CLV (* g) = PGA,CLV t.c. a₀* = a* = **0.065**

Capacità in termini di periodo di ritorno TR per SLV TR,CLV (anni) = TR,CLV corrispondente a PGA,CLV = **83**

Probabilità PVR corrispondente a TR,CLV **PVR,CLV** (%) = PVR,CLV corrispondente a TR,CLV = **45.244**

Indicatore di Rischio Sismico IRS_{PGA} = PGA,CLV / PGA,DLV = 0.065/0.123 = **0.528**

Indicatore di Rischio Sismico **IRS_{TR}** = TR,CLV / TR,DLV = **0.175**

E' necessario un procedimento iterativo per passare dall'accelerazione spettrale di attivazione del meccanismo alla corrispondente PGA: infatti, nello spettro ci sono grandezze funzioni di TR (a_g, F_o e T_C*) e quindi occorre far variare, con un procedimento alto-basso o di bisezione, il valore di TR fino a centrare quello cui corrisponde un'accelerazione spettrale pari a quella di attivazione del meccanismo. La a_g corrispondente a tale TR è la PGA sostenibile. Quando a_g nello spettro non dipendeva da TR (Ordinanza), per trovare la PGA sostenibile si poteva usare una proporzione diretta fra l'accelerazione spettrale di attivazione del meccanismo e quella richiesta.

Il concetto fondamentale è dunque:

Studio del cinematisimo: calcolo del MOLTIPLICATORE DI COLLASSO ⇨

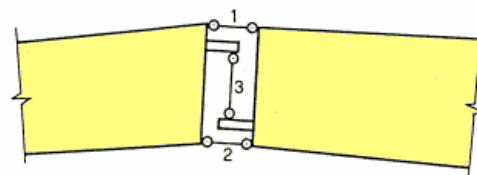
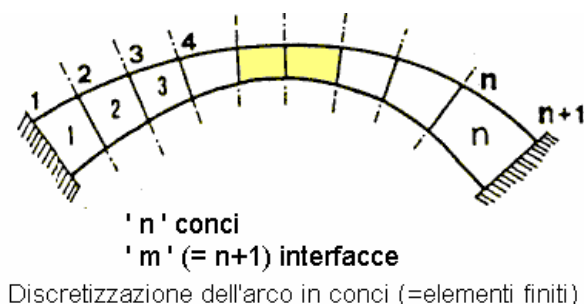
Calcolo ACCELERAZIONE SPETTRALE DI ATTIVAZIONE DEL MECCANISMO ⇨

ACCELERAZIONE DI PICCO SU SUOLO RIGIDO (PGA) SOSTENIBILE ⇨

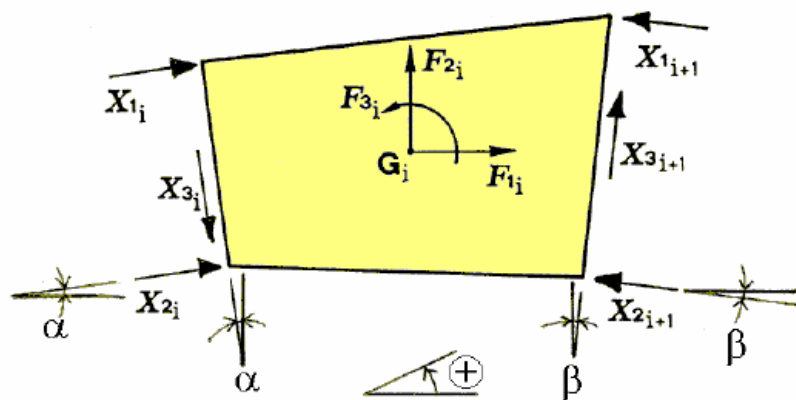
INDICATORE DI RISCHIO IN TERMINI DI PGA

2) CINEMATISMI DETERMINATI ATTRAVERSO L'ELABORAZIONE DI CALCOLO

ARCHI e VOLTE. Approccio rigido-fragile (teoria di Heyman) per archi seguito dal software **SAV** © AEDES. I conci sono rigidi e le interfacce sono bielle non reagenti a trazione.



Modellazione dell'interfaccia con bielle a comportamento unilatero (resistono solo a compressione) in intradosso ed estradosso, e con biella a taglio



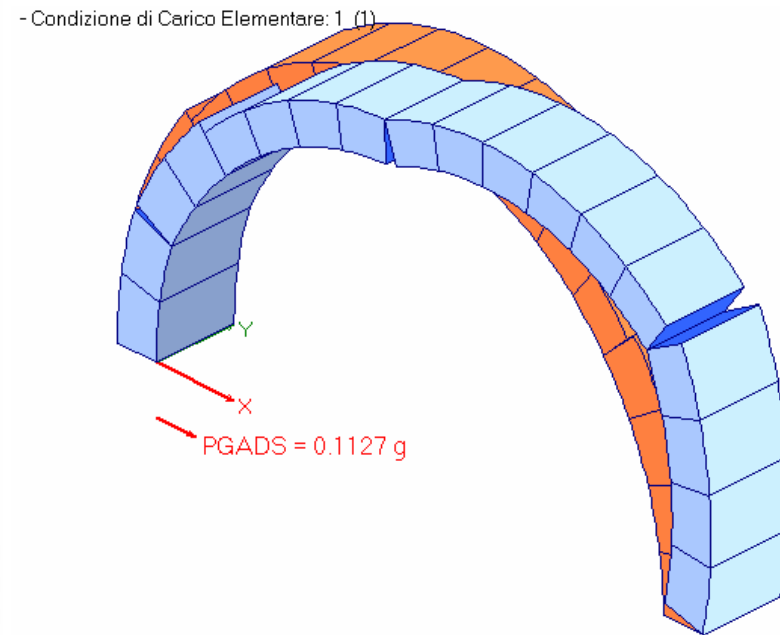
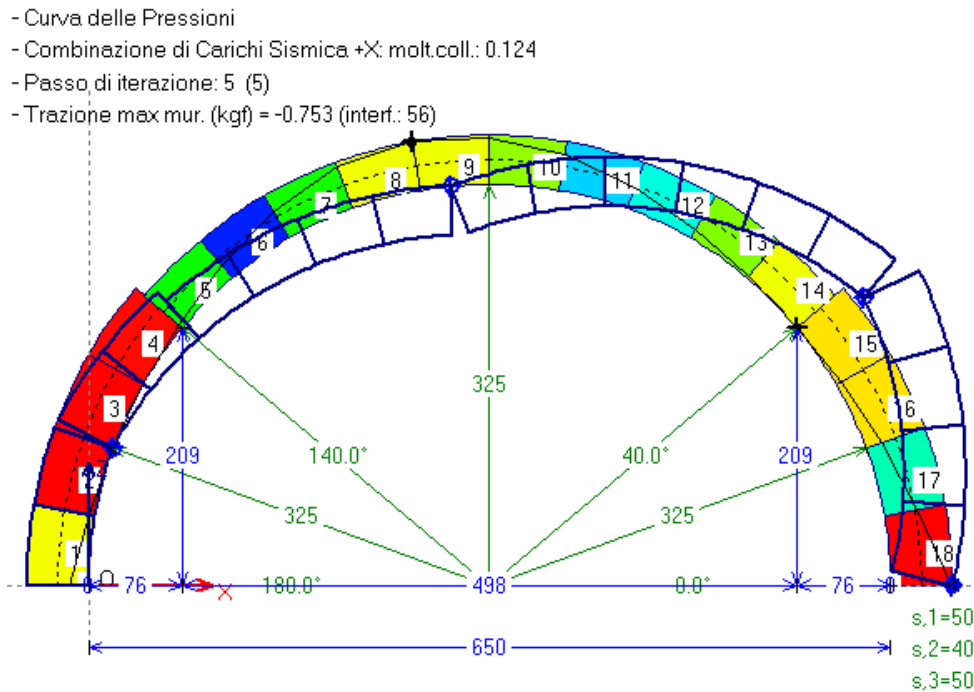
Azioni sul concio i-esimo

Modellazione rigido-fragile delle strutture ad arco

Sotto l'azione di forze orizzontali crescenti, si ricerca l'esistenza di una configurazione equilibrata con curva delle pressioni interna alla geometria. Laddove fuoriesce, la biella dell'interfaccia opposta lavorerebbe a trazione: viene sconnessa, inserendoci una cerniera. Quando si forma la quarta cerniera, si è raggiunto il moltiplicatore di collasso.

Il metodo è ad **elementi finiti** (conci e bielle di interfaccia) con condizioni di equilibrio e di vincoli al contorno (curva delle pressioni interna alla geometria), e NON chiama in causa la congruenza (cioè la deformabilità) né la resistenza.

Dal moltiplicatore di collasso, seguendo il percorso già illustrato, si giunge alla PGA sostenibile, e quindi all'Indicatore di Rischio IR,PGA.



ANALISI STATICA NON LINEARE (o ANALISI PUSHOVER)

Via alternativa e di applicazione generale.

Studio dei meccanismi di collasso di corpi deformabili. Il moltiplicatore di collasso si determina con considerazioni di equilibrio e di congruenza, determinando il massimo moltiplicatore staticamente ammissibile.

Metodi tradizionali ad elementi finiti:

- Si considera una configurazione iniziale a comportamento elastico sotto carichi verticali, in genere fortemente iperstatica.
- L'applicazione di forze orizzontali crescenti conduce ad una graduale perdita di gradi di iperstaticità, fino a rendere la struttura isostatica, e infine labile: l'insorgenza della labilità segna la formazione del meccanismo di collasso.

Le costruzioni in muratura sottoposte ad eventi sismici, infatti, dopo una breve fase iniziale che può essere considerata elastico-lineare, mostrano un comportamento segnatamente non lineare. L'incapacità della muratura di resistere a trazione determina l'insorgenza di fessurazioni che **cambiano la geometria della struttura resistente**.

Il comportamento non lineare può essere convenientemente descritto da un diagramma elasto-plastico, dove per "plasticità" si intende la capacità della struttura di deformarsi maggiormente sotto azioni crescenti, a causa delle progressive fessurazioni.

La procedura non lineare è volta alla determinazione del diagramma forza-spostamento $F-\delta$, dove in ordinate si riporta il valore del taglio globale (azione orizzontale crescente, rappresentativa del fenomeno sismico), ed in ascisse lo spostamento di un punto di controllo.

Nelle costruzioni monumentali non esiste un punto di riferimento in cui far convergere le masse sismiche (tecnicamente: un *nodo master*), come invece accade negli edifici moderni laddove la rigidità degli impalcati lega fra loro le masse con relazioni rigide. Si può procedere **generalizzando lo spostamento di controllo con lo spostamento del baricentro della struttura**.

Il punto iniziale del diagramma $F-\delta$ è rappresentativo della configurazione statica, cioè dell'assetto della struttura sotto l'azione statica dei carichi verticali (e più esattamente, dei carichi verticali che si ritengono presenti durante l'evento sismico). L'incremento progressivo delle azioni orizzontali rappresenta, nei punti successivi del diagramma, l'evolversi della risposta della struttura.

E' opportuno chiarire che la definizione del diagramma $F-\delta$ non dipende dall'input sismico: essa rappresenta unicamente la capacità della struttura di sostenere forze orizzontali crescenti, schematizzate come forze statiche applicate nei nodi sedi di massa sismica, secondo una **legge distributiva appropriata**.

Il diagramma è una caratteristica intrinseca della struttura, sotto i parametri relativi a geometria, vincoli, materiali e carichi applicati.

Si tratta quindi della prima fase dell'analisi, non ancora in grado di dare una risposta sul fatto che la struttura sia o meno adeguata alle richieste di normativa, cioè sia in grado di sopportare il terremoto previsto per la zona di ubicazione. In altre parole, **con la prima fase possiamo solo conoscere il comportamento non lineare della struttura sotto azioni orizzontali crescenti**.

L'analisi statica non lineare (o "analisi pushover") tradizionalmente applicata agli edifici comprende una seconda fase dove la verifica di sicurezza della struttura viene completata attraverso l'elaborazione di un oscillatore monodimensionale elastoplastico equivalente.

Tale oscillatore consente il calcolo dello spostamento richiesto, secondo l'input sismico valido per il fabbricato esaminato; lo spostamento richiesto ("domanda") va confrontato con la "capacità" di spostamento nota dal diagramma $F-\delta$.

Nello studio dei cinematismi degli edifici monumentali, poniamo l'attenzione in particolare alla prima fase, focalizzando l'attenzione sulla massima forza orizzontale sostenibile.

Poiché la forza orizzontale è di origine sismica, si tratta di una forza inerziale, corrispondente quindi ad un coefficiente moltiplicatore della massa. Pertanto, dividendo la forza massima per la massa sismica del sistema è possibile **definire il moltiplicatore di collasso λ** .

A questo punto, la seconda fase, consistente nella verifica di sicurezza, si riconduce alla metodologia applicata allo studio dei meccanismi di collasso, già descritta.

In questo schema si inquadra perfettamente l'**analisi per macroelementi**: è sufficiente che l'accelerazione strutturale richiesta tenga conto della posizione in elevazione del singolo macroelemento considerato (p.es. per un arco o una cupola: della sua quota di imposta).

Definito il macroelemento (geometria, materiali, vincoli, carichi), e le masse agenti nei nodi strutturali, si applica la seguente procedura:

- si definisce un incremento (costante) del taglio complessivo,
- e lo si applica alle varie masse in base a coefficienti di ripartizione definiti dalla distribuzione adottata.

E' possibile fare riferimento a **due distribuzioni di forze significative**:

(1) con **forze proporzionali alle masse**, quindi indipendenti dalla quota della massa. Si tratta di una distribuzione che nella realtà corrisponde bene alle fasi post-elastiche (quindi a non linearità sviluppata);

(2) consistente in un sistema di forze distribuito lungo l'altezza della struttura, assumendo una **distribuzione lineare** degli spostamenti. Questa distribuzione corrisponde a maggiori effetti per le masse poste alle quote più elevate, ed è rappresentativa del comportamento iniziale della struttura.

Eseguita l'analisi per ognuna delle due distribuzioni, si può assumere come massima forza sostenibile quella minore.

La non linearità, cioè la mancanza di proporzionalità fra forze e spostamenti, dipende dalle variazioni che il sistema strutturale reagente subisce nel corso del procedimento incrementale. Ad ogni passo, ogni elemento strutturale viene sottoposto a verifica e vengono aggiornate le sue caratteristiche meccaniche/vincolari, secondo la natura dell'elemento stesso.

ELEMENTI FINITI TIPICI DEI MACROELEMENTI DI EDIFICI MONUMENTALI PROPOSTI DAL SOFTWARE PC.E

A) **Pareti murarie.** Questi elementi sono ampiamente noti dall'analisi degli edifici in muratura.

B) **Conci murari e giunti.**

Con questi elementi si possono modellare archi e volte anche per strutture con una certa complessità.

C) **Pilastrini murari.**

Elementi resistenti a pressoflessione alla Heyman, con sezione trasversale qualsiasi.

D) **Muratura reticolare.**

Per lo studio di strutture bidimensionali (superfici piane e curve).

Tutti questi elementi hanno una caratteristica fondamentale: sono **impostati su aste monodimensionali**, e quindi perfettamente comprensibili da parte dell'utilizzatore del software. I sistemi di aste possono essere inoltre implementabili in qualunque codice, mantenendo una completa generalità di approccio.

Questa ricerca nasce proprio dal seguente scopo:

DEFINIRE METODI SEMPLICI MA ATTENDIBILI PER
L'ANALISI PROFESSIONALE DI STRUTTURE MONUMENTALI,

IN GRADO DI ASSICURARE LA **RIPRODUCIBILITA' DELL'ANALISI**
IN SEDI E TEMPI DIVERSI, E CON SISTEMI DI CALCOLO INDIPENDENTI.

L'USO DEGLI **ELEMENTI MONODIMENSIONALI** RISPETTA IN MODO INTRINSECO LA RIPRODUCIBILITA': L'ELEMENTO FINITO 'ASTA' NON NECESSITA DI PARTICOLARE IPOTESI SUI CAMPI DI SPOSTAMENTI.

Si tratta di una modellazione facilmente implementabile in qualsiasi ambiente ad elementi finiti; le verifiche da eseguire sono tutte agevolmente programmabili.

QUESTE ANALISI, SEMPLICI NELLA LORO ESSENZA, POSSONO ESSERE CONSIDERATE '**RILEGGIBILI**' ANCHE IN UN FUTURO NON IMMEDIATO, ANCHE **SENZA DISPORRE DEGLI ORIGINARI SOFTWARE DI CALCOLO**

Vediamo quindi in dettaglio gli elementi proposti.

CONCI MURARI E GIUNTI

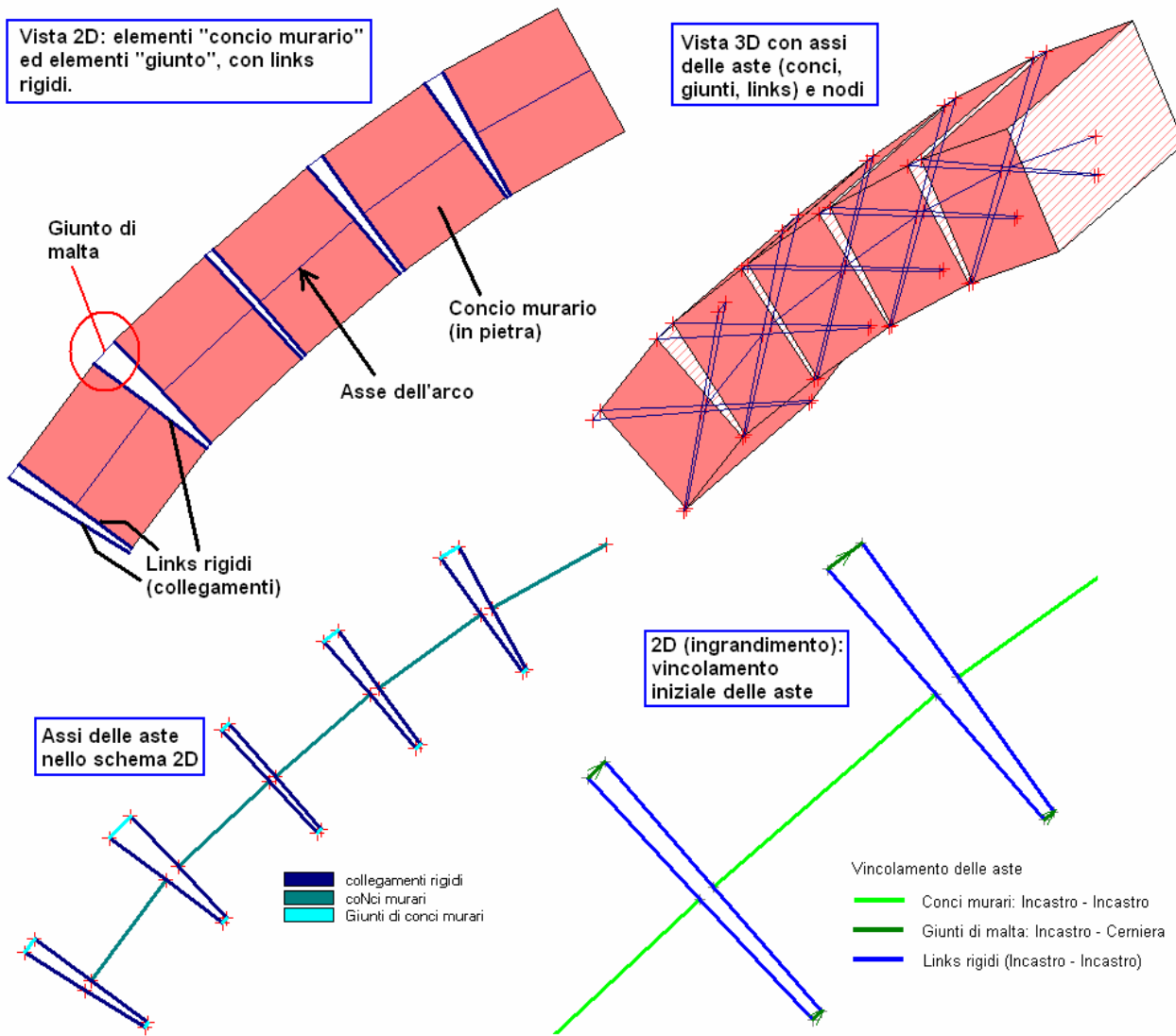
Modellazione di archi all'interno di strutture complesse.

Vantaggi rispetto all'approccio rigido-fragile:

1. estensione agevole a casi complessi (sistemi di archi e volte)
2. possibilità di collegare gli archi alle strutture sottostanti, analizzando tutta la struttura nel suo insieme
3. possibilità di eseguire analisi modali
4. possibilità di concentrare l'elasticità nei giunti di malta (ove presenti), tenendo conto eventualmente di una resistenza a trazione della malta non nulla

I **conci murari** sono aste (elementi *beam*), di lunghezza pari a quella del concio.

I **giunti** sono aste incastro-cerniera che collegano i vertici dell'interfaccia del concio precedente a quelli corrispondenti del concio successivo, secondo lo schema illustrato in figura seguente



L'incastro fornisce continuità con l'interfaccia del concio precedente; la cerniera consente la trasmissione di taglio e sforzo normale. I giunti sono ricollegati al nodo di vertice del concio attraverso *links* rigidi, come rappresentato in figura.

Le aste dei conci sono in materiale 'pietra'; quelle dei giunti, in 'malta'.

I conci hanno dimensioni fisiche corrispondenti agli effettivi tratti dell'arco; per ogni interfaccia ci sono 4 giunti, ognuno dei quali rappresenta quindi un quarto di volume ($1/4$ di area di interfaccia x lo spessore del giunto).

I *links* sono aste senza peso proprio, infinitamente rigide.

Questo sistema trasmette sforzo normale, taglio e momento fra un concio e l'altro.

Ad ogni passo del procedimento incrementale, ogni elemento giunto viene sottoposto a verifica di sforzo normale:

se si manifesta trazione, viene introdotto uno svincolamento interno a deformazione assiale che impedisce la trasmissione di sforzo normale e, contemporaneamente, una cerniera al vertice incastrato, in modo che l'elemento perda ogni rigidità:

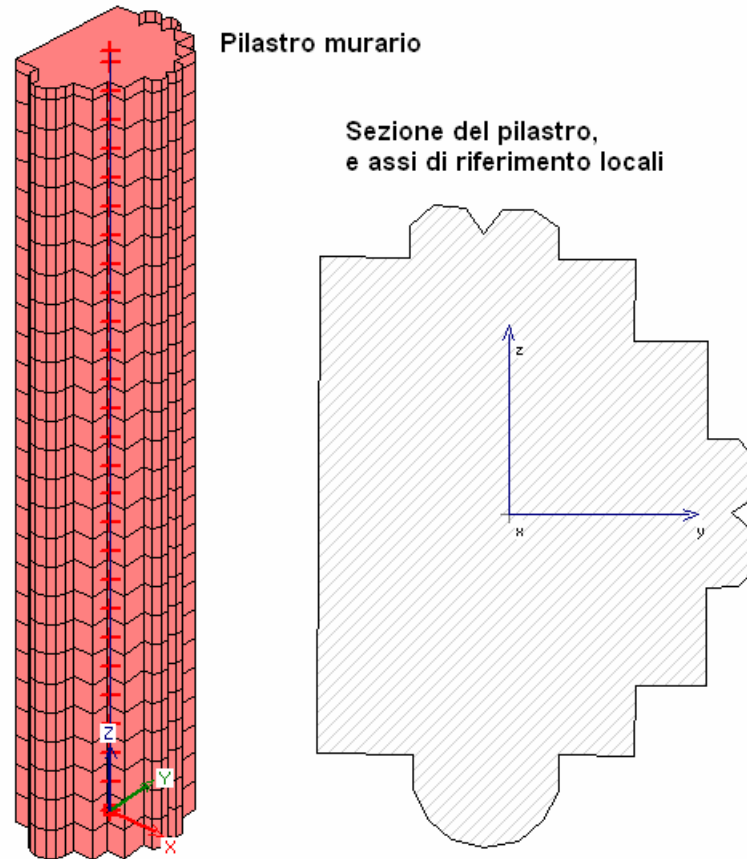
le azioni interne permangono da questo punto in poi stazionarie sul valore fin qui raggiunto.

Durante il proseguimento della procedura incrementale, il progressivo deterioramento dei giunti condurrà, ad un certo passo, ad una configurazione labile, che segna la fine del diagramma $F-\delta$.

Questa procedura coglie agevolmente una soluzione equilibrata e compatibile con le caratteristiche di resistenza del materiale. Con resistenza a trazione non nulla si conseguono ovviamente moltiplicatori di collasso superiori.

PILASTRI MURARI

I pilastri vengono rappresentati da elementi *beam* corrispondenti ai conci.



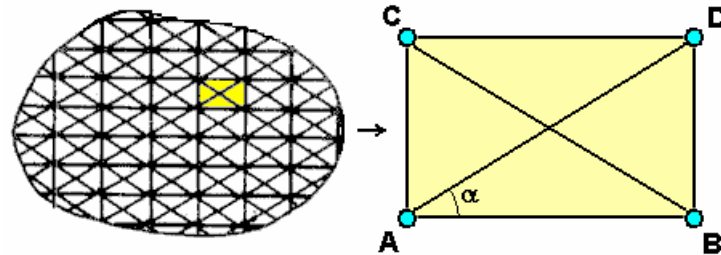
In analisi non lineare, per ogni concio, ad ogni passo si esegue il controllo di compressione, attraverso la posizione della curva delle pressioni.

Se essa fuoriesce dalla sagoma della sezione, la configurazione statica non è più accettabile, e si ritiene che sia stato raggiunto il massimo valore di forza orizzontale sostenibile.

La verifica dell'elemento 'pilastro murario' può essere arricchita dal controllo a taglio per attrito: definito il coefficiente d'attrito f , il taglio non può superare fN , dove N è lo sforzo normale.

MURATURA RETICOLARE

Analogia fra strutture piane e sistemi reticolari equivalenti: viene uguagliata l'energia di deformazione totale dell'elemento continuo con quella del corrispondente elemento di maglia del traliccio.



$$\begin{aligned}EA_{AB} &= EA_{CD} = A_{ABCD} * [s / (2 L_{AB})] * G * (3 - \cotg^2 \alpha) \\EA_{AC} &= EA_{BD} = A_{ABCD} * [s / (2 L_{AC})] * G * (3 - \tg^2 \alpha) \\EA_{AD} &= EA_{BC} = A_{ABCD} * [s / (2 L_{AD} * \sin^2 \alpha * \cos^2 \alpha)] * G\end{aligned}$$

L'energia di deformazione dell'elemento è data dalla somma di quelle delle singole aste.

Sotto l'ipotesi di **stato di deformazione piano**, e con $\nu=0.25$ (valore che può essere assunto come riferimento per il materiale murario), valgono le relazioni riportate in figura, dove E e G sono i moduli di elasticità longitudinale e tangenziale, "s" è lo spessore dell'elemento.

Il comportamento fuori piano, descritto dall'analogia a graticcio, che prevede l'incastro interno delle aste nei vertici del rettangolo, conduce ai seguenti parametri inerziali:

Parametri flessionali:

$$J_{AB} = s^3 * L_{AC} / 24 * (1 - \nu \cotg^2 \alpha) / (1 - \nu^2)$$

$$J_{AC} = s^3 * L_{AB} / 24 * (1 - \nu \tg^2 \alpha) / (1 - \nu^2)$$

$$J_{AD} = s^3 * L_{AD} / 24 * (\cotg \alpha + \tg \alpha) * \nu / (1 - \nu^2)$$

Parametri torsionali:

$$J'_{AB} = s^3 * L_{AC} / 12 * (1 - 3\nu) / (1 - \nu)$$

$$J'_{AC} = s^3 * L_{AB} / 12 * (1 - 3\nu) / (1 - \nu)$$

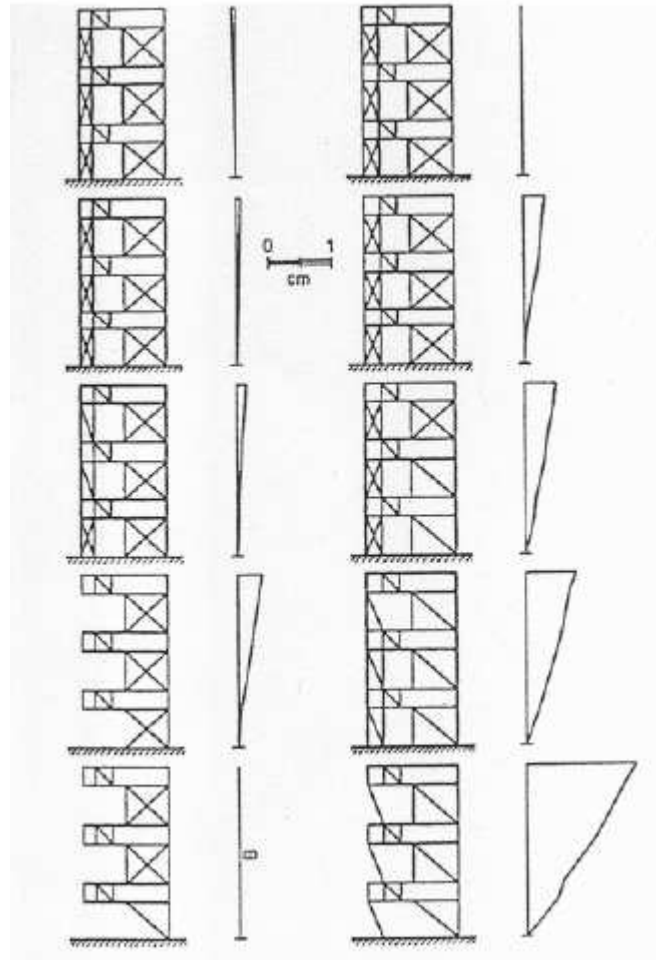
Per i problemi strutturali che chiamano in causa contemporaneamente il comportamento nel piano e quello fuori piano, è possibile sovrapporre i due modelli, dando origine all'analogia a 'traliccio / graticcio'.

Parallelamente, la schematizzazione della muratura attraverso sistemi reticolari equivalenti ha avuto nel tempo vari sviluppi.

Si è perseguito l'obiettivo di descrivere in modo sufficientemente semplice il sistema resistente murario come **assemblaggio di aste incernierate che reagiscono solo a compressione**.

Sono state proposte **analisi sismiche, di tipo incrementale**, che tengono conto in questo modo della non resistenza a trazione del materiale e sono in grado di seguire la non linearità geometrica del materiale semplicemente attraverso la variazione di geometria resistente ad ogni passo della procedura.

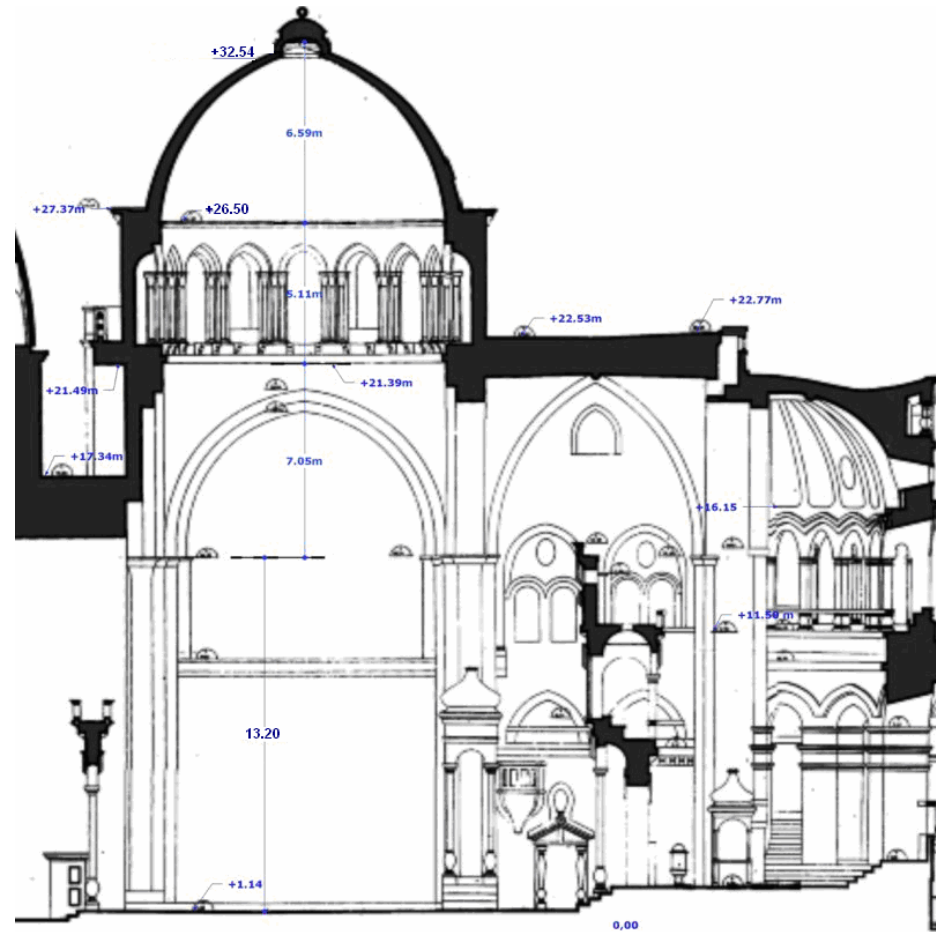
Il controllo di non reagenza delle aste in trazione viene condotto non sulla tensione di trazione, ma con riferimento alla dilatazione (allungamento) dell'asta. Se un'asta, durante la procedura incrementale, ritorna compressa (ossia, se torna a contrarsi), è possibile reintegrarla nel sistema resistente.



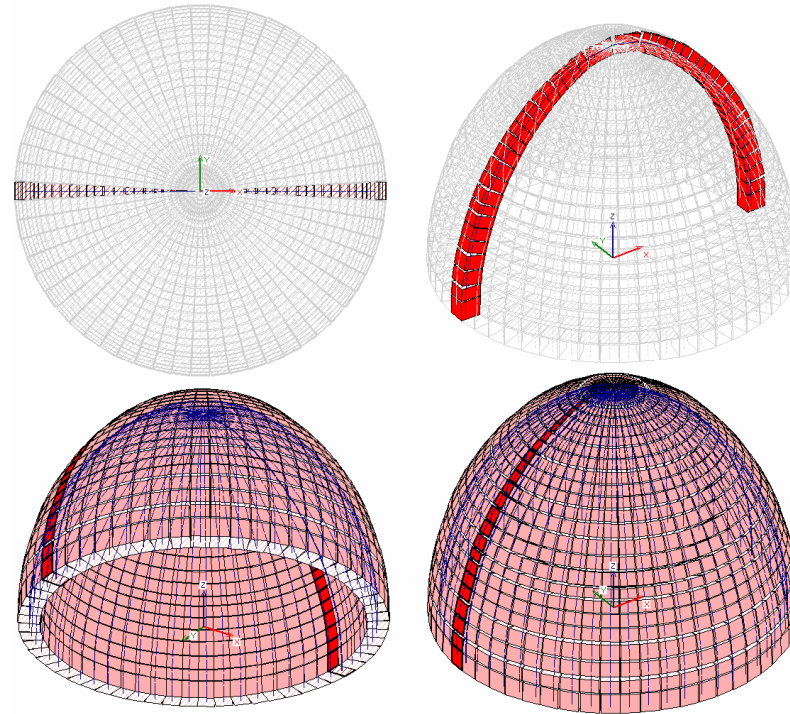
[1] Prof. Ing. P. Lenza, DAPS Università di Napoli Federico II: "Un modello reticolare per l'analisi non lineare di edifici in muratura", Ingegneria Sismica, 1/1989.

⇒ **Unificando i due aspetti**, e considerando l'analogia 'a traliccio / graticcio', è possibile studiare le strutture murarie con il metodo del reticolo equivalente, attraverso le seguenti fasi (per semplicità, 'traliccio' indica, in ogni caso, il componente elementare del reticolo).

ALCUNI ESEMPI APPLICATIVI
analizzati con i programmi del
Sistema di Analisi Strutturale AEDES 2000 © AEDES



Sezione della struttura monumentale. Dall'alto verso il basso, si evidenziano: la cupola, il tamburo, gli archi sottostanti e i grandi pilastri su cui il sistema si imposta



Arco elementare estratto dalla cupola

■ Modello n.1: studio condotto con il software SAV © AEDES

Parametri meccanici

Tipo di comportamento: rigido-fragile (alla Heyman)

Resistenza a trazione: nulla

Moduli di elasticità: ininfluenti

Tipi di analisi e verifiche

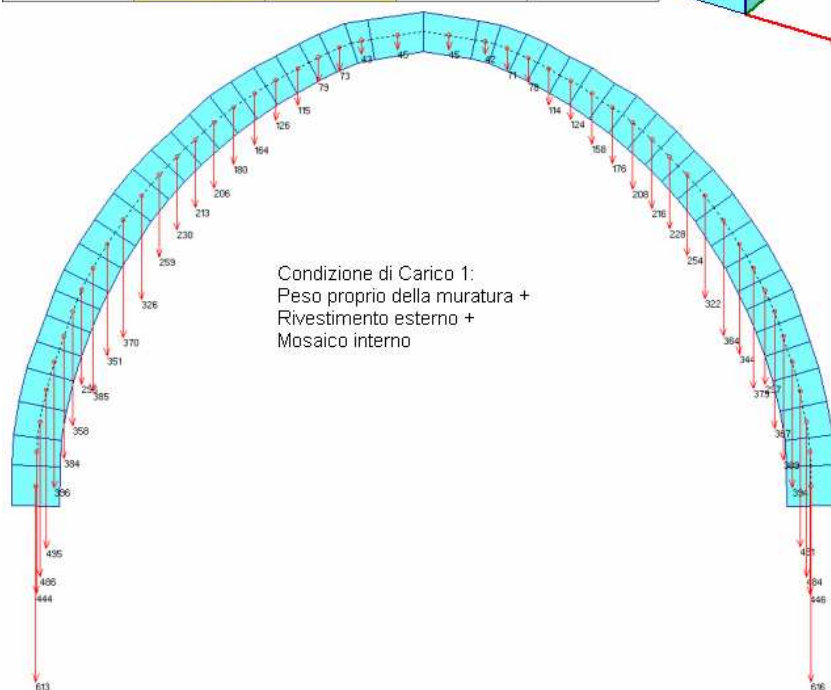
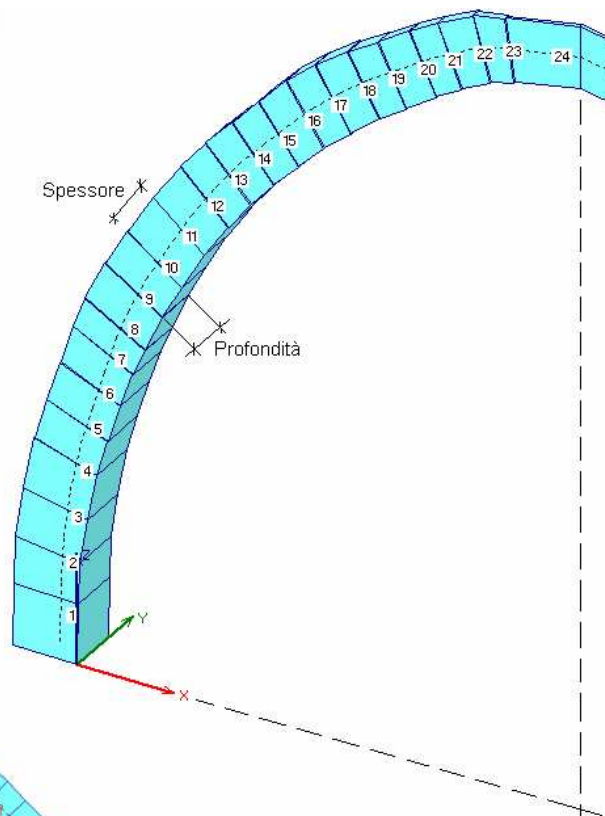
Analisi limite, con cinematismo determinato analiticamente.

Meccanismo di collasso ortogonale al piano medio della struttura ("fuori piano").

Stabilità dell'equilibrio sotto carichi statici e sotto carichi sismici crescenti. Calcolo del moltiplicatore di collasso per azioni orizzontali.

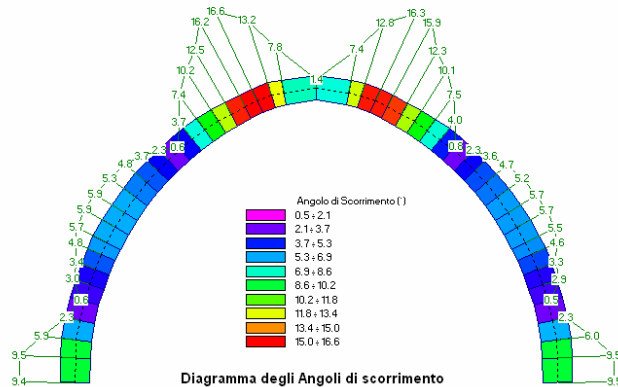
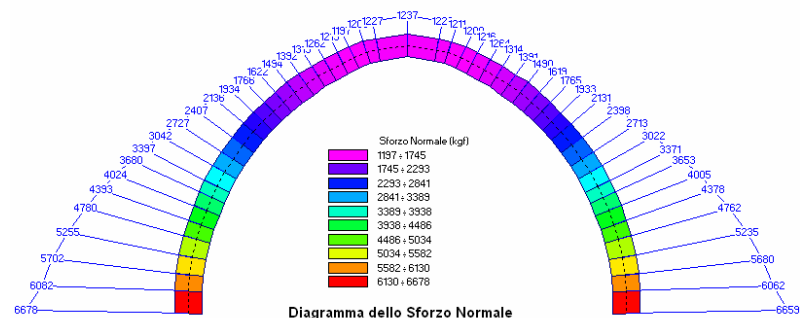
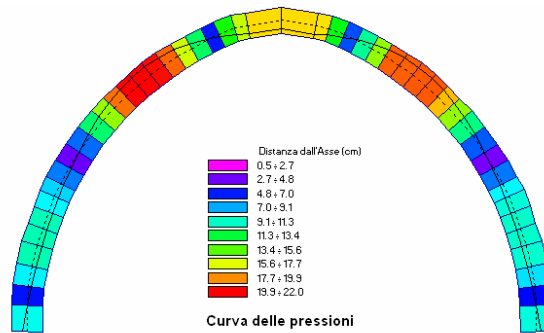
Determinazione delle reazioni d'imposta (carichi verticali e spinte).

Numero dell'interfaccia	X intradosso (cm)	Z intradosso (cm)	Spessore (cm)	Profondità concio (cm)
1	0.0	0.0	66.7	56.4
2	1.0	54.5	67.1	56.3
3	3.0	91.7	67.3	55.7
4	10.1	132.0	66.8	54.7
5	19.6	174.1	66.4	53.6
6	30.8	207.6	66.2	52.4
7	43.2	241.6	68.1	51.0
8	56.0	272.5	69.4	49.6
9	68.3	297.4	68.4	48.0
10	85.8	330.8	67.0	46.0
11	104.9	361.7	65.7	43.6
12	127.8	396.0	65.0	41.0
13	151.9	426.4	64.2	38.3
14	174.2	451.5	62.3	35.8
15	197.2	474.5	63.3	33.2
16	222.0	496.5	64.3	30.4
17	248.1	518.7	64.2	27.5
18	274.9	538.0	61.2	24.5
19	302.8	557.9	59.9	21.5
20	330.1	573.1	59.0	18.3
21	360.6	590.4	58.7	15.2
22	385.8	602.9	58.0	12.1
23	414.5	615.5	55.3	9.1
24	438.5	620.9	54.8	3.8

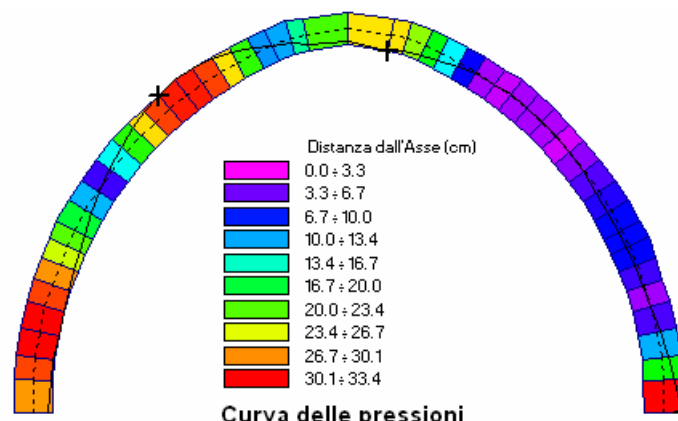


Condizione di Carico 1:
 Peso proprio della muratura +
 Rivestimento esterno +
 Mosaico interno

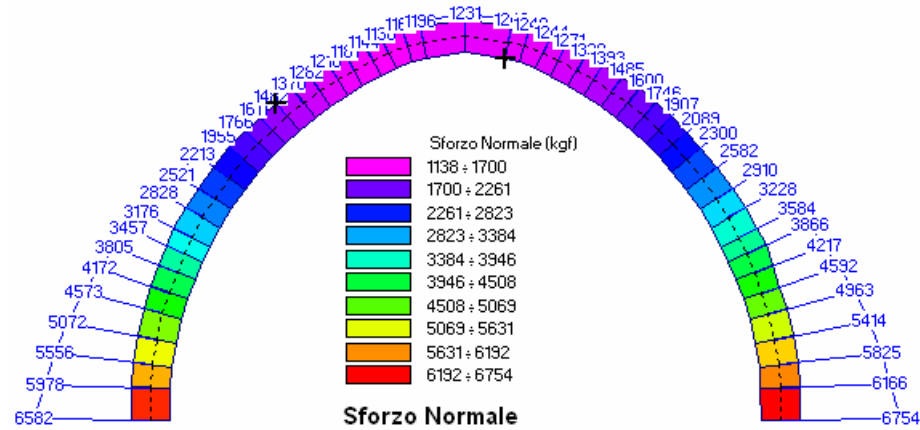
Definizione geometrica dell'arco e Carichi della condizione elementare 1.



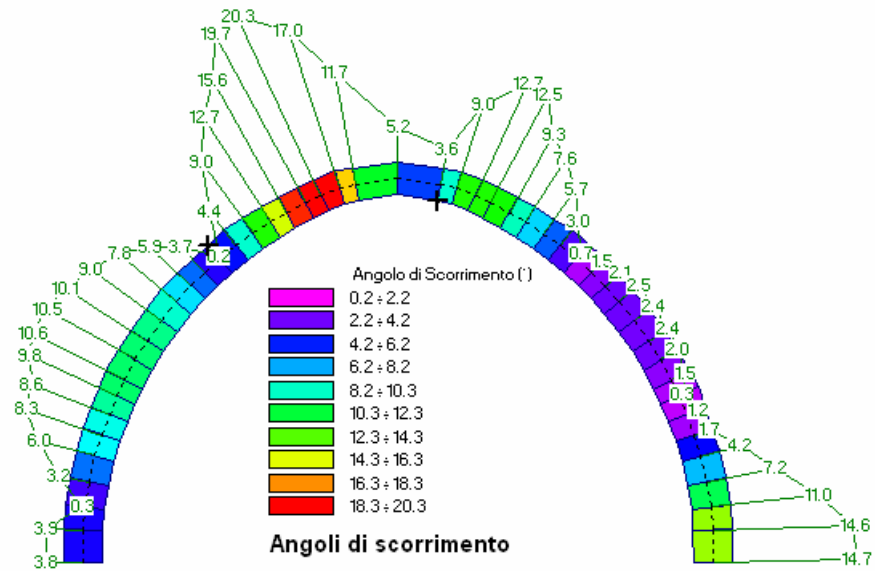
Risultati Analisi Statica.



Curva delle pressioni

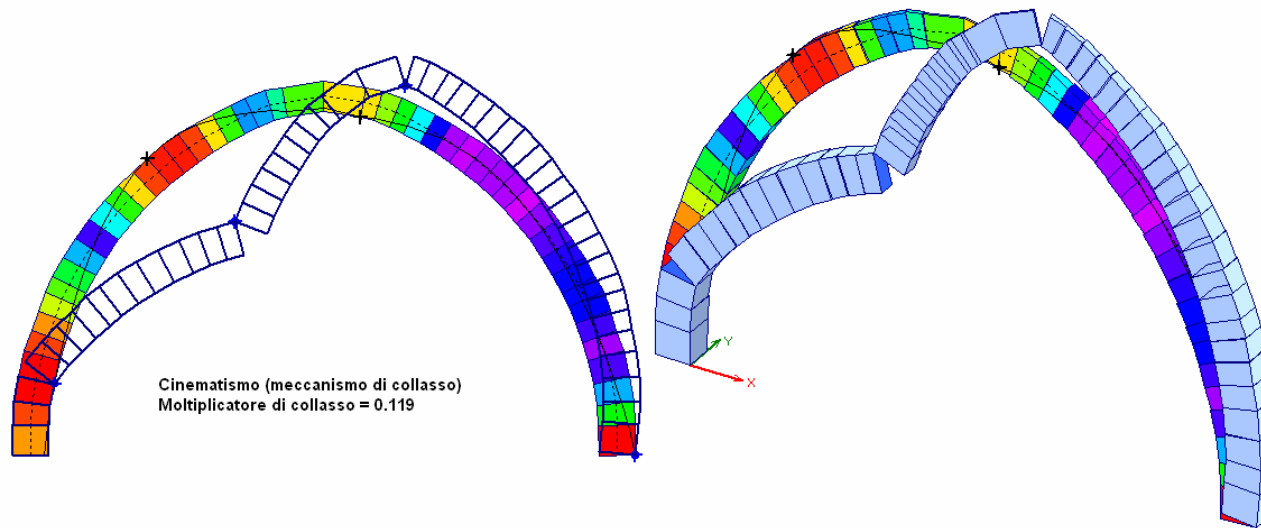


Sforzo Normale



Angoli di scorrimento

Risultati Analisi Sismica.



Cinematismo di collasso per azioni orizzontali (sismiche).

Risultati dell'analisi

Il **moltiplicatore di collasso** λ è pari a **0.119**

■ **Modello n.2: studio condotto con il software PC.E © AEDES**

Parametri meccanici

Tipo di comportamento: elastico non lineare-fragile

Resistenza a trazione: nulla

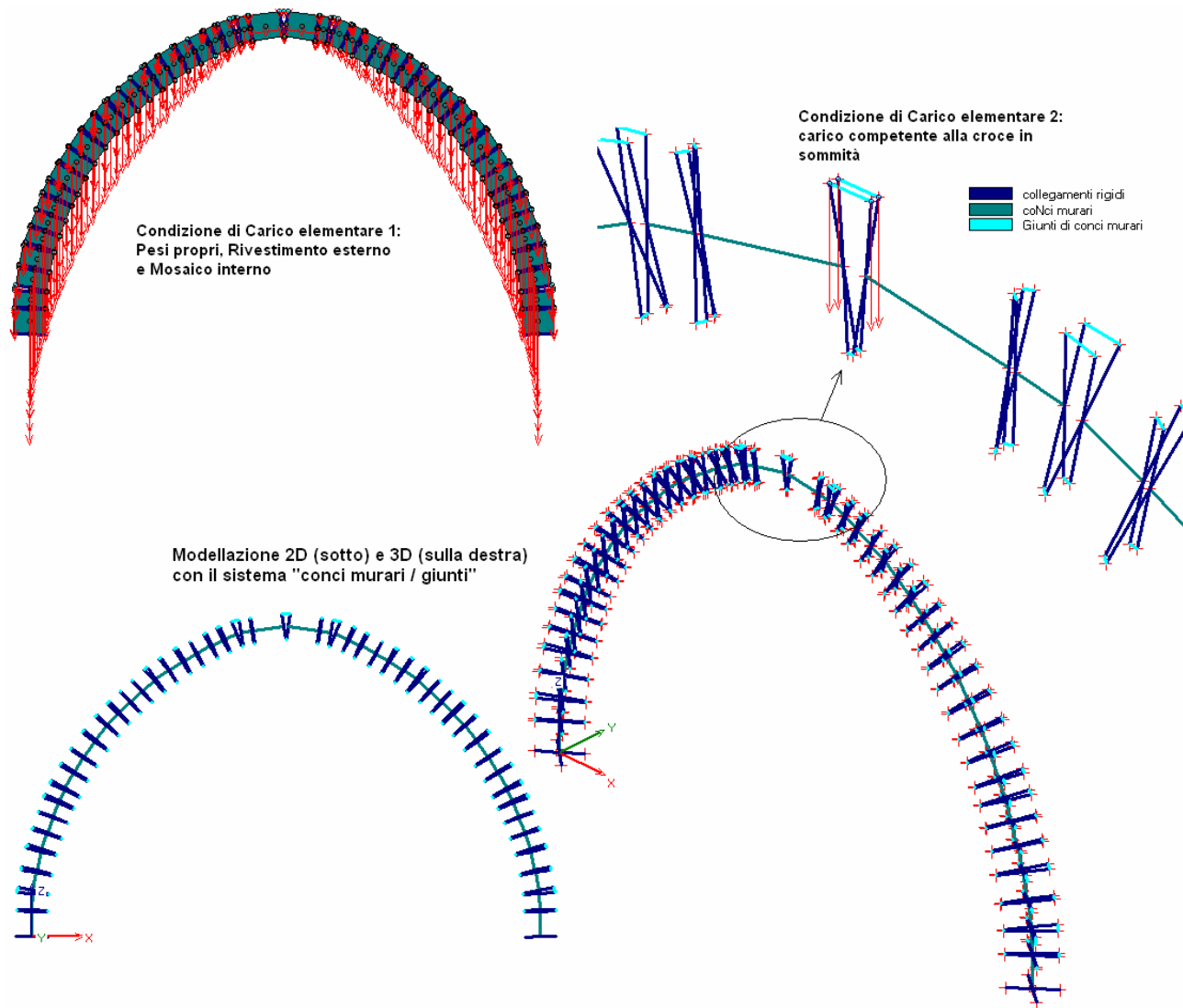
Moduli di elasticità: Pietra: $E=500\,000\text{ kgf/cm}^2$ [50 000 MPa] - Giunti di malta: $E=6\,600\text{ kgf/cm}^2$ [660 MPa] - $\nu = 0.25$ ($G = 0.4 E$)

Tipi di analisi e verifiche

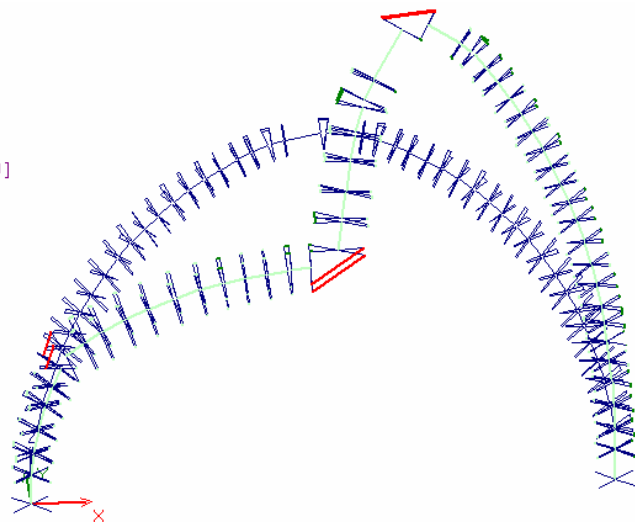
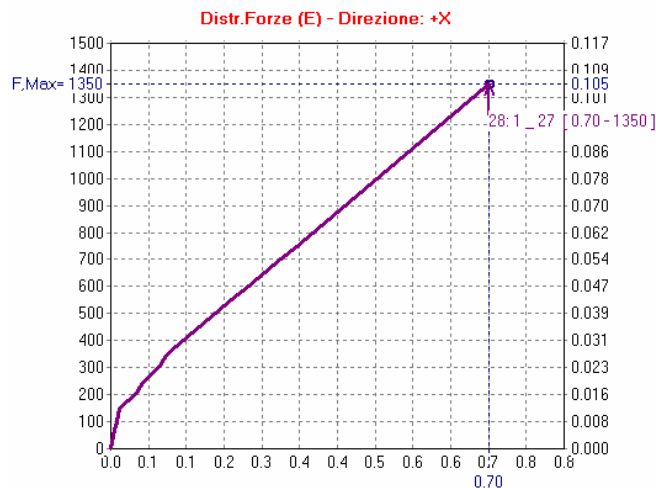
Meccanismo di collasso ortogonale al piano medio della struttura ("fuori piano").

Analisi statica lineare non sismica. Analisi non lineare per la determinazione del moltiplicatore di collasso. Determinazione delle reazioni d'imposta.

Confronto con il modello 1§2.1.1 (rigido-fragile) ai fini della conferma di validità dell'approccio.



Modellazione dell'arco elementare con il sistema "conci murari / giunti".



Risultati Analisi Sismica: diagramma non lineare, e configurazione di collasso corrispondente al taglio massimo

Dal punto di vista del moltiplicatore di collasso, il risultato del modello 2: 0.105, si mostra in buon accordo con quello del modello 1: 0.119. La diminuzione del 12% è da attribuirsi all'elasticità nei giunti (ed anche nei conci, seppur molto meno significativa data la grande rigidità della pietra). Queste considerazioni presuppongono che per i due modelli sono state adottate identiche condizioni sulla resistenza a trazione (posta uguale a zero).

Attestata la correttezza di approccio del modello "conci murari / giunti", è ora possibile rimuovere l'ipotesi di resistenza a trazione nulla, ottenendo una schematizzazione della struttura più aderente al comportamento reale.

■ Modello n.3: studio condotto con il software PC.E © AEDES

Il modello 3 deriva direttamente dal modello 2, da cui si differenzia per la resistenza a trazione dei giunti di malta, non più nulla, ma posta pari a 2.5 kg/cm² (0.25 MPa).

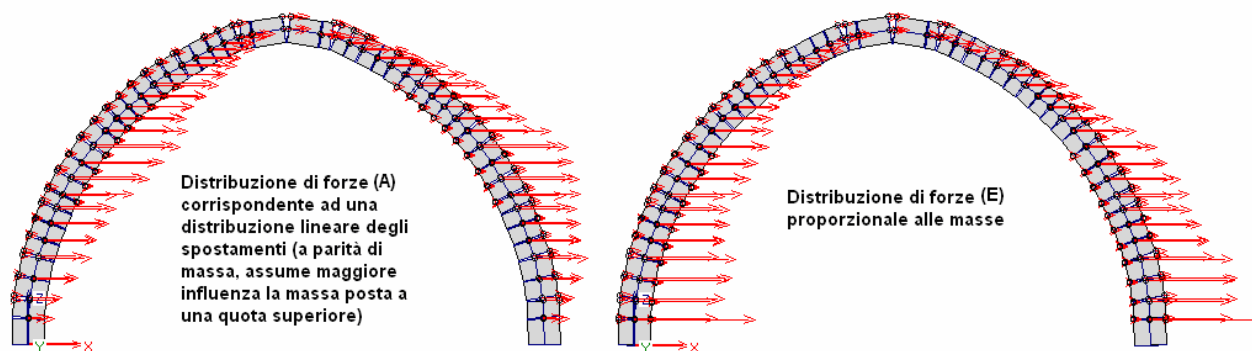
Tipi di analisi e verifiche

Meccanismo di collasso ortogonale al piano medio della struttura ("fuori piano").

Analisi statica lineare non sismica. Analisi non lineare per la determinazione del moltiplicatore di collasso. Determinazione delle reazioni d'imposta.

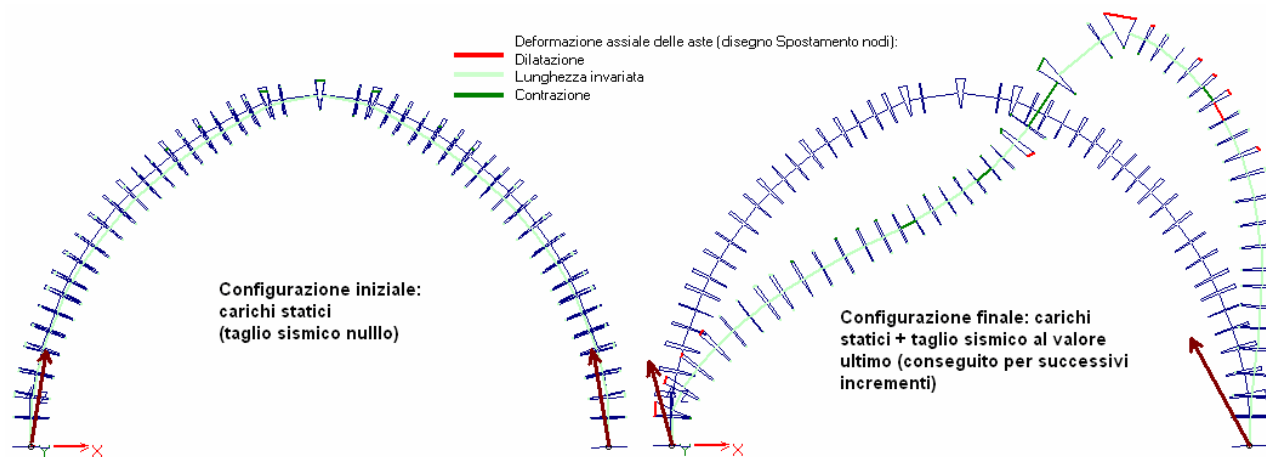
Il modello 3 viene considerato come rappresentativo del comportamento reale della cupola a sé stante, ed in particolare il moltiplicatore di collasso associato viene assunto pari a: $\lambda = 0.433$, corrispondente alla distribuzione di forze (A).

In fig. seguente il confronto fra le due distribuzioni di forze (A) e (E) usate in analisi non lineare.



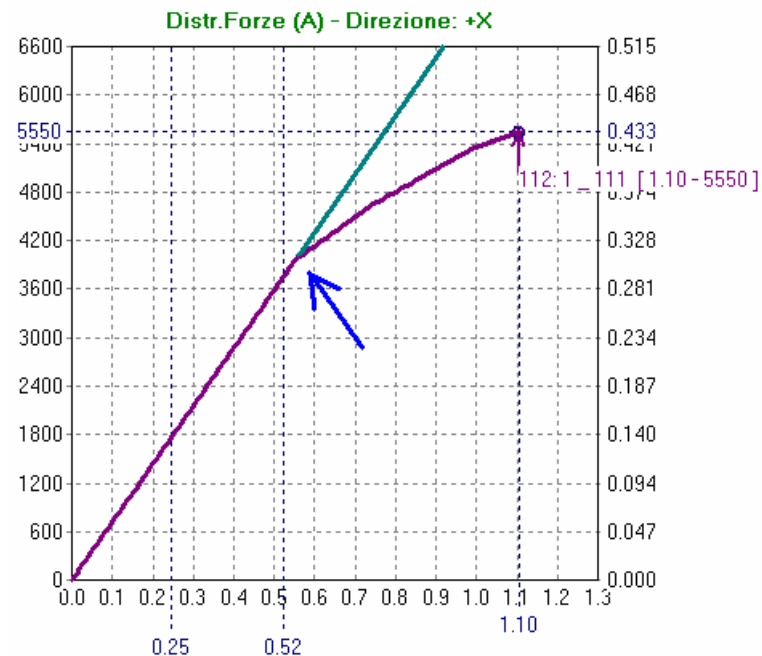
Distribuzioni di taglio sismico.

In fig. 2.1.20: le reazioni d'imposta ed il campo di spostamenti, per la distribuzione (A): a sinistra, per la configurazione iniziale (statica, con taglio sismico nullo); a destra, per la configurazione ultima (con taglio sismico massimo).



Risultati Analisi Sismica: reazioni d'imposta e spostamenti.

In fig. seguente, il diagramma non lineare forza-spostamento. Nel diagramma è indicata anche la rigidità elastica iniziale, in modo da evidenziare la non linearità.



Risultati Analisi Sismica: diagramma non lineare.

La freccia indica la fine del comportamento elastico (in corrispondenza del 71% del taglio ultimo)

■ Modello 4: studio condotto con il software PC.E © AEDES

Parametri meccanici

Tipo di comportamento: elastico non lineare-fragile

Resistenza a trazione: corrispondente alle dilatazioni statiche

Moduli di elasticità: Muratura: $E=38\,400\text{ kgf/cm}^2$ [3 840 MPa] - $\nu = 0.25$ ($G = 0.4 E$)

Acciaio degli anelli di rafforzamento:

$E = 2\,100\,000\text{ kgf/cm}^2$ [210 000 MPa], $G = 800\,000\text{ kgf/cm}^2$ [80 000 MPa].

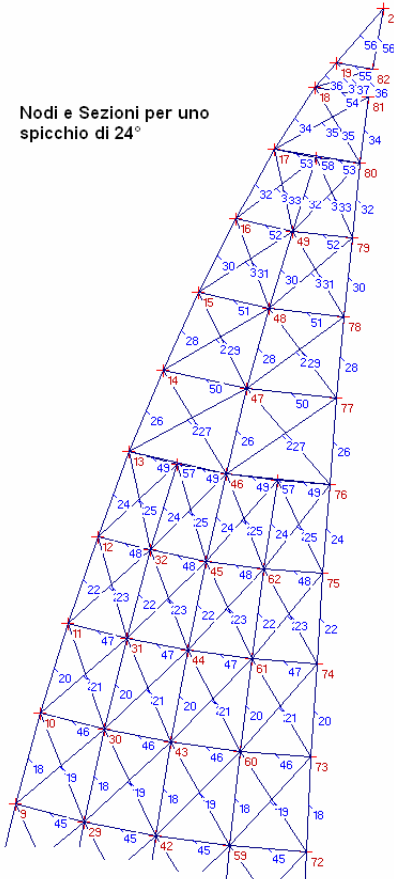
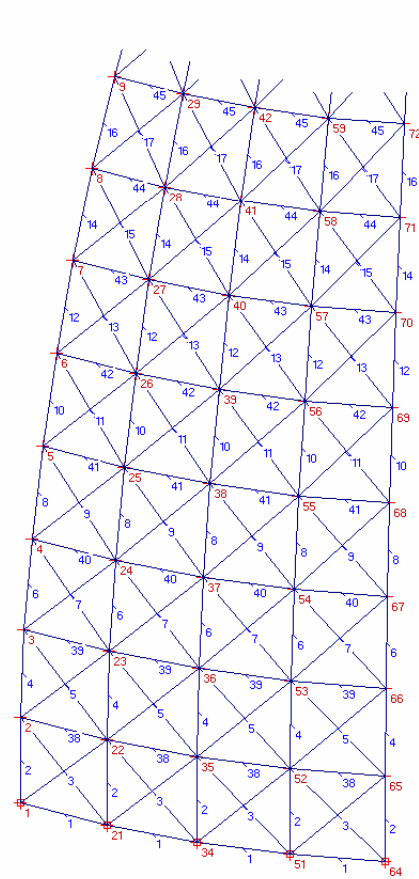
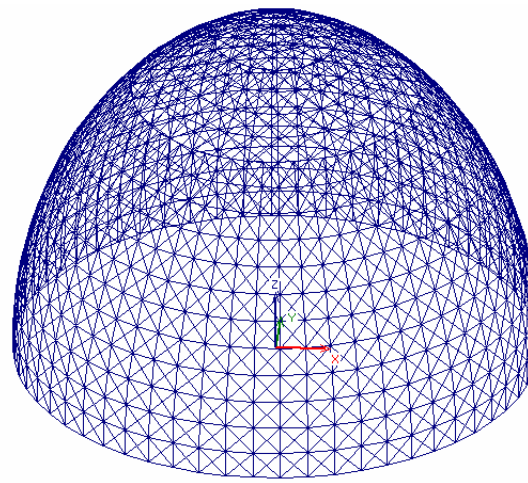
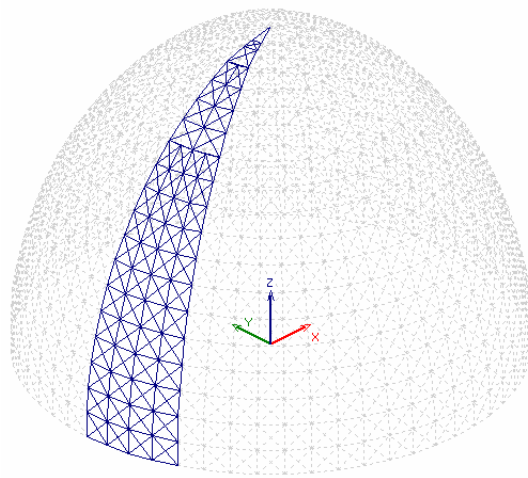
Tipi di analisi e verifiche

Meccanismo di collasso membranale ("complanare").

Analisi statica lineare non sismica. Analisi non lineare per la determinazione del moltiplicatore di collasso. Determinazione delle reazioni d'imposta.

Caratteristiche del modello

Geometria: modellazione della cupola completa con "muratura reticolare", caratterizzata da comportamento a traliccio / graticcio. Per una porzione elementare di cupola, infatti, i carichi agenti (verticali) sono tali da chiamare in causa le deformazioni sia nel piano sia fuori piano.



Nodi e Sezioni per uno spicchio di 24°

Cupola completa in muratura reticolare, con schematizzazione a traliccio / graticcio.
 Le unità elementari sono individuate da un meridiano ogni 6°, e da un parallelo ogni 50 cm.
 (misurati sulla superficie curva).

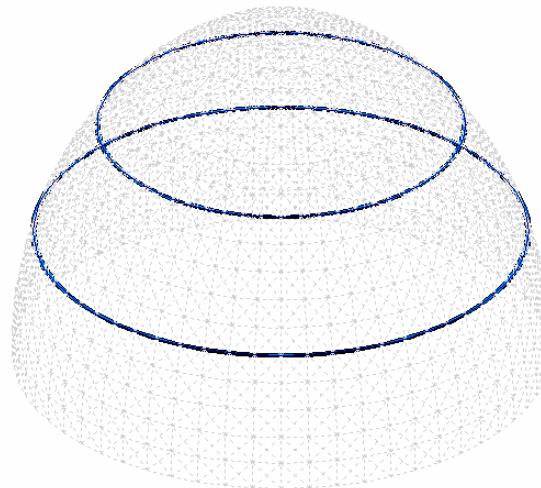
Il comportamento ortogonale, studiato nei modelli precedenti, rende ragione della stabilità della struttura dovuta alla possibile fuoriuscita della curva delle pressioni dallo spessore, e può essere esaminato con riferimento all'arco elementare. Il comportamento complanare, diversamente, interpreta il cimento del materiale lungo la superficie strutturale, cioè la collaborazione fra i singoli archi elementari. Poiché i modelli ortogonali forniscono un valore del taglio ultimo non superabile per motivi di stabilità, l'incremento del taglio in analisi non lineare complanare viene effettuato, al massimo, fino a tale valore del taglio, fermo restando che il meccanismo complanare può mostrare di per sé un moltiplicatore di collasso inferiore. Ciò evita l'eventuale esecuzione dell'analisi in campi di sollecitazione comunque inammissibili.

La conoscenza delle zone di danneggiamento della struttura in corrispondenza del taglio ultimo permetterà di integrare l'ipotesi di rottura in direzione ortogonale (ricavata dallo studio del modello 3, e definita dalle sezioni in cui si generano le cerniere che producono il cinematismo), fornendo un'informazione esaustiva per le lesioni attese.

Le dimensioni delle aste di muratura reticolare sono determinate in base all'apposita teoria di equivalenza energetica.

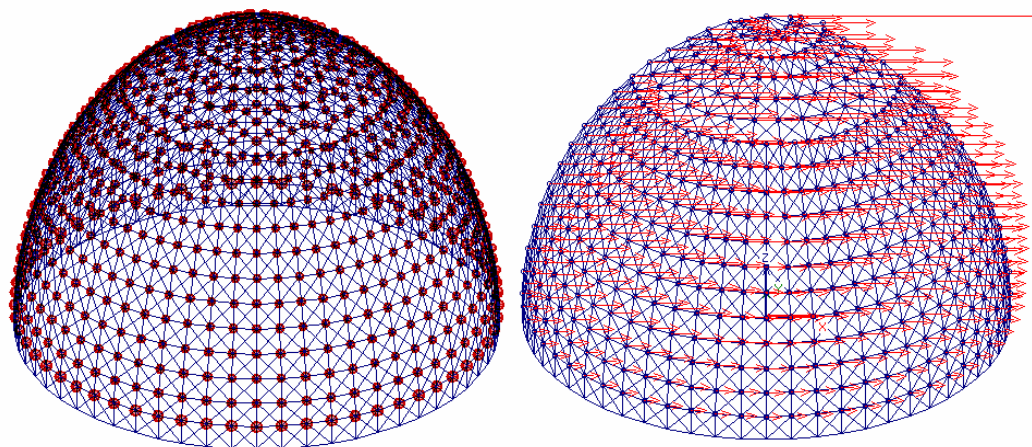
Nella struttura vengono definiti anche i due anelli di rafforzamento in acciaio, posti all'interno della cupola alla quota di circa 2.50 e 4.50 m rispetto allo 0.00 dell'imposta.

Gli anelli hanno sezione quadrata di 100x10 mm..



Anelli di rafforzamento in acciaio.

Analisi Sismica:



Masse sismiche (concentrate nei nodi) e distribuzione (A) delle forze sismiche

La distribuzione di forze (A) (incremento di taglio: 2500 kgf) fornisce un taglio ultimo ≥ 170000 kgf. In corrispondenza di tale valore (che, ricordiamo, viene assunto come limite non superabile a causa della corrispondente instabilizzazione fuori-piano), il quadro delle lesioni attese per effetti membranali è riportato in fig. seguente.

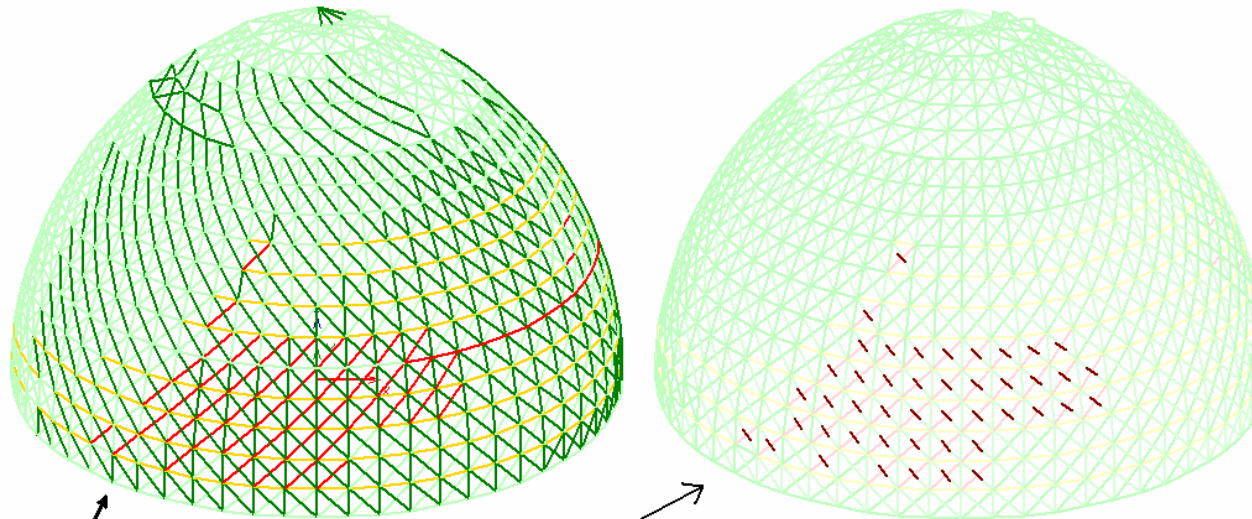
■ Sintesi dell'analisi della cupola a sé stante

Moltiplicatore di collasso: $\lambda = 0.433$

Accelerazione di attivazione del meccanismo: a favore di sicurezza, si assume pari a 1 la frazione di massa partecipante; segue: $\mathbf{a}_0^* = 0.433$ g. La mappa qualitativa delle fessurazioni sismiche è ricostruita in base alla formazione delle cerniere nel meccanismo del modello 3 e alla muratura in trazione nel modello 4.

All'insorgenza delle fessurazioni segue la formazione del cinematismo che interesserà uno spicchio di cupola formato dagli archi elementari che più si trovano esposti ortogonalmente rispetto alla direzione sismica.

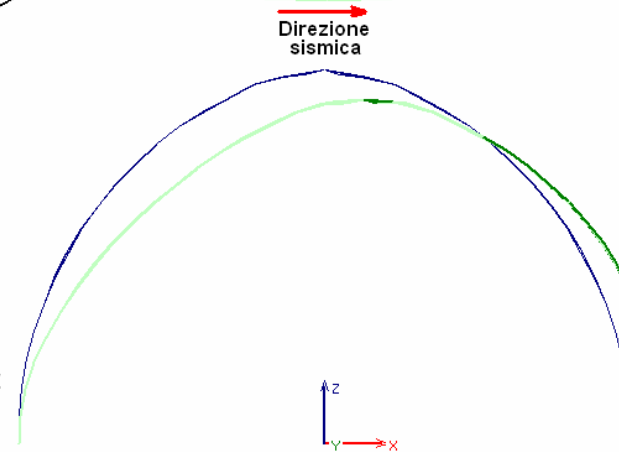
E' evidente che l'alternarsi del verso produrrà lesioni speculari, mentre la contemporanea presenza di forze sismiche ortogonali potrà creare, sulla superficie curva, giaciture di lesioni ruotate (rispetto all'asse centrale verticale) nei confronti della rappresentazione in figura.



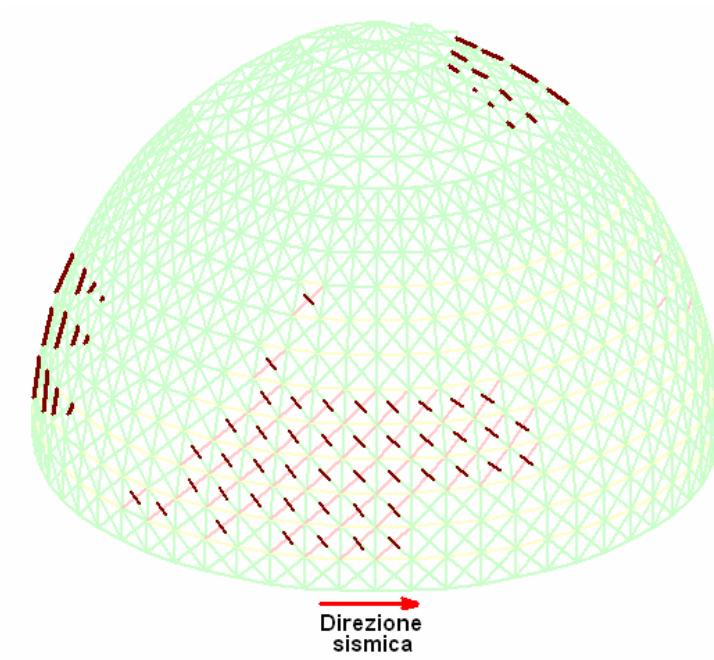
In rosso, le zone in trazione oltre il limite consentito: si formano le lesioni indicate nella figura a lato

- Deformazione assiale delle aste (disegno Spostamento nodi):
- Dilatazione
- Lunghezza invariata
- Contrazione
- Dilataz. <= valore statico (Pushover, tralici muratura)
- Aste in tratteggio: rigidezza nulla (K=0)

A lato, la rappresentazione della deformazione (amplificata) sotto il taglio ultimo, nel piano verticale XZ

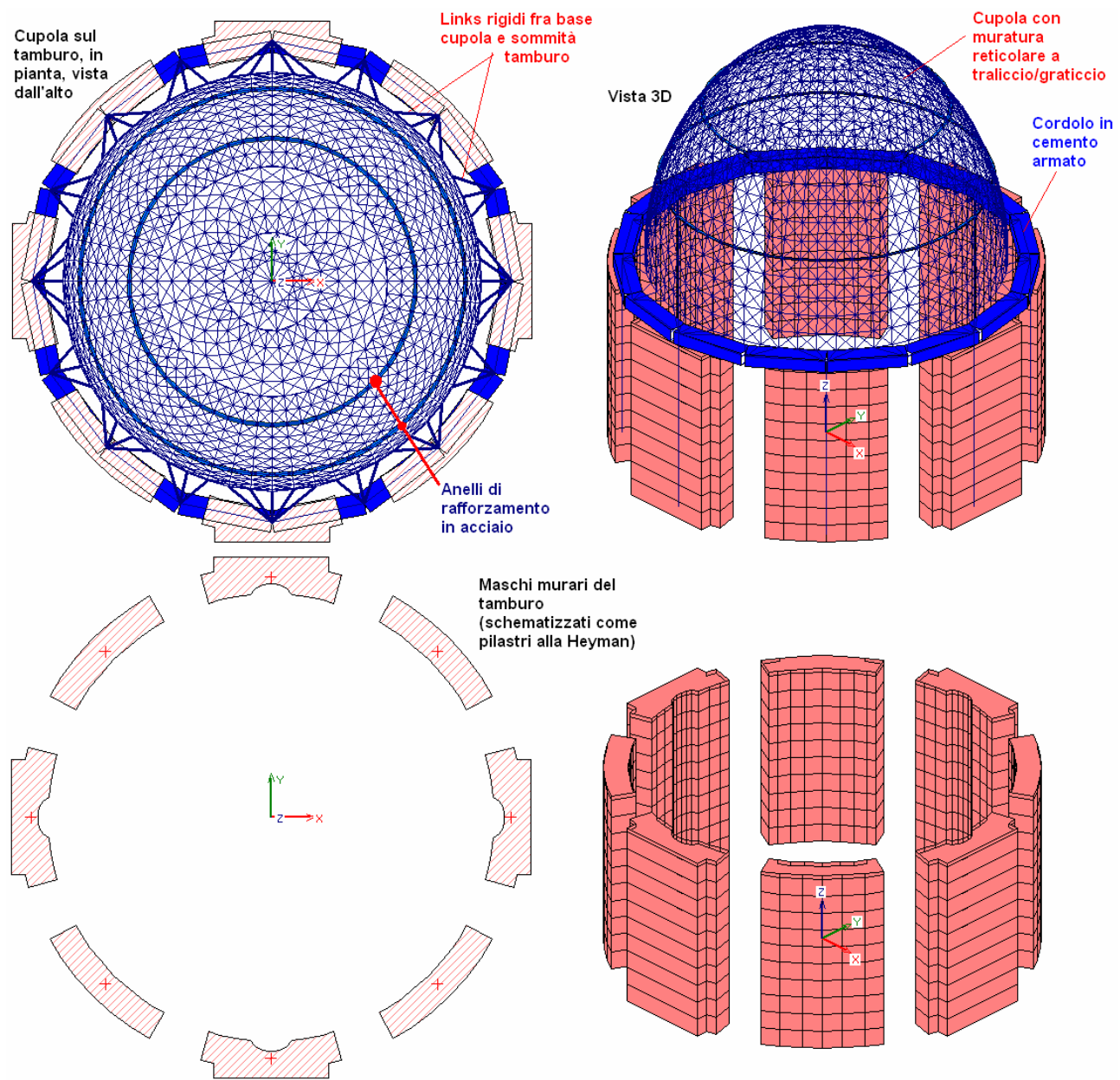


Analisi sismica complanare.

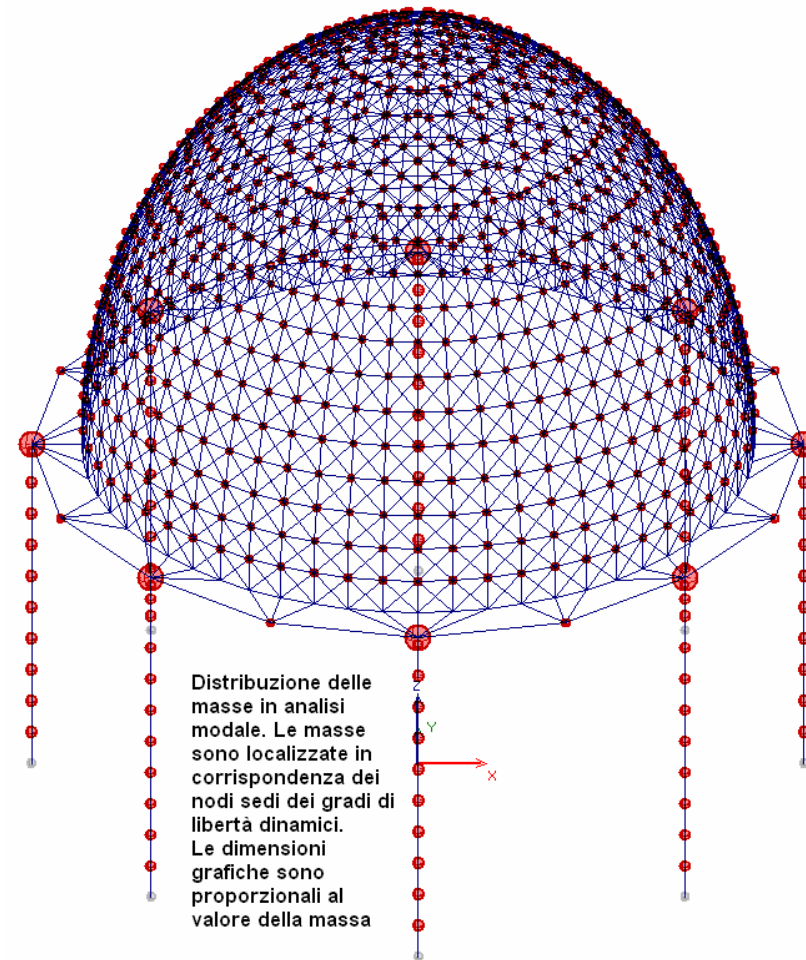


Quadro fessurativo complessivo.

Altri modelli: Cupola con tamburo sottostante

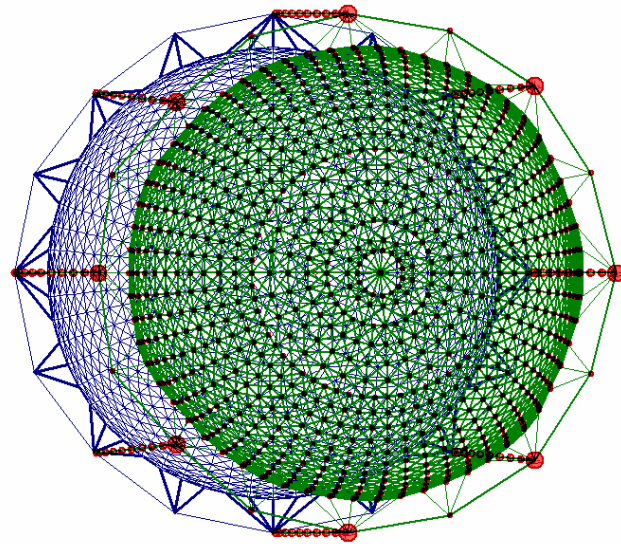
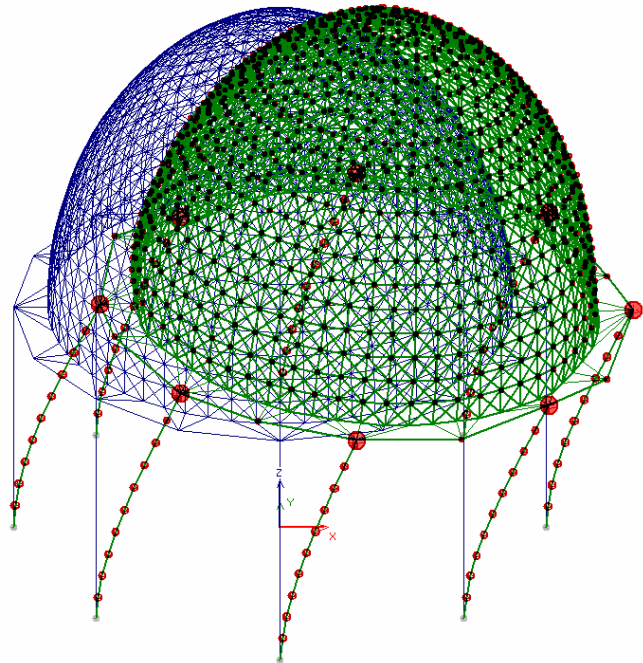


Modellazione dell'insieme cupola / tamburo.

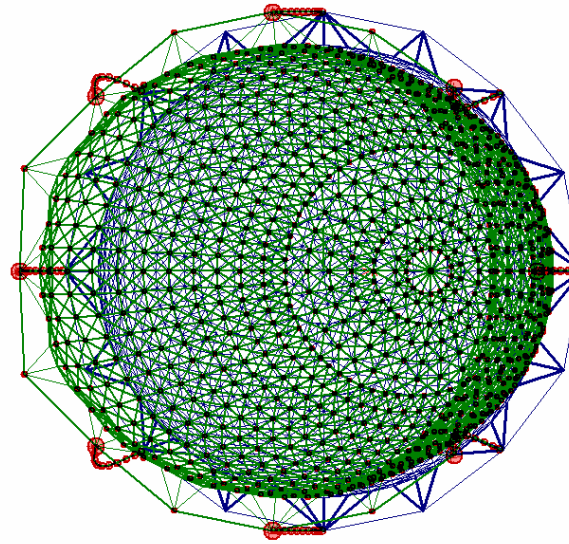
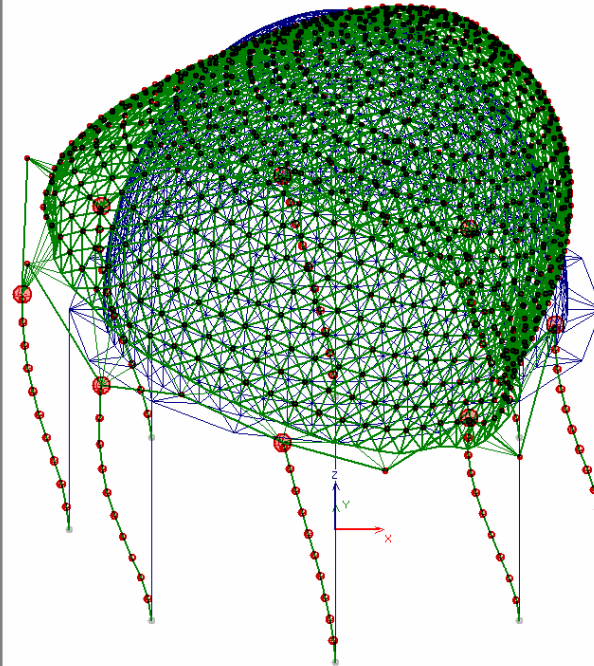


Distribuzione delle masse sismiche.

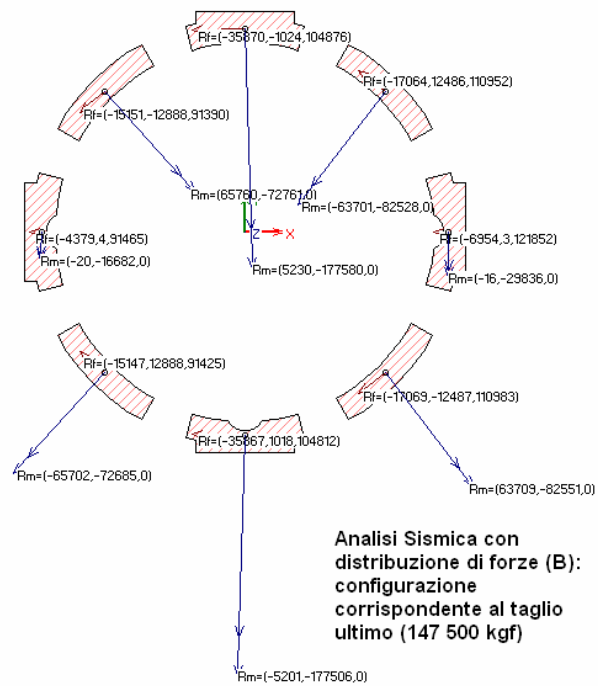
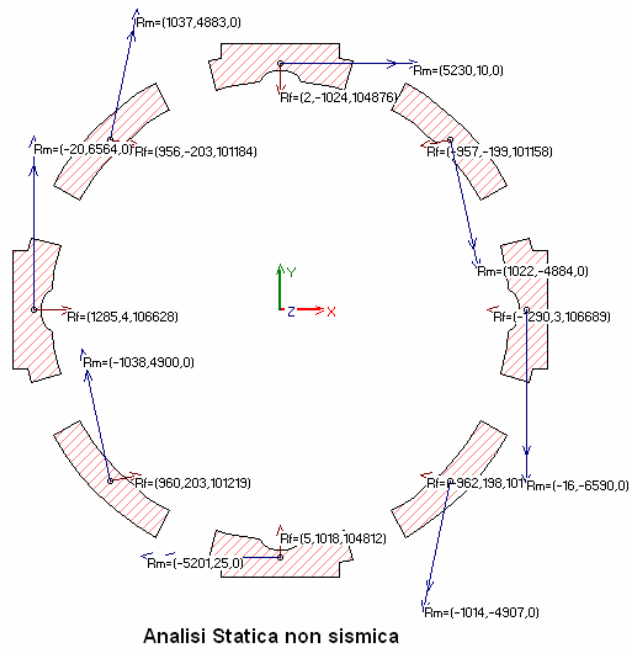
Modo principale: $T = 0.170$ sec, $f = 5.88$ Hz
Massa partecipante: 83.1%



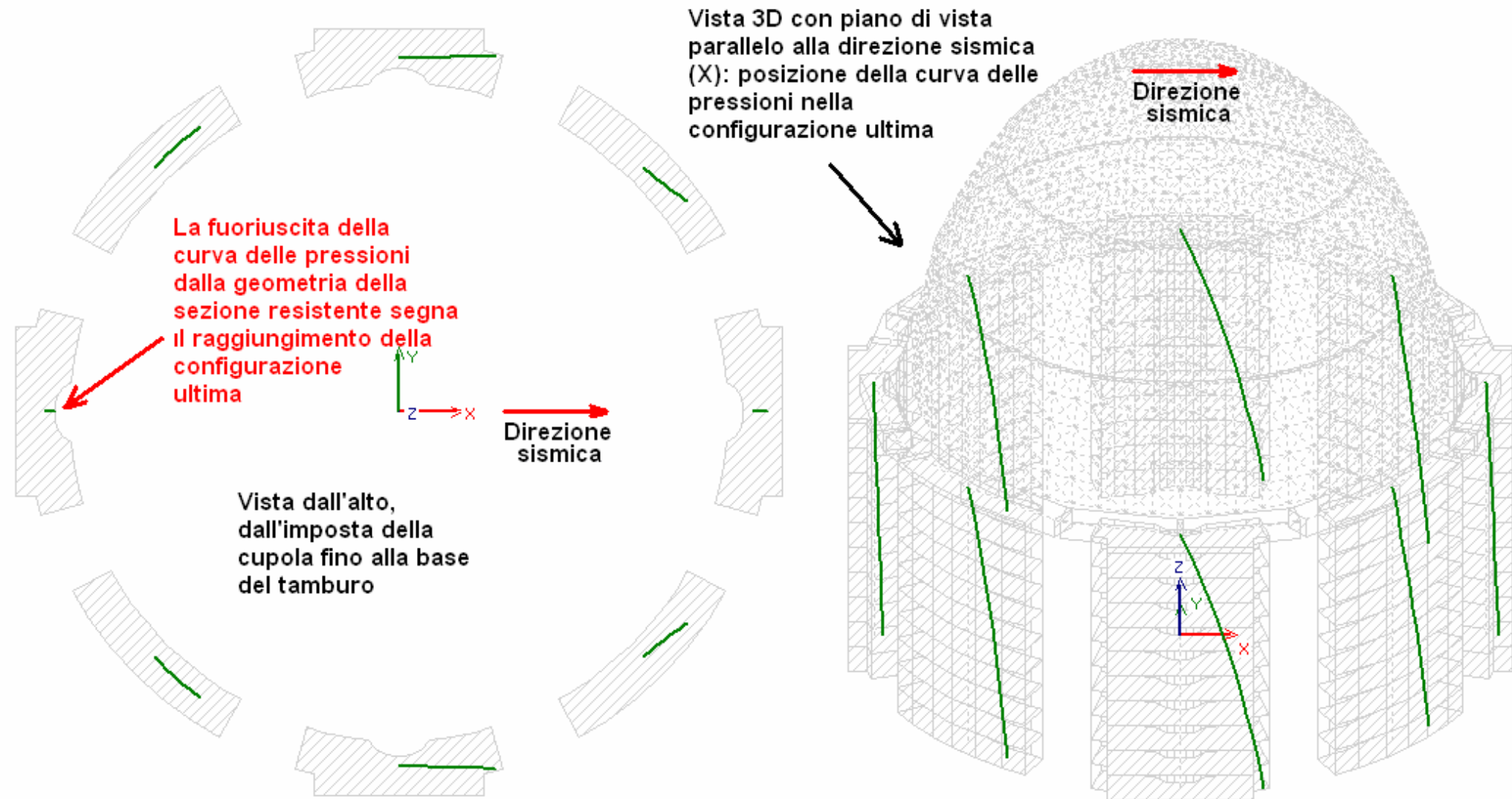
Successivo modo significativo: $T = 0.048$ sec, $f = 20.83$ Hz
Massa partecipante: 3.1%



Risultati dell'analisi modale.



Reazioni vincolari alla base del tamburo, in analisi statica e in analisi sismica (in corrispondenza della configurazione ultima)



Curva delle pressioni in analisi sismica (in corrispondenza della configurazione ultima)

■ Modello dell'insieme Cupola-Tamburo studiato con il software ESP (PC.E) © AEDES

Parametri meccanici

Tipo di comportamento: rigido-fragile

Resistenza a trazione: nulla

Moduli di elasticità: ininfluenti

Tipi di analisi e verifiche

Analisi limite, con cinematismo ipotizzato a priori. Meccanismo di collasso ortogonale al piano medio della struttura ("fuori piano"). Stabilità dell'equilibrio sotto carichi sismici crescenti, con calcolo del moltiplicatore di collasso.

Caratteristiche del modello

Geometria: il modello si articola in 4 sottocasi:

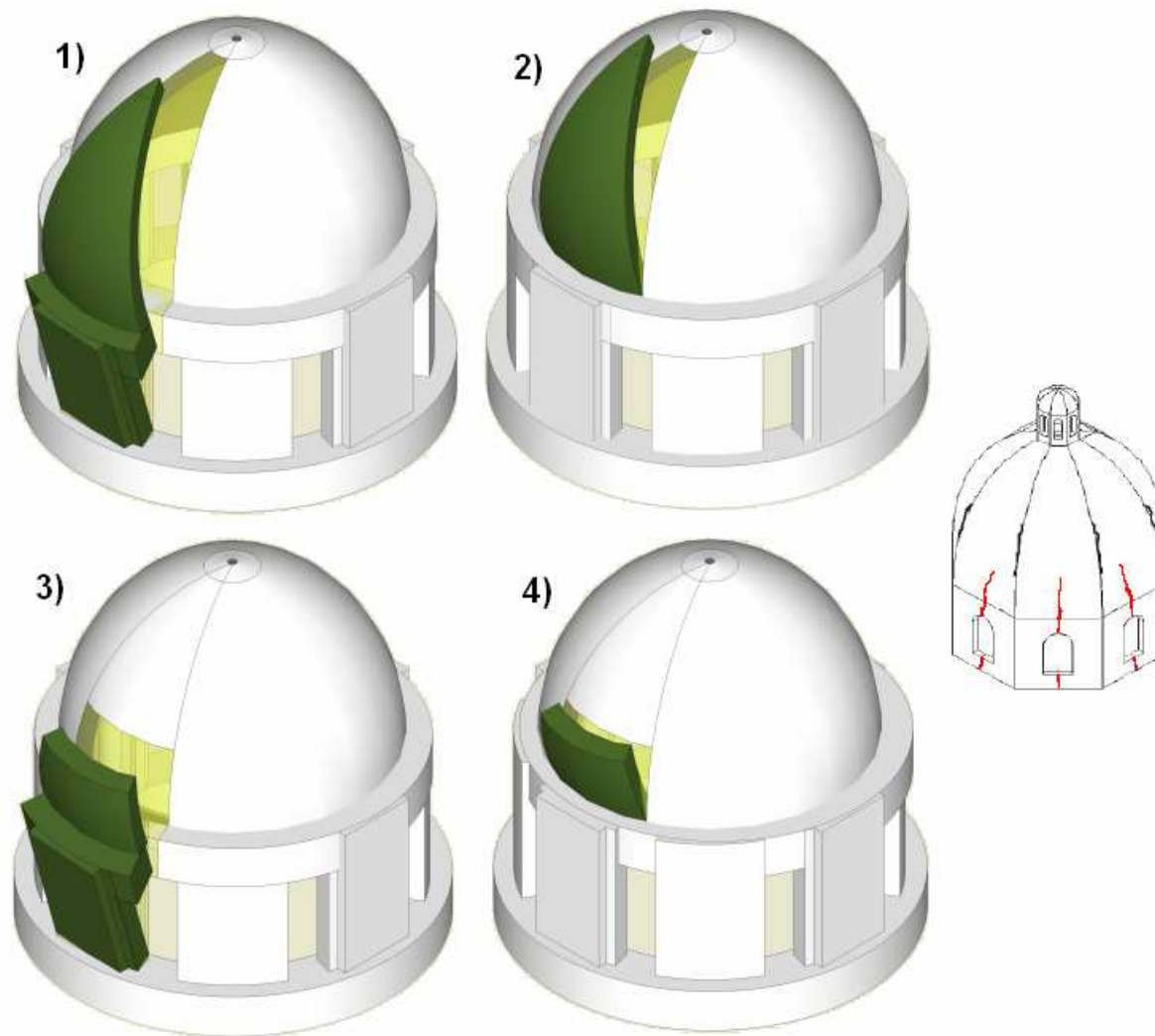
1) Ribaltamento di cupola e tamburo con cerniera al piede del tamburo

2) Ribaltamento della cupola con cerniera all'imposta

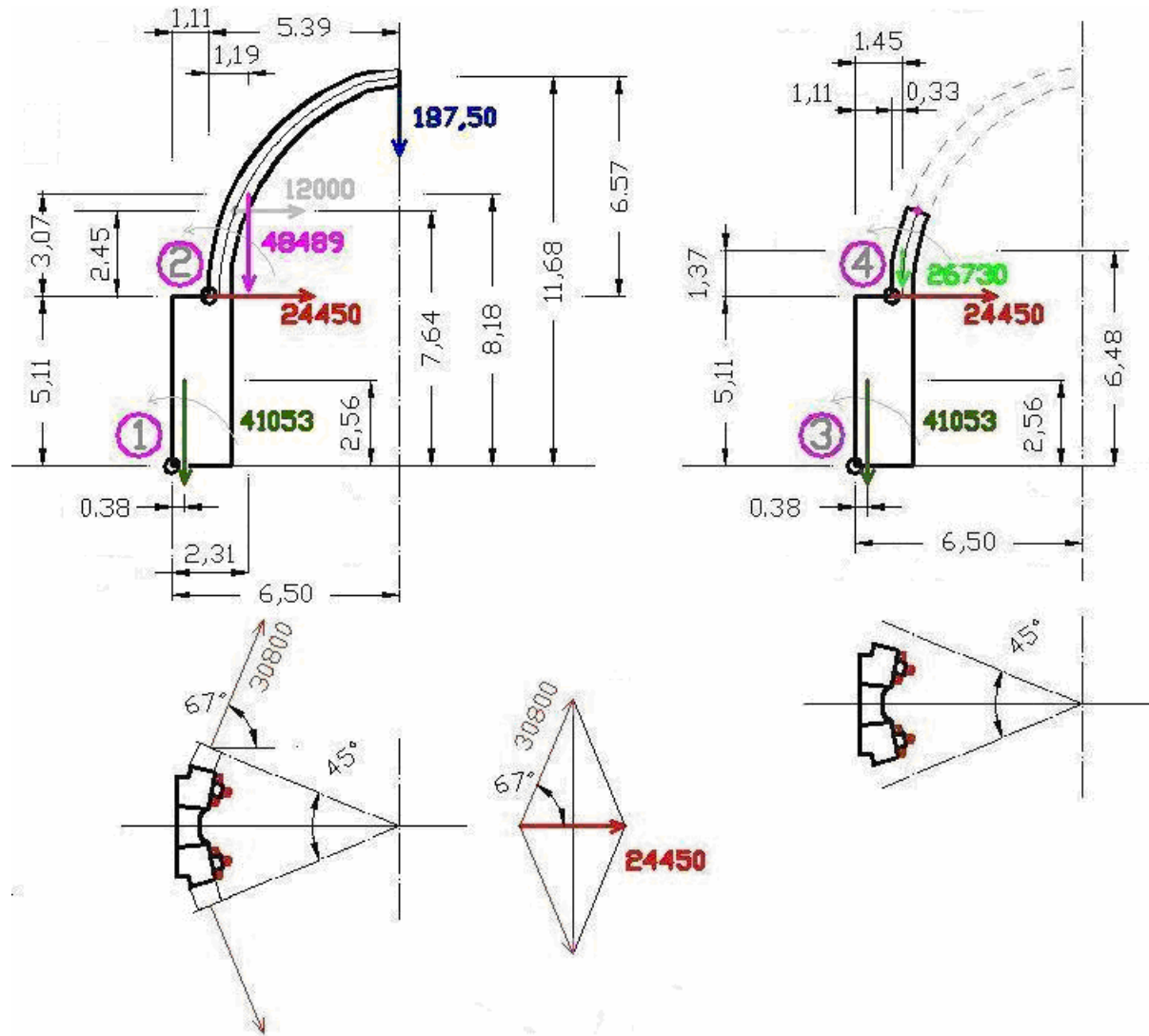
3) Ribaltamento di cupola e tamburo con cerniera al piede del tamburo, limitato alla porzione di struttura posta sotto all'anello di rafforzamento in acciaio

4) Ribaltamento della cupola con cerniera all'imposta, limitato alla porzione di struttura posta sotto all'anello di rafforzamento in acciaio

L'analisi viene condotta sulla porzione di struttura competente ad uno spicchio di 45°, individuato da un maschio murario del tamburo e dalle due aperture ad esso adiacenti: si ipotizza che la lesione di distacco si inneschi a metà architrave. Questa tipologia di meccanismo di collasso è indicata anche nei riferimenti normativi, derivati dall'osservazione diretta dei danni sismici sulle chiese.



Analisi limite con cinematici ipotizzati a priori,
e lesioni sismiche per cupola e tamburo secondo indicazioni Normative



Schemi di calcolo corrispondenti ai cinematismi

Quadro riassuntivo per il modello 2§2.1.2:

	• Momento stabilizzante • (kgf m)	• Momento ribaltante • (kgf m)	• Moltiplicatore di collasso • λ	• Frazione di massa partecipante • e^*	• Accelerazione attivazione cinematismo • a_0^*
• 1	• 345447.98	• 503925.70	• 0.685	• 0.800	• 0.856 g
• 2	• 88112.53	• 150093.10	• 0.587	• 0.995	• 0.587 g
• 3	• 179298.14	• 278306.08	• 0.644	• 0.820	• 0.785 g
• 4	• 8820.90	• 36620.10	• 0.241	• 1.000	• 0.241 g

Assumendo infine come riferimento i valori medi si ottiene:

- per la cupola a sé stante: $a_0^* = (0.587+0.241)/2 \text{ g} = 0.414 \text{ g}$

- per il sistema cupola/tamburo: $a_0^* = (0.856+0.785)/2 \text{ g} = 0.820 \text{ g}$

■ Sintesi dell'analisi del sistema cupola / tamburo

Per la cupola a sé stante, in definitiva, sono stati determinati i seguenti valori delle accelerazioni di attivazione del meccanismo:

- modelli ad elementi finiti che tengono conto sia del comportamento fuori piano, sia di quello membranale:

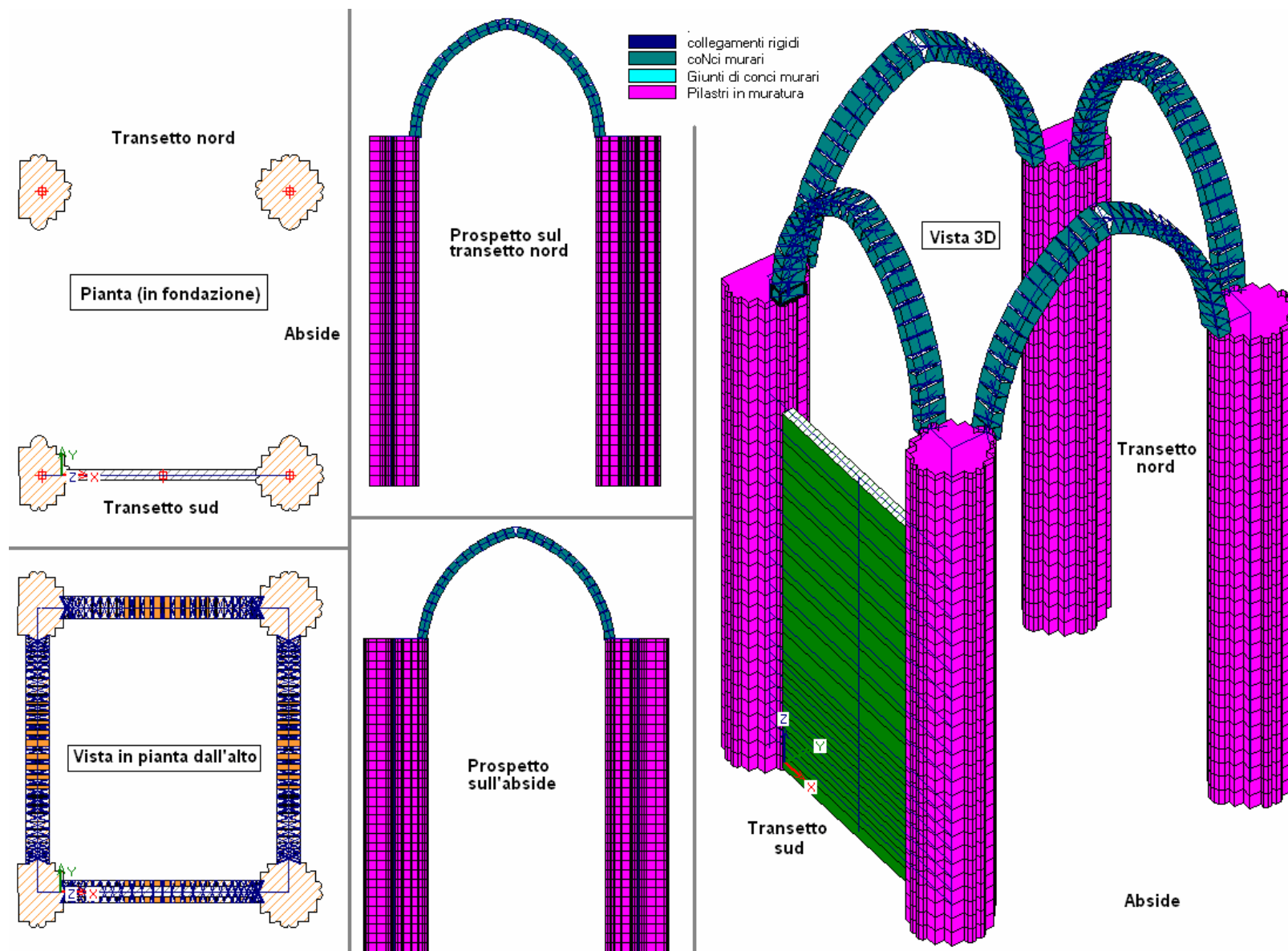
$$a_0^* = \mathbf{0.433 \text{ g}}$$

- modelli a corpo rigido (cinematismi di collasso per comportamento fuori piano): $a_0^* = \mathbf{0.414 \text{ g}}$

Questi valori risultano confrontabili con i risultati dell'indagine condotta con ABAQUS (cfr. studio condotto dal Prof. Ing. Guido Camata).

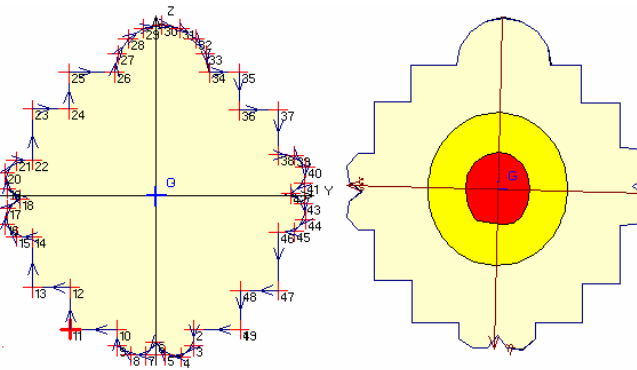
Assumendo un valore medio fra distribuzione proporzionale al primo modo e proporzionale alla massa, ABAQUS ha fornito il risultato: $\lambda=0.326$. Lo scarto del 30% circa può essere attribuito alla presenza degli anelli in acciaio, e di fatto costituisce un risultato interessante ai fini professionali applicativi, che dimostra la sostanziale validità dei procedimenti semplificati, in particolare nell'ottica dello studio di interventi di miglioramento. Anche i quadri fessurativi presentano sostanziali analogie.

ALTRI ESEMPI: COMPORTAMENTO DELLA STRUTTURA SOTTOSTTANTE

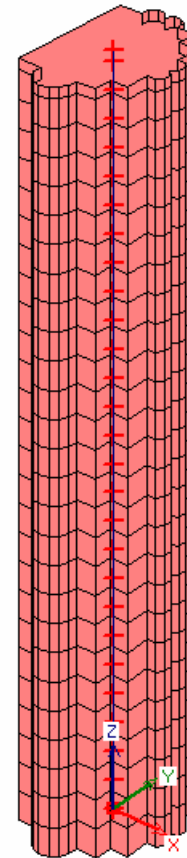


Arcate a sostegno della Cupola e imposta sui grandi pilastri

N°	+/-	Ver- tice	Y (cm)	Z (cm)
1	+	1	90.23	-142.14
2	+	2	40.78	-142.14
3	+	3	40.42	-159.46
4	+	4	27.48	-170.99
5	+	5	10.23	-169.36
6	+	6	-0.32	-155.61
7	+	7	-10.86	-169.36
8	+	8	-27.02	-169.45
9	+	9	-41.05	-159.46
10	+	10	-41.42	-142.14
11	+	11	-90.89	-142.14
12	+	12	-90.89	-97.26
13	+	13	-131.61	-97.26
14	+	14	-131.61	-43.60
15	+	15	-148.93	-43.24
16	+	16	-160.46	-30.30
17	+	17	-158.83	-13.05
18	+	18	-145.08	-2.50
19	+	19	-158.83	8.05
20	+	20	-160.46	25.30
21	+	21	-148.93	38.24
22	+	22	-131.61	38.60
23	+	23	-131.61	93.09
24	+	24	-92.84	93.09
25	+	25	-92.84	131.87
26	+	26	-43.65	131.87
27	+	27	-40.60	151.72
28	+	28	-29.26	167.97
29	+	29	-12.85	179.09
30	+	30	6.58	183.00
31	+	31	26.01	179.09
32	+	32	42.42	167.97
33	+	33	53.25	151.36
34	+	34	56.81	131.87
35	+	35	88.78	131.87
36	+	36	88.78	91.72
37	+	37	130.98	91.72
38	+	38	130.98	44.02
39	+	39	148.30	43.66
40	+	40	159.83	30.72
41	+	41	158.19	13.47
42	+	42	144.45	2.92
43	+	43	158.19	-7.63
44	+	44	159.83	-24.88
45	+	45	148.30	-37.82
46	+	46	130.98	-38.18
47	+	47	130.98	-100.53
48	+	48	90.23	-100.53
49	+	49	90.23	-142.14

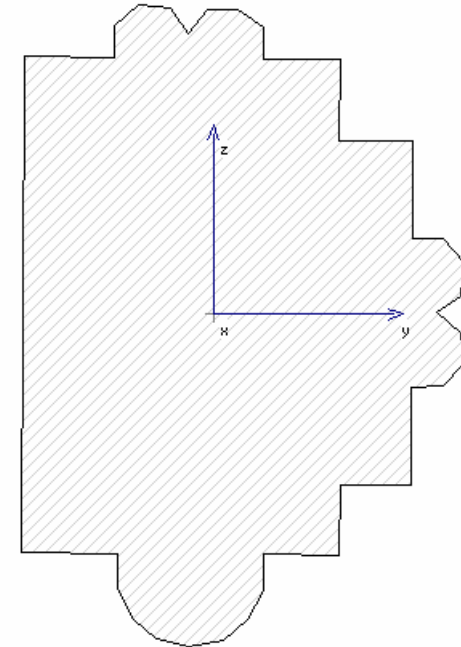


PARAMETRI STATICI Sez. n°1 (1)
 Dim. max (cm): $y = 320.28 - z = 353.99 - \xi = 321.43 - \eta = 353.36$
 Area (cm²) = 75161.75
 Baricentro G (cm): $y = 0.00 - z = 0.00$
 Momenti d'Inerzia (cm⁴):
 $J_{yo} = 502980504 - J_{zo} = 416491295 - J_{yozo} = 2141798$
 $J_{\xi} = 503033511 - J_{\eta} = 416438288 - y_o \wedge x (\circ) = 178.58$
 J polare: $J_{pO} = 919471799 - J_{pG} = 919471800$
 Jx (torsionale) = 867739000
 Raggi d'Inerzia (cm):
 $i_{yo} = 81.80 - i_{zo} = 74.44 - i_{\xi} = 81.81 - i_{\eta} = 74.43$
 Fattore di forma : $\phi_{\xi} = 0.236 - \phi_{\eta} = 0.228$
 Moduli di Resistenza (cm³):
 $W_{\xi_{MAX}} = 2954560 - W_{\xi_{MIN}} = 2747261$
 $W_{\eta_{MAX}} = 2596369 - W_{\eta_{MIN}} = 2586029$
 Momenti Statici (cm³): $S_{\xi} = 2574039 - S_{\eta} = 2339275$
 (bJ/S) (cm²): $(\xi) = 61071 - (\eta) = 59911$
 Superficie del contorno (m²/ml) = 12.9953

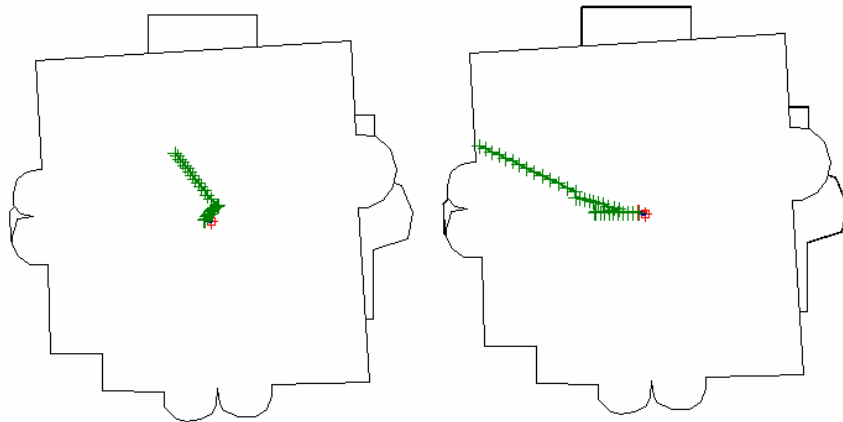


Pilastro murario

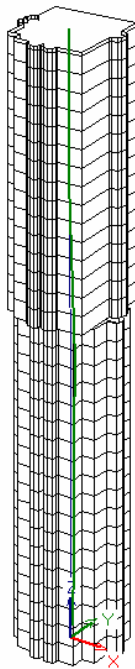
Sezione del pilastro,
e assi di riferimento locali



Studio del comportamento statico della sezione di un pilastro

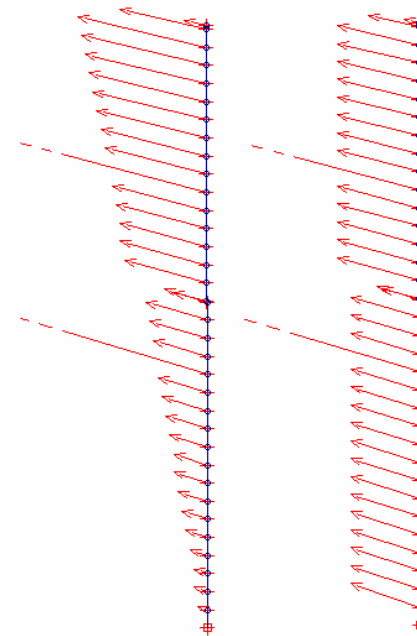
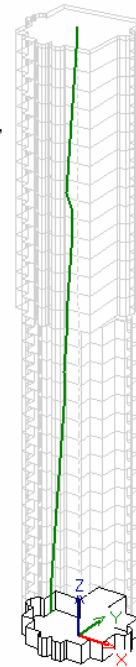


Azioni sismiche incrementali per le analisi -X: a sinistra per la distribuzione (A), con forze maggiori alle quote più elevate, a destra per la distribuzione (E), proporzionale alle masse

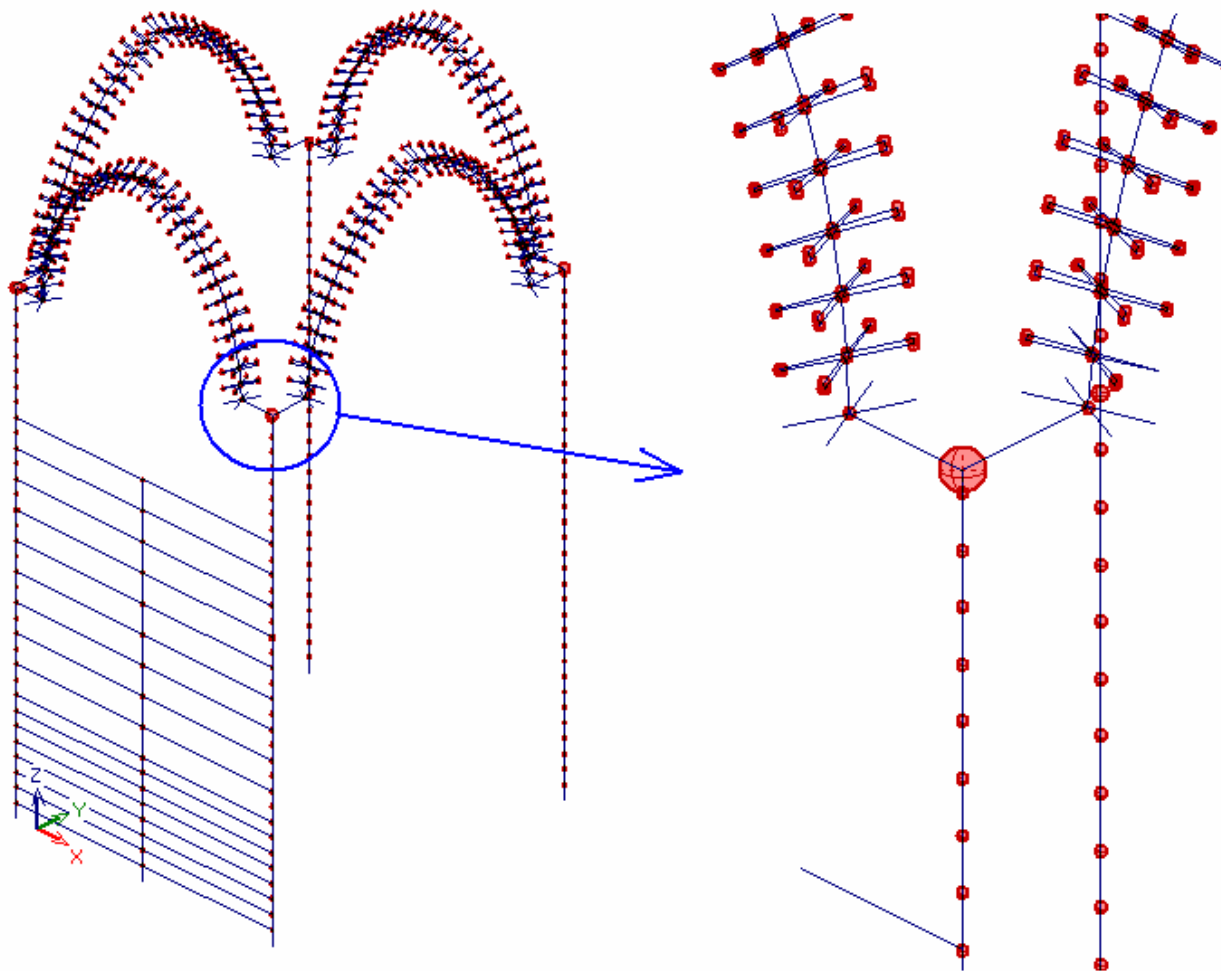


Analisi Statica sotto carichi verticali e spinte: la curva delle pressioni è interna alla sezione del pilastro lungo tutta la sua altezza

Analisi Sismica più sfavorevole, secondo -X: in corrispondenza dello stato limite ultimo, la curva delle pressioni fuoriesce dalla base del pilastro

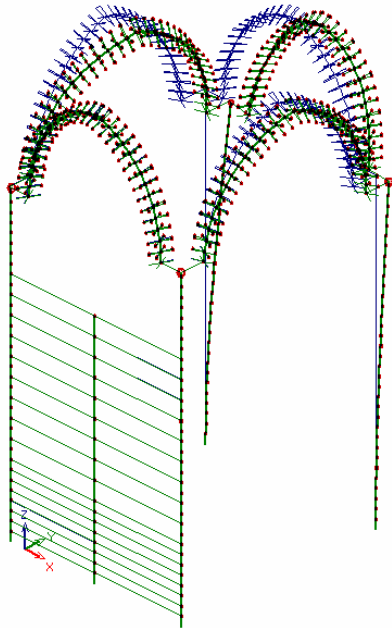


Studio della curva delle pressioni in un pilastro: modifiche a seguito dell'intensità dell'azione sismica

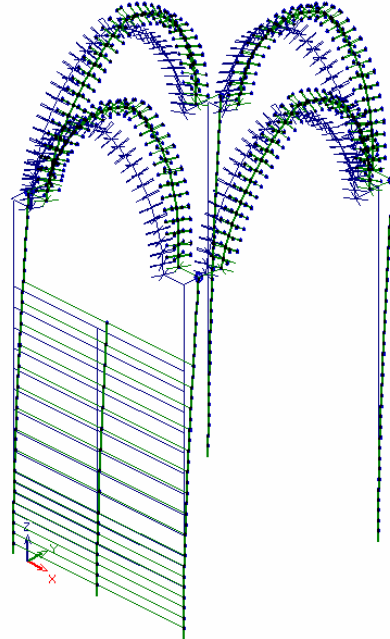


Analisi modale: le masse vengono generate dai pesi applicati nei nodi.

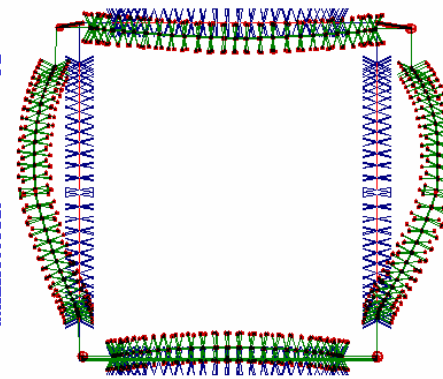
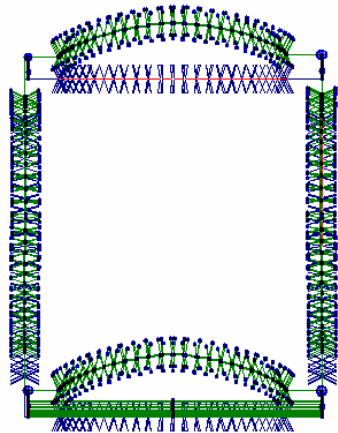
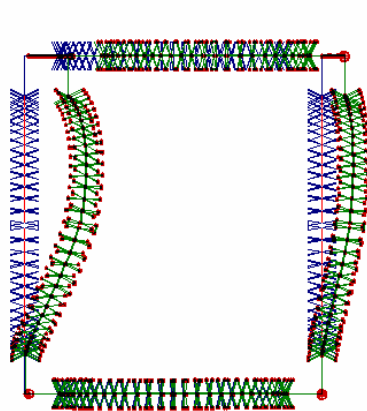
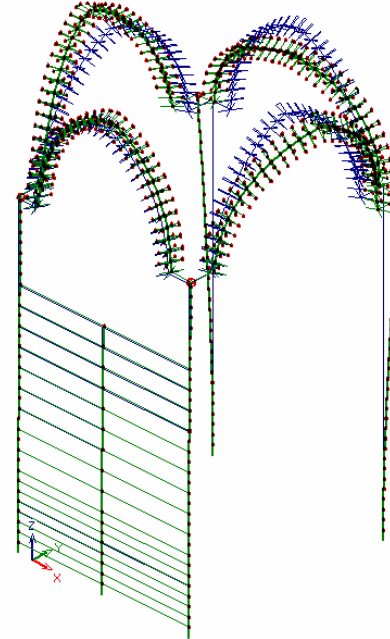
Modo di vibrare: 1, T = 0.724 sec
Massa partecipante:
- in direzione X: 33.0% (modo principale X) - Tot.: 33.0% - Z(m) = 18.396
- in direzione Y: 0.0% - Tot.: 0.0% - Z(m) = 18.765



Modo di vibrare: 2, T = 0.667 sec
Massa partecipante:
- in direzione X: 0.0% - Tot.: 39.0% - Z(m) = 20.588
- in direzione Y: 71.0% (modo principale Y) - Tot.: 71.0% - Z(m) = 18.253



Modo di vibrare: 3, T = 0.580 sec
Massa partecipante:
- in direzione X: 3.1% - Tot.: 42.1% - Z(m) = 18.246
- in direzione Y: 0.0% - Tot.: 71.0% - Z(m) = 17.965



Comportamento dinamico delle strutture