

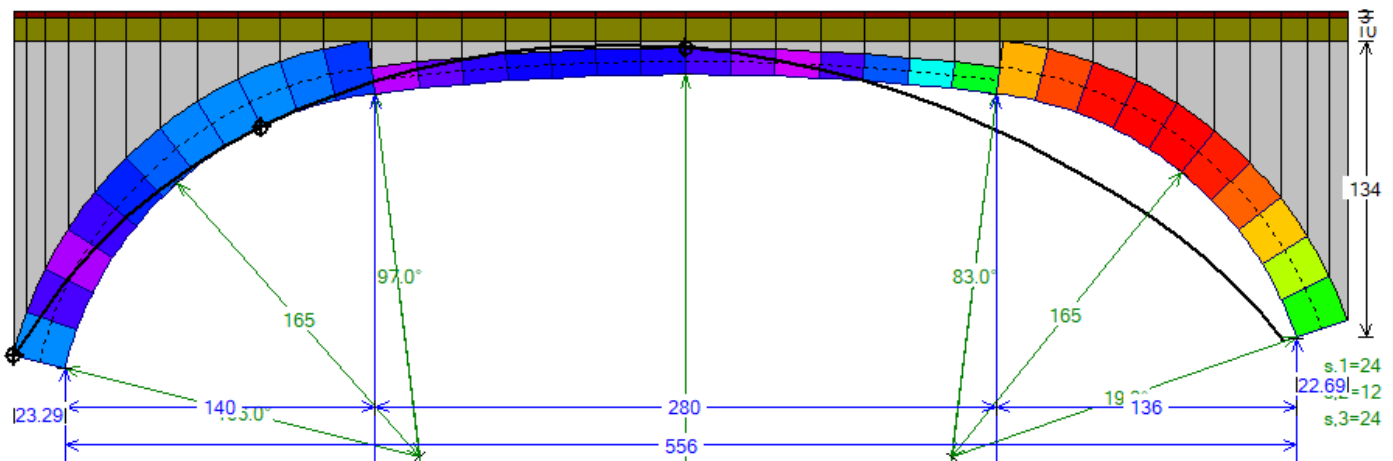
Documento di approfondimento elaborato in data: 06.05.2026

a cura di Ing. Francesco Pugi<sup>1</sup>

<sup>7</sup>Ricerca.e.Sviluppo.di.AEDES.Software.

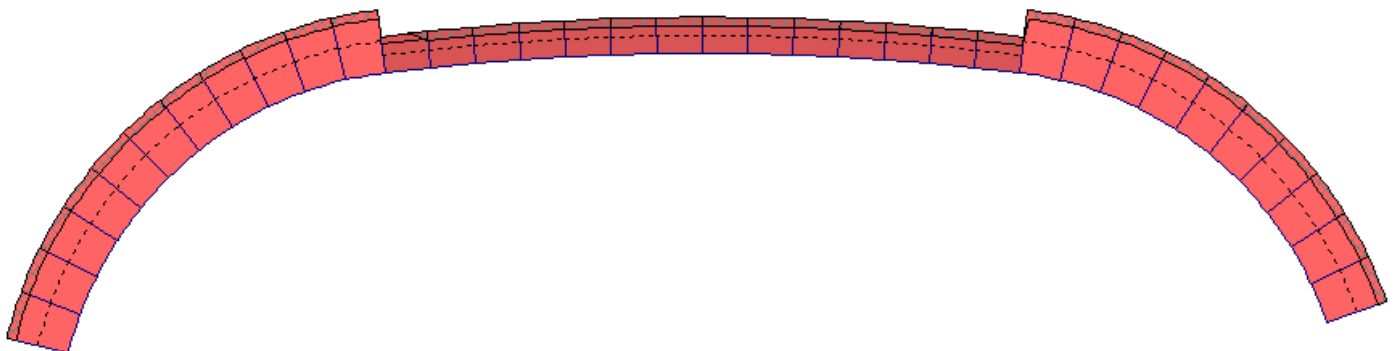
## Volta in muratura rinforzata: criteri di dimensionamento

Si consideri una volta in muratura, e a titolo di esempio si faccia riferimento ad una volta policentrica che nello stato di fatto mostra verifica di stabilità non soddisfatta, con la possibile insorgenza di un meccanismo a causa della formazione di cerniere per effetto dei carichi applicati.



Si desidera rinforzare la volta, in modo tale che la struttura di rinforzo sia in grado di sostenere sforzi di trazione, e di impedire quindi la formazione di cerniere in intradosso.

Viene scelta, a titolo di esempio, la soluzione di cappa in calcestruzzo alleggerito, posta in estradosso, di spessore 4 cm, armata con barre  $\phi$  10 mm a formazione di una rete.



Sono state eseguite alcune prove sulle caratteristiche del rinforzo, ed in particolare è stato fatto variare l'interasse delle barre, al fine di determinare la situazione ottimale per il consolidamento. I test numerici, condotti con calcolo di Verifica, quindi applicando il valore predeterminato per la maglia della rete, hanno mostrato un'apparente incongruenza, rilevando verifica soddisfatta con maglia di 40 cm e non soddisfatta con maglia di 20 cm: questo contrasta con quanto si attenderebbe, ossia un ulteriore miglioramento del risultato incrementando l'armatura.

Questa problematica può riguardare in generale il sistema di rinforzo adottato, non solo le cappe in c.a. ma anche altre tipologie (ad es. rinforzi di superficie con FRCM). Nel seguito, si fa riferimento al caso studio, che prevede l'uso di una cappa armata, ma i concetti illustrati – ovviamente adattati ai casi specifici - hanno validità generale per i diversi tipi di rinforzi.

## VERIFICA A PRESSOFLESSIONE IN PRESENZA DI RINFORZI: DIMENSIONAMENTO DELL'ARMATURA DELLA CAPPA

Per comprendere il motivo per cui con un'armatura minore nella cappa in calcestruzzo la verifica risulta soddisfatta, mentre non lo è con un'armatura maggiore, è utile ripercorrere in dettaglio la **modalità con cui viene eseguita la verifica a pressoflessione in presenza di rinforzo a trazione**.

Il dimensionamento del rinforzo in un modello rigido-fragile di arco:

- si basa sulla **soluzione statica** (curva delle pressioni) ottenuta in equilibrio con i carichi;
- tale soluzione è **indipendente dalla congruenza** ed è determinata come problema di **equilibrio vincolato alla geometria dell'arco**;
- il rinforzo è introdotto per fornire la **resistenza a trazione**, che nel caso della cappa in calcestruzzo, dove  $A_s$  è l'armatura e  $f_{yd}$  è la resistenza allo snervamento, è pari a:

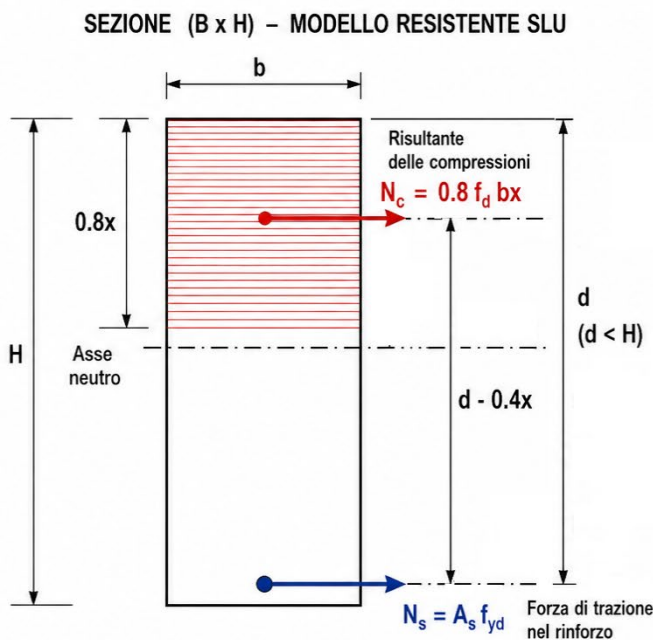
$$T = A_s f_{yd}$$

Nel caso in cui la soluzione statica richieda, in una sezione, la presenza di:

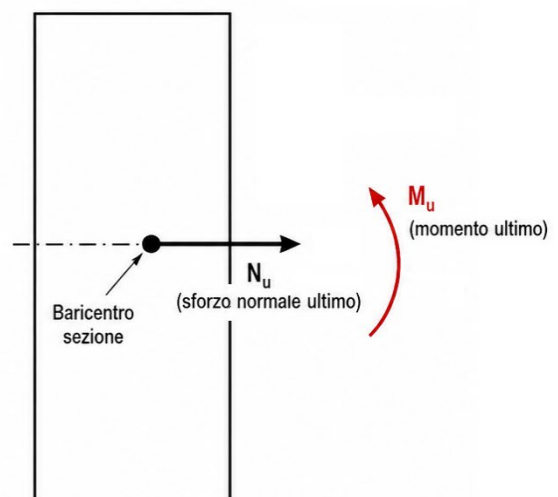
- una **biella compressa** (muratura),
- una **biella tesa** (rinforzo),

il modello resistente della sezione a SLU deve essere **coerente con tale schema**, cioè deve esistere:

- una **zona compressa** nella muratura,
- una **zona tesa** affidata al rinforzo.



SCHEMA EQUIVALENTE (SLU)



$x$  = profondità asse neutro  
 $0.8x$  = altezza del blocco di compressione (diagramma rettangolare)  
 $N_c = 0.8 f_d b x$  risultante delle compressioni (applicata a  $0.4x$  dal lembo compresso)  
 $N_s = A_s f_{yd}$  forza di trazione nel rinforzo (posta alla distanza  $d$  dal lembo compresso)  
 $d - 0.4x$  = braccio tra le risultanti  $N_c$  e  $N_s$

EQUILIBRIO ALLA ROTAZIONE (rispetto all'asse dell'armatura)

$$M_u + N_u \left( d - \frac{H}{2} \right) = N_c (d - 0.4x)$$

Braccio tra  $N_c$  e  $N_s$  =  $d - 0.4x$

In presenza di rinforzi, nel caso di esistenza della zona tesa (sezione parzializzata) la distribuzione rettangolare di calcolo (caratterizzata dalla tensione costante  $f_d$  pari alla resistenza di progetto della muratura) si estende per  $0.8x$ , con  $x$  asse neutro ottenuto dalla risoluzione dell'equazione di equilibrio alla traslazione:

$$N_u + f_{yd}A_s = 0.8f_d b x$$

dove:

$N_u$  = sforzo normale nella muratura, dato dalla risoluzione FEM, quindi pari alla sollecitazione di progetto  $N_d$

$A_s$  = armatura (scelta in input)

A questo punto, si utilizza l'equazione di equilibrio alla rotazione:

$$M_u + N_u (d - H/2) = 0.8 f_d b x (d - 0.4 x)$$

dove:

$M_u$  = momento ultimo

$N_u$  = sforzo normale (dal modello FEM)

$d$  = altezza utile (quota dell'armatura tesa): se gli spessori di arco e cappa sono rispettivamente  $s_a$  e  $s_c$  e la rete elettrosaldata è posta nella mezzera della cappa, si ha:  $d = s_a + s_c/2$

$H$  = altezza totale della sezione:  $H = s_a + s_c$

$b$  = larghezza della sezione

$x$  = profondità asse neutro

$0.8f_d b x$  = risultante di compressione

$0.4x$  = posizione della risultante di compressione rispetto al lembo compresso

Il termine  $N_u(d - H/2)$  è il **momento prodotto dallo sforzo normale** rispetto alla fibra dell'armatura.

Il termine a destra è il **momento resistente della compressione** rispetto all'armatura tesa. Si tratta quindi dell'equilibrio dei momenti rispetto alla **posizione dell'armatura**.

Nella forma che fornisce direttamente il momento ultimo, l'equazione diventa:

$$M_u = 0.8f_d b x (d - 0.4x) - N_u (d - H/2)$$

Questa equazione è compatibile con il modello FEM se risulta:

$$x < d$$

Infatti, in tal caso, esiste zona compressa (muratura), esiste zona tesa (armatura), e ciò rispetta la presenza della biella compressa e della biella tesa.

La verifica di sicurezza procede nel seguente modo:

1. E' stato già imposto:

$$N_u = N_d$$

e ricavato  $x$

2. Si usa l'equilibrio alla rotazione per calcolare il **momento resistente**:

$$M_u = 0.8f_d b x (d - 0.4x) - N_u (d - H/2)$$

3. Si confronta con il momento di progetto  $M_d$  ottenuto dal modello FEM:

La condizione di verifica è:  $M_u \geq M_d$

dove:

$M_u$  = capacità resistente della sezione (coerente col modello)

$M_d$  = domanda (dal FEM)

**Tale modalità di verifica implica la condizione:  $x < d$**

Se dalla risoluzione dell'equazione di equilibrio alla traslazione risulta invece:  $x > d$  si ha che:

- la sezione risulta **interamente compressa**,
- viene meno la **zona tesa**,
- quindi **non è possibile sviluppare la biella tesa richiesta dalla soluzione statica**.

In questo caso:

- **non è rispettata la compatibilità tra modello statico e modello resistente**,
- e quindi **la verifica di resistenza deve considerarsi non soddisfatta rispetto allo schema adottato**.

Poiché vale la seguente proporzionalità:

$$x \propto (N_u + A_s f_{yd})$$

l'incompatibilità è dovuta a una **resistenza del rinforzo eccessiva rispetto allo schema statico**.

Pertanto: **è necessario ridurre  $A_s$**  per ristabilire una configurazione con:

- zona compressa + zona tesa
- cioè **compatibile con la presenza della biella tesa**

**In definitiva: se la verifica SLU fornisce  $x \geq d$ , lo stato tensionale non è compatibile con la soluzione statica (che richiede una biella tesa); la verifica si considera non soddisfatta e il rinforzo deve essere ridimensionato riducendo  $A_s$ .**

La modalità di **calcolo di Verifica** determina quindi in modo univoco il risultato della verifica stessa ( $A_s$  è stata pre-determinata).

**Diversamente, scegliendo in SAV la modalità di calcolo di Progetto, l'armatura  $A_s$  viene determinata per tentativi** imponendo, a ogni iterazione, la compatibilità con il modello ( $x < d$ ) e la verifica di resistenza ( $M_u \geq M_d$ ).

**La procedura di calcolo di Progetto consente di determinare l'armatura minima  $A_s$  che garantisce la compatibilità con il modello ( $x < d$ ) e la verifica di resistenza ( $M_u \geq M_d$ ).**

**In fase esecutiva è possibile adottare un'armatura maggiore per esigenze costruttive o di robustezza**, purché tale incremento non alteri il comportamento strutturale ipotizzato; in particolare deve essere verificato che la sezione rimanga nel campo  $x < d$ : e questo lo si può accertare specificando la maggiore armatura (ad es. un passo più piccolo per la maglia della rete) ed eseguendo il calcolo di Verifica.

## **DIMENSIONAMENTO DEI CONNETTORI**

Lo studio sul rinforzo della volta con cappa armata prosegue ora con il dimensionamento dei connettori che solidarizzano la cappa alla muratura della volta.

**I connettori devono essere dimensionati in modo coerente con le azioni di interfaccia ottenute dall'analisi**, anche utilizzando per il dimensionamento schemi semplificati.

Anche se il software non esegue in automatico questo tipo di verifica (prevista per futuri aggiornamenti di Aedes.SAV), tuttavia fornisce il diagramma del momento lungo l'arco e quindi è possibile adottare uno schema di calcolo come quello proposto nel seguito.

## 1) Dati di partenza (dalla risoluzione statica)

Lungo l'arco (ascissa curvilinea  $s$ ) è noto:  $M(s)$  = momento (anche  $N(s)$ , ma qui assume un ruolo secondario)

## 2) Taglio di interfaccia

Nel modello composto, il taglio longitudinale per unità di lunghezza è:  $q(s) = \frac{dM(s)}{ds} \cdot \frac{1}{z}$

dove:

$q(s)$  = forza di interfaccia [N/m]

$\frac{dM}{ds} \approx$  variazione del momento lungo l'arco

$z$  = braccio interno tra risultante di compressione e trazione

per uso pratico:  $z \approx d - 0.4x \approx 0.8 d$  (stima rapida)

## 3) Valore pratico di progetto

Si può semplificare facendo riferimento al tratto più sollecitato (variazione massima di momento) e calcolare:

$$q \approx \frac{\Delta M}{\Delta s} \cdot \frac{1}{z}$$

## 4) Forza per connettore

Se i connettori sono disposti con passo  $p$ , si ha:  $F_{conn} = q \cdot p$

## 5) Verifica del connettore

Deve risultare:  $F_{conn} \leq R_{conn}$

dove  $R_{conn}$  è la resistenza del singolo connettore, identificata come la minore fra la resistenza a taglio e quella a estrazione.

## 6) Ricavo diretto del passo

Invertendo la relazione precedente:  $p \leq \frac{R_{conn}}{q}$

ed è questa la formula di riferimento per il dimensionamento.

In pratica: se  $M$  varia rapidamente, serve molto trasferimento e quindi connettori più fitti; se  $M$  è quasi costante, pochi connettori sono sufficienti.

Conviene fare sempre riferimento al valore massimo di  $q$  lungo l'arco, aggiungendo la condizione di un minimo a carattere pratico-costruttivo: anche se  $q$  è piccolo, un passo massimo ad esempio pari a 30–50 cm tende ad evitare distacchi locali.

In definitiva, lo schema semplificato che può essere adottato è il seguente:

1) Calcolo:  $q = \frac{\Delta M}{\Delta s} \cdot \frac{1}{z}$

2) Passo:  $p = \frac{R_{conn}}{q}$

3) Controllo:  $p$  non troppo grande (limite di tipo pratico-costruttivo)

Come sopra osservato, la resistenza del connettore è data dalla minima fra la resistenza a taglio e quella per estrazione. Infatti, anche se il modello globale fornisce un'azione di taglio all'interfaccia, è

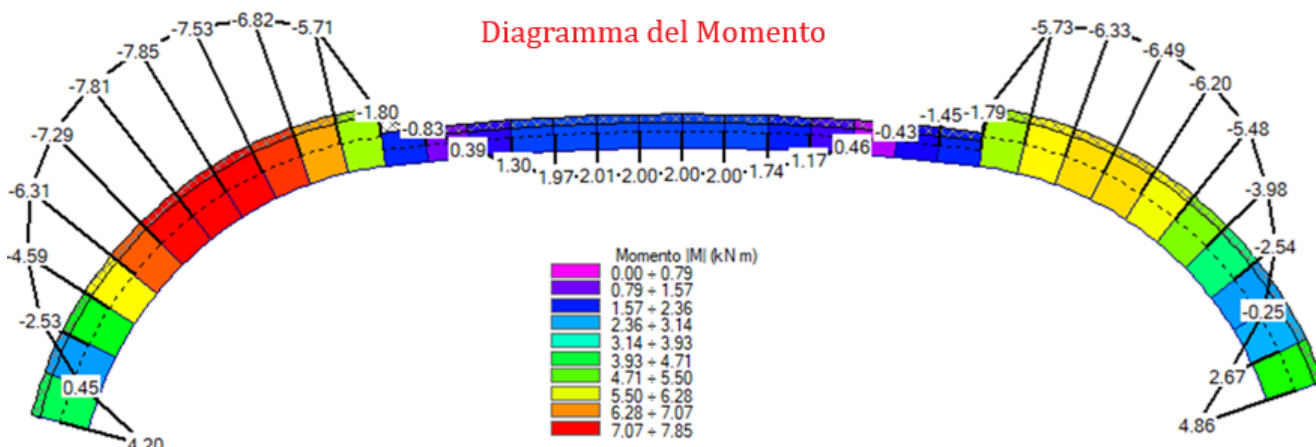
opportuno verificare i connettori anche a estrazione poiché effetti locali, quali eccentricità, curvatura e fessurazione, generano componenti di trazione che possono portare al distacco della cappa dalla muratura.

La resistenza a estrazione dipende da: qualità della muratura (molto variabile); tipo di ancoraggio: resina, malta; profondità di ancoraggio; diametro barra; eventuali coni di rottura o sfilamento.

Non è quindi un valore "intrinseco" come la resistenza a taglio (direttamente nota dalla sezione del connettore in acciaio).

La resistenza a estrazione dalla muratura dei connettori è di fatto difficilmente valutabile con precisione, per cui in pratica si adottano lunghezze di ancoraggio e dettagli costruttivi tali da fare in modo che il dimensionamento non dipenda dall'estrazione ma dalla resistenza a taglio del connettore (sul progetto della lunghezza di ancoraggio vd. oltre). Assicurando un'adeguata lunghezza del connettore, in una struttura rigida a completa collaborazione, quale l'accoppiamento muratura-calcestruzzo in un arco rinforzato con cappa, la resistenza del connettore utilizzata per il dimensionamento coincide con la resistenza a taglio.

Le immagini seguenti, con riferimento al caso specifico del quesito, illustrano l'andamento del Momento lungo l'arco, rilevabile in SAV sia in grafica sia nella relazione di calcolo.



### Analisi statica > Combinazione di Condizioni di Carico (CCC) 3 (di 3)

#### ARCO

Analisi statica > CCC 3 (di 3) [molt.coll. dell'arco: 1.135 ]

Verifica SODDISFATTA

Verifica di Stabilità (Equilibrio dell'arco) SODDISFATTA

#### Sforzi nelle Interfacce dei Conci

rinforzo in estradosso con cappa in c.a. armata con barre #10, acciaio B450C



N.	N estrad.	N intrad.	Taglio (kN)	Risult.	Momento (kNm)	Momento ultimo	dist.:intr.- asse (cm)	angolo di occorrim. (°)	σ,compr. (N/mm <sup>2</sup> )	f,md	zona reagente (cm)	passo armatura (cm)	
1	40.37	10.23	20.52	54.60	4.20	6.28	22.3	8.3	22.1	0.592	2.189	17.1	0
2	26.53	23.46	15.81	52.43	0.45	6.21	14.9	0.9	17.6	0.213	1.586	28.0	0
3	15.39	33.34	11.60	50.09	-2.53	-4.97	8.8	-5.2	13.4	0.369	0.642	26.4	0
4	6.49	40.31	8.08	47.49	-4.59	-6.29	3.9	-10.1	9.8	0.642	0.642	14.0	0
5	-0.14	44.87	5.09	45.02	-6.31	-13.47	-0.1	-14.1	6.5	0.642	0.642	20.7	40
6	-4.75	47.39	2.58	42.72	-7.29	-13.53	-3.1	-17.1	3.1	0.642	0.642	20.3	40
7	-7.53	48.20	0.43	40.67	-7.81	-13.56	-5.2	-19.2	0.5	0.642	0.642	19.9	40
8	-8.65	47.52	-1.46	38.90	-7.85	-13.56	-6.2	-20.2	1.8	0.642	0.642	19.5	40
9	-8.22	45.51	-3.24	37.43	-7.53	-13.59	-6.2	-20.2	4.1	0.642	0.642	19.2	40
10	-6.36	42.23	-4.93	36.21	-6.82	-13.60	-5.0	-19.0	6.7	0.642	0.642	18.9	40
11	-3.15	37.74	-6.60	35.21	-5.71	-13.64	-2.5	-16.5	9.9	0.642	0.642	18.7	40
12	2.35	31.05	-8.14	34.38	-1.80	-2.05	1.1	-6.9	13.7	0.642	0.642	8.0	0
13	11.43	21.60	-6.69	33.70	-0.83	-1.79	5.5	-2.5	11.5	0.400	0.642	16.0	0
14	18.79	13.95	-5.29	33.16	0.39	2.39	9.2	1.2	9.2	0.297	2.295	16.0	0
15	24.48	8.03	-3.98	32.75	1.30	2.37	12.0	4.0	7.0	0.542	2.846	12.0	0

Con riferimento al caso studio, si propone nel seguito il calcolo di dimensionamento dei connettori.

Fra il concio 11 e il concio 12 (nella zona del cambio di spessore della muratura da 24 a 12 cm, con cappa ovunque di spessore 4 cm), si ha:

$$\Delta M = 5.71 - 1.80 = 3.91 \text{ kNm}$$

$$\Delta s = \text{lunghezza del concio} = (\text{circa}) 20 \text{ cm} = 0.2 \text{ m}$$

$$z \approx 0.8d = 0.8 \cdot (12 + 2) = 11.2 \text{ cm} = 0.112 \text{ m}$$

$$\text{da cui: } q = 3.91 / 0.2 / 0.112 = 174.55 \text{ kN/m}$$

Adottando un connettore con diametro:  $\phi = 10 \text{ mm}$ , acciaio B450C:

$$\text{Area: } A = \frac{\pi \phi^2}{4} = \frac{\pi \cdot 10^2}{4} \approx 78.5 \text{ mm}^2$$

La resistenza a taglio del connettore  $R_{conn}$  viene valutata con analogia alla formulazione della resistenza a taglio dei pioli nelle connessioni acciaio-calcestruzzo (NTC 18, (4.3.9) in §4.3.4.3.1.2):

$$V_{Rd} = 0.8 f_{tk} A / \gamma_V$$

dove  $f_{tk} \geq 1.15 f_{yk}$  (da Tab. 11.3.Ib, §11.3.2.1, per acciaio per calcestruzzo armato B450C), e pertanto:

$$f_{tk} = 1.15 \cdot 450 = 517.5 \text{ MPa}$$

ed essendo  $\gamma_V = 1.25$  (§4.3.3), la resistenza a taglio del connettore  $\phi 10$  è pari a:

$$R_{conn} = V_{Rd} = 0.8 \cdot 517.5 \cdot \frac{78.5}{1.25} = 26 \text{ kN}$$

da cui:  $p \leq 26 / 174.55 = 0.15 \text{ m}$  lungo lo sviluppo dell'arco. Considerando la profondità della volta pari a 1.00 m, è possibile posizionare ad esempio 2 connettori in profondità e si ottiene quindi un passo di 30 cm (2 connettori  $\phi 10 \text{ mm}$  ogni 30 cm).

Il passo dei connettori è stato determinato in base alla massima variazione di momento che si realizza in corrispondenza dei conci dove lo spessore della muratura cambia da 24 a 12 cm (la cappa ha spessore 4 cm): ma lungo lo sviluppo dell'arco nelle altre zone il momento ha una variazione minore e quindi il progetto eseguito è a favore di sicurezza; eventualmente il passo potrebbe essere diradato nelle zone distanti dal cambio di spessore.

Per quanto riguarda la lunghezza del connettore, in un intervento di rinforzo di una volta muraria la lunghezza può essere assunta tale da penetrare nella muratura per (3/4) dello spessore, come suggerito nel testo: M. Mariani, Trattato sul consolidamento e restauro degli edifici in muratura, Ed. DEI, 2012; vd. §23.2, che propone un tipo rinforzo costituito da fasce d'acciaio.

Per un rinforzo realizzato con cappa in calcestruzzo armata, è opportuno che la lunghezza oltrepassi la superficie dell'armatura: ponendo questa nella mezzeria, il connettore interessa (3/4) della cappa. In definitiva, la lunghezza totale è (3/4) dello spessore totale della volta incluso la cappa.

Nelle zone di massimo spessore (28=24+4 cm) la lunghezza del connettore è quindi posta pari a (3/4)\*28=21 cm; in quella a spessore minore la lunghezza è pari a (3/4)\*(12+4)=12 cm.